

ELC-30714
Líneas de Transmisión I

Planificación General

Prof. Francisco M. Gonzalez-Longatt

fglongatt@ieee.org

<http://www.giaelec.org/fglongatt/LT.htm>

1. Planificación General (1/2)

SEM	CONTENIDO PROGRAMÁTICO
1 1-5 May	Introducción a los sistemas de potencia y transporte de energía
2 7-12 May	Elementos mecánicos y eléctricos de líneas de transmisión aéreas. Tipos y Clasificación de Conductores, Aislantes, soportes y Elementos especiales. Importancia de las líneas de transmisión
3 14-19 May	Resistencia AC y DC de un conductor. Densidad de corriente, Efecto proximidad. Enlaces de flujo entre dos puntos externos a un conductor aislado. Inductancia de una línea bifilar monofásica.
4 21-26 May	Enlaces de flujo de un conductor a un grupo. Inductancia de líneas de cables. Influencia sobre líneas muestras o líneas telefónicas de los enlaces de flujo.
5 28 May – 2 Jun	Cálculo de Radio Medio Geométrico de un conductor sólido en haz. Cálculo de la Distancia Media Geométrica. Inductancia de línea trifásica con disposiciones equiláteras, paralelas, en haz y simétricas. Uso de Tablas
6 4-9 Jun	1ra Evaluación Escrita
7 11-16 Jun	Campo eléctrico de un conductor recto de gran longitud. Diferencia de potencial entre dos conductores que forman parte de un grupo de conductores. Capacitancia de una línea trifásica con disposiciones equiláteras, paralelas, simétricas.

1. Planificación General (2/2)

SEM	CONTENIDO PROGRAMÁTICO
8 18-23 Jun	Efecto del suelo sobre la capacitancia de las líneas trifásicas. Uso de tablas. Matriz de Capacitancia. Reducción de Kron
9 25-30 Jun	Matriz de Capacitancia. Reducción de Kron
10 2-7 Jul	Relación tensión y corriente en una línea de transmisión. Modelos de líneas de transmisión en función de su longitud
11 9-14 Jul	2da Evaluación Escrita
12 16-21 Jul	Cálculo de la caída de tensión, pérdidas de potencia activa y reactiva en líneas de transmisión
13 23-28 Jul	Diagrama de operación de la línea de transmisión. Teoría de onda viajera
14 30 Jul – 4 Agt	3ra Evaluación Escrita y Entrega de Calificaciones

2. Textos Recomendados (1/2)

- 1) Briceño, Hildemaro. *Teoría de las Líneas de Transmisión Aéreas de Transmisión de Potencia Eléctrica*. Editorial de la Universidad de Los Andes, 1987.
- 2) EPRI. *Transmission Lines Reference Book, 345 kV and above*. Fred Weiner and Son Printers, Inc. 1975.
- 3) Grainger J., Stevenson W. *Análisis de Sistemas Eléctricos de Potencia*. Mc Graw Hill, Primera Edición, 1996.
- 4) Siegert, Luis A. *Alta Tensión y Sistemas de Transmisión*. Editorial Limusa, 1989.
- 5) CADAFE (1976). *Normas Para Proyecto de línea de Transmisión NL-P*. Dirección de Desarrollo. Gerencia de Proyectos de Líneas de Transmisión. Compañía Anónima de Administración y Fomento Eléctrico.

2. Textos Recomendados (1/2)

- 1) *Criterios de Diseño de Líneas de Transmisión a 115 y 230 KV*. Curso de Actualización para Ingenieros Electricistas. Universidad de Los Andes, 1988.
- 2) Hernando Torrealba, R. *Líneas de Transmisión*. Universidad de Carabobo, 1981.
- 3) Raul Marti, *Sistemas de Transmisión*. Apuntes de clases de la Universidad Central de Venezuela, 1979.
- 4) Anderson, P. *Analysis of Faulted Power Systems*. Iowa State Press. 1973.
- 5) Beeman, D (1955). *Industrial Power System Handbook*. Mc Graw Hill. NewYork. 1955.
- 6) Westinghouse (1964). *Electrical Transmission and Distribution Reference Book*. Pittsburg. EE.UU.
- 7) Carson, J.R. *Wave propagation overhead wires with ground return*. Bell Syst. Tech. Journ, Vol. 5, pp. 539, 1929.

3. Material del Curso

- Material del Prof. Francisco M. Gonzalez-Longatt
- Visitar:

<http://www.giaelec.org/fglongatt/LT.htm>

ELC-30714
Líneas de Transmisión I

Introducción a los Sistemas de Transmisión

Prof. Francisco M. Gonzalez-Longatt

fglongatt@ieee.org

<http://www.giaelec.org/fglongatt/LT.htm>

1. Introduction (1)

- La *electricidad es una de las manifestaciones más contundentes y hermosa de la energía dentro de la naturaleza*, y que en sí esta reviste una mayúscula importancia, para el hombre y en la evolución de la civilización moderna.
- El *consumo de energía eléctrica es uno de los indicadores del desarrollo* de las sociedades modernas junto con el grado de cobertura del servicio.
- El *progreso económico* de un país en vías de desarrollo, como Venezuela, marcha a la par de su capacidad para llevar la energía eléctrica a los puntos más remotos del territorio Nacional.

1. Introduction (2)

- El suministrar energía eléctrica a un país requiere de un *proceso complejo, cuya tarea es efectuada por las empresas del sector eléctrico*; siendo el sector eléctrico en sí una estructura extensa, complicada, de singular importancia y con un alto nivel estratégico.
- La tarea de hacer llegar a todos los hogares y organizaciones un servicio de electricidad de *alta calidad, confiable y de bajo costo* se convierte en un *reto para todas las compañías que conforman el sector eléctrico*.

1. Introduction (3)

- Sin embargo, éste proceso es de complejidad creciente, en donde todas las situaciones estructurales y operativas ameritan estudios delicados, de manera que no se afecte los costos y la calidad del servicio; y es entonces donde surge la necesidad, e importancia de estudiar los grandes sistemas eléctricos.
- En particular, los *sistemas de transmisión de energía* es el subsistema de mayor extensión (aunque de menor costo) dentro del sector eléctrico.

1. Introduction (4)

- En el presente documento se muestra una breve introducción a los sistemas de potencia, con el objetivo de establecer la ubicación del sistema de transmisión de energía dentro de la compleja estructura del sistema de potencia; enunciando los conceptos más básicos sobre la estructura y operación de los sistemas de potencia.

2. Normalizacion (1)

Fuente: www.fondonorma.org.ve

- La Normalización es una actividad de conjunto, orientada por un compromiso de *alcanzar el consenso que equilibre las posibilidades del productor y las exigencias o necesidades del consumidor*.
- La Normalización establece con respecto a problemas actuales o potenciales, disposiciones dirigidas a la obtención del nivel óptimo de orden.
- La Normalización consiste en procesos de elaboración, edición y aplicación de normas.

2. Normalizacion (2)

Fuente: www.fondonorma.org.ve

- Una Norma es un documento técnico establecido por consenso que:
 1. Contiene especificaciones técnicas de aplicación voluntaria.
 2. Ha sido elaborado con la participación de las partes interesadas Fabricantes
 - Usuarios y consumidores
 - Centros de investigación y laboratorios
 - Universidades
 - Sector oficial
 - Asociaciones y colegios profesionales

2. Normalizacion (3)

Fuente: www.fondonorma.org.ve

3. Se basa en los resultados consolidados de la ciencia, la tecnología y la experiencia.
4. Provee para el uso común y repetitivo, reglas, directrices o características dirigidas a alcanzar el nivel óptimo de orden en un contexto dado.
5. Es aprobada por un organismo reconocido.
 - Las normas ofrecen un lenguaje común de comunicación entre las empresas, los usuarios y los consumidores, establecen un equilibrio socioeconómico entre los distintos agentes que participan en las transacciones comerciales, son la base de cualquier economía de mercado y, un patrón necesario de confianza entre cliente y proveedor.

2. Normalizacion (4)

Fuente: www.fondonorma.org.ve

Beneficios de la Normalización:

- Simplifica la elaboración de textos legales.
- Facilita el establecimiento de políticas de calidad, medioambientales y de seguridad.
- Mejora la calidad y aumenta la productividad.
- Facilita las ventas en los mercados internacionales.
- Mejora la economía en general.
- Previene las barreras comerciales.

2. Normalizacion (5)

Fuente: www.fondonorma.org.ve

Temas a Normalizar:

- Los temas a normalizar son tan amplios como la propia diversidad de productos o servicios.
- La normalización cubre cualquier material, componente, equipo, sistema, interfaz, protocolo, procedimiento, función, método o actividad.

2. Normalizacion (6)

Fuente: www.fondonorma.org.ve

Tipos de Norma:

- Contexto de Aplicación:
 - Regionales.
 - Internacionales
- Aspectos de Aplicación:
 - Terminología
 - Ensayos
 - Productos
 - Servicios

2. Normalizacion (7)

Fuente: www.fondonorma.org.ve

Diferentes Estándares a Nivel Regional y Mundial Servicios

<i>Siglas</i>	<i>Significado</i>	<i>País</i>
<i>Estándares Europeos</i>		
CENELEC	European Committee for Electrotechnical	Comunidad Económica Europea
BS	British Standard	Reino Unido
DIN	Deutscher Institut für Normung	Alemania
IEE	Institute of Electrical Engineers	Reino Unido
CEI	Comitato Elettrotecnico Italiano	Italia
VDE	Verband Deutscher Elektrotechniker	Alemania
<i>Estándares Americanos</i>		
ANSI	American National Standard Institute	EE.UU.
IEEE	Institute of Electrical and Electronic Engineers	EE.UU.
ISA	Instrument Society of America	EE.UU.
UL	Underwriters Laboratories	EE.UU.
<i>Estándares Mundiales</i>		
IEC	International Electrotechnical Commission	



2. Normalizacion (8)

Fuente: www.fondonorma.org.ve

- En el caso particular de Venezuela, COVENIN, Comisión Venezolana de Normas Industriales en su Norma COVENIN 391, ha establecido las normas modernas que rigen la normalización de los sistemas eléctricos.
- Además CODELECTRA, Comité de Electricidad, quien junto a COVENIN son los organismos encargados de erigir normativas de seguridad en aspectos de sistemas eléctricos.
- En general, COVENIN adoptó muchas otras normas de un ámbito de aplicabilidad más extenso



3. Definición de Sistema de Potencia (1)

- *Institute of Electrical and Electronics Engineer [1]* define un sistema de Potencia como:
- “...una red formada por unidades generadoras eléctricas, cargas y/o líneas de transmisión de potencia, incluyendo el equipo asociado, conectado eléctricamente o mecánicamente a la red...”.

[1] IEEE, Power System Engineering Committee (1992). *Transactions on Power Apparatus and System*, July de 1992, pp. 1894-1898.

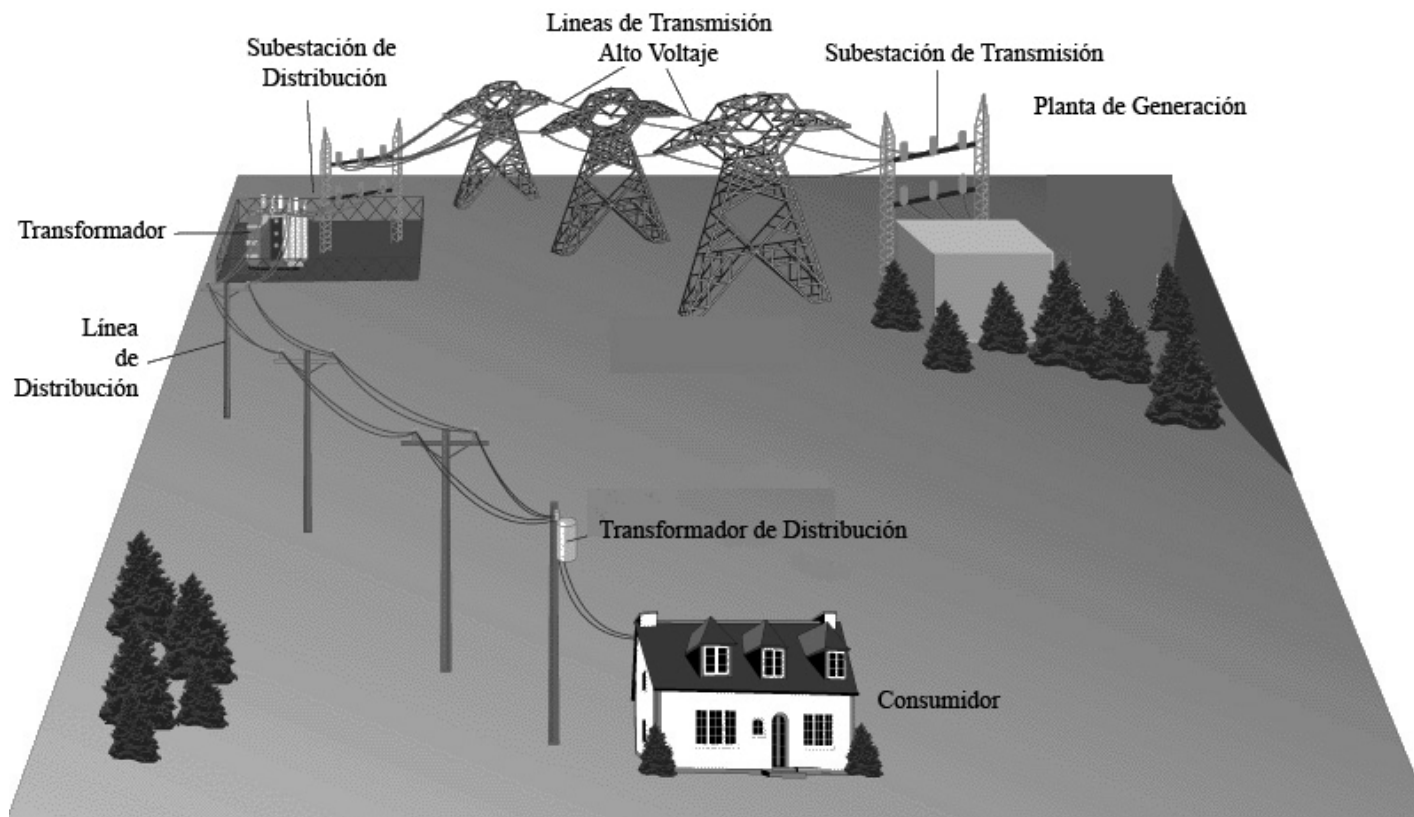
3. Definición de Sistema de Potencia (2)

- . Por otra parte el diccionario de terminos eléctricos y electrónicos de la IEEE [1], define el sistema de potencia como:
- “...las fuentes de potencia eléctrica, conductores y equipos requerido para suplir la potencia eléctrica ...
“

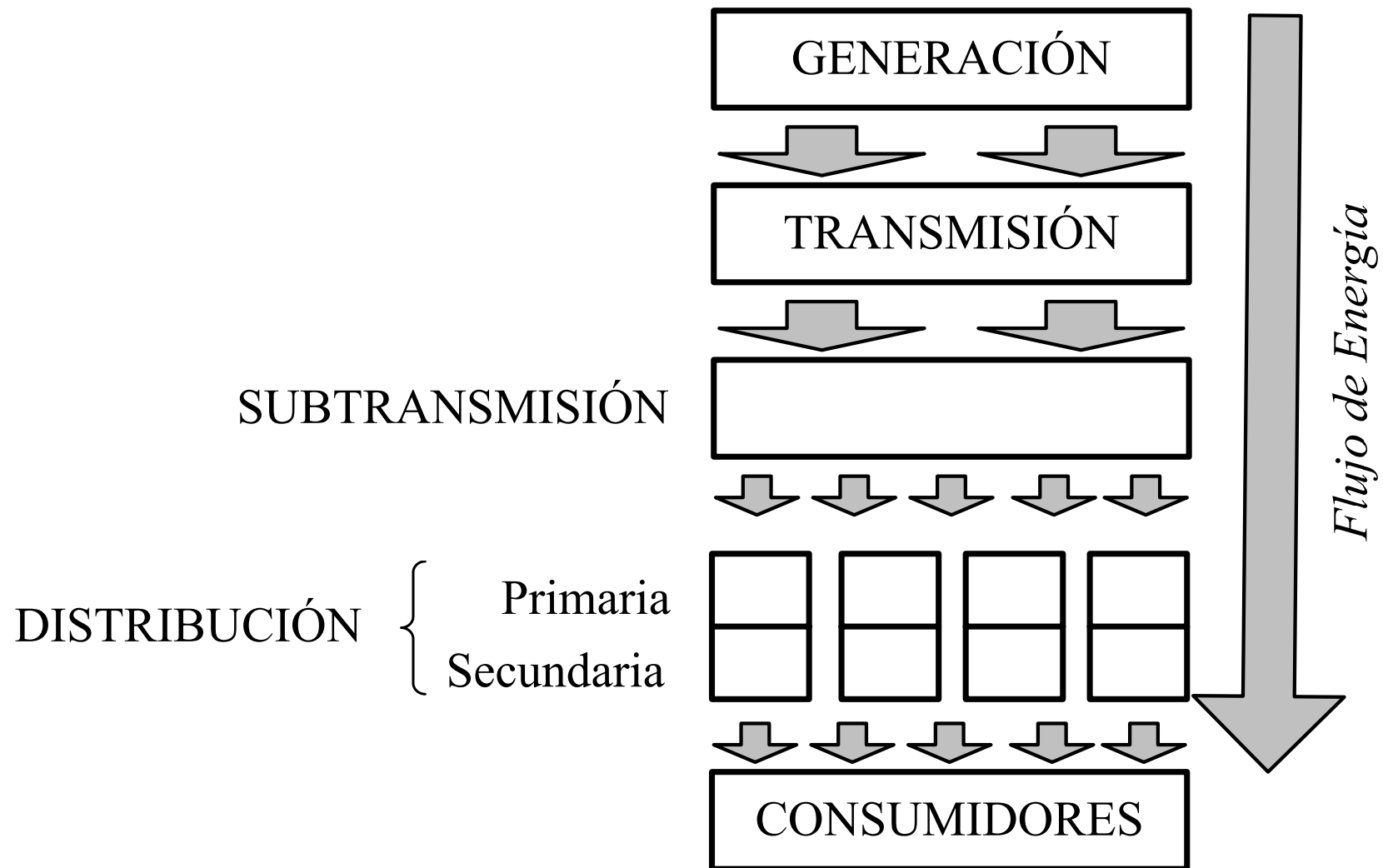
[1] IEEE Standard Dictionary of Electrical & Electronic Terms, ANSI-IEEE Standard 100-1984.

3. Definición de Sistema de Potencia (3)

- ***Red eléctrica de potencia que se encarga de generar, transmitir y distribuir la energía eléctrica, hasta los consumidores.***



3. Definición de Sistema de Potencia (4)



3. Definición de Sistema de Potencia (5)

- Las tareas de un sistema de potencia son realizadas por cada una de las mayores empresas que prestan el servicio de electricidad (*Electric-Utility*).
- A nivel mundial las empresas de suministro de electricidad son tanto de *capital público* como *privado*.
- En países como EE.UU. Reino Unido, Argentina, Perú entre otros, las empresas con *capital privado total*.
- En el caso particular de Venezuela, el servicio suministro de energía eléctrica efectuado por empresas de naturaleza *pública y privada*.

3. Definición de Sistema de Potencia (6)

- El *Sistema Eléctrico Nacional* (SEN) lo conforman 18 empresas eléctricas públicas y privadas, todas agrupadas en una organización denominada la *Cámara Venezolana de la Industria Eléctrica* (CAVEINEL).
- CAVEINEL tiene por objetivo ejercer la representación institucional de sus afiliados y velar por los intereses generales de la industria eléctrica y su personal, en armonía con los intereses de la colectividad.

3. Definición de Sistema de Potencia (7)

- Empresas públicas:

- CADAFE con cinco empresas filiales (Eleoriente, Elecentro, Eleoccidente, CADELA y SEMDA),
- EDELCA,
- ENELVEN,
- ENELCO y
- ENELBAR.

- Empresas privadas:

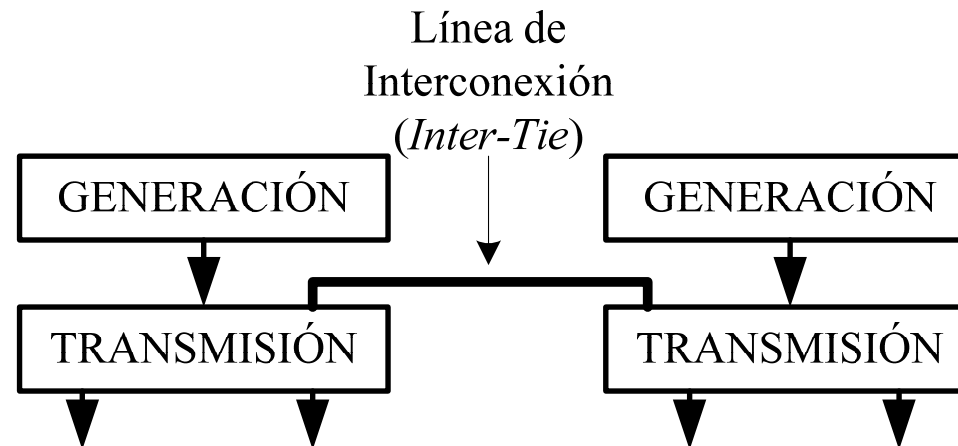
- La Electricidad de Caracas con sus empresas filiales (CALEV, ELEGGUA y CALEY)
- ELEBOL,
- CALIFE,
- ELEVAl y
- SENECA.

3. Definición de Sistema de Potencia (8)

- Los sistemas de potencia son estructuras complejas y extensas, y debido a múltiples factores (estratégicos, económicos, etc.) no operan de manera aislada, sino que por el contrario, se encuentran relacionados entre sí, constituyendo lo que se denomina un *Sistema Interconectado (Power-Pool)*.
- Un sistema interconectado son *dos o más sistemas de potencia que se encuentran conectados eléctricamente entre sí*, los cuales son planificados y operados de manera poder suministrar la energía de manera más confiable y económica a sus cargas y consumidores, combinando, con los planes de expansión, mejora y mantenimiento de cada sistema, con el objetivo de lograr crecer a la par de la carga.

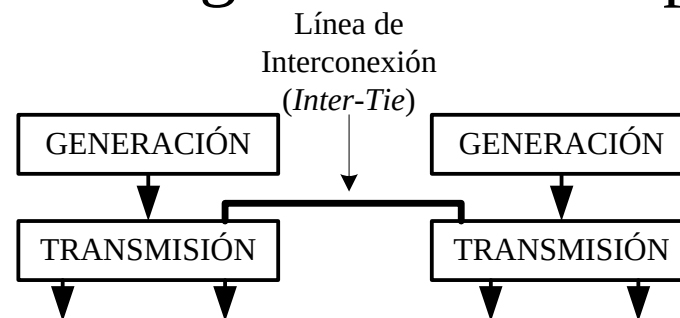
3. Definición de Sistema de Potencia (9)

- Los sistemas de potencia son estructuras complejas y extensas, y debido a múltiples factores (estratégicos, económicos, etc.) no operan de manera aislada, sino que por el contrario, se encuentran relacionados entre sí, constituyendo lo que se denomina un *Sistema Interconectado (Power-Pool)*.

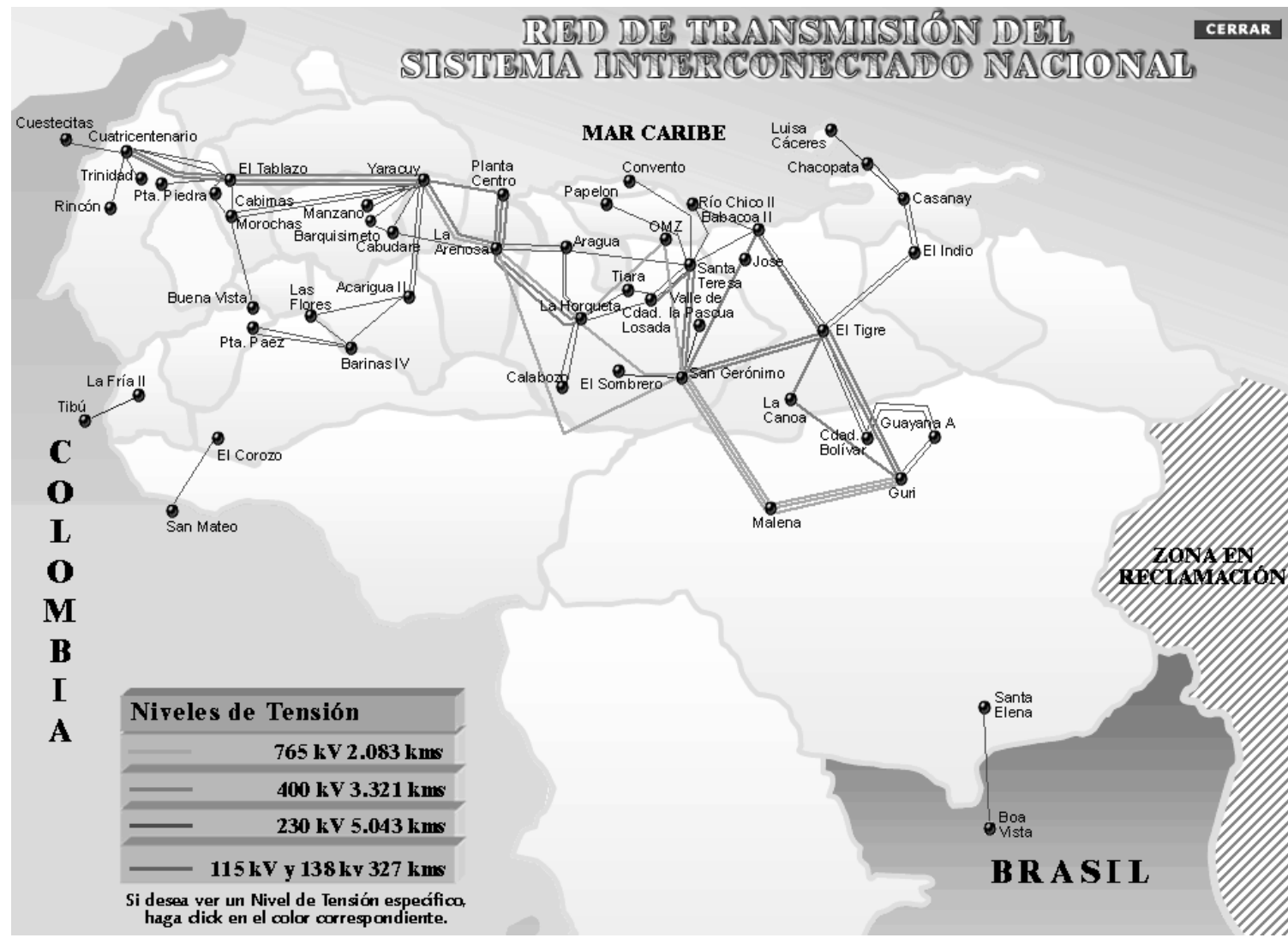


3. Definición de Sistema de Potencia (10)

- Un sistema interconectado son *dos o más sistemas de potencia que se encuentran conectados eléctricamente entre sí*, los cuales son planificados y operados de manera poder suministrar la energía de manera más confiable y económica a sus cargas y consumidores, combinando, con los planes de expansión, mejora y mantenimiento de cada sistema, con el objetivo de lograr crecer a la par de la carga.



3. Definición de Sistema de Potencia (11)



4. Elementos de un SP (1)

- El *sistema de generación* es la parte básica del sistema de potencia, esta se encarga de entregar la energía eléctrica al sistema, esto a partir de la transformación de distintos tipos de energía primaria.
- Existen muchas y muy variadas formas de generar energía eléctrica, pero de acuerdo a su forma primaria de energía se pueden distinguir los siguientes tipos:
 - Térmica,
 - Hidráulica,
 - Nuclear,
 - Solar,
 - Eólica,
 - Geotérmica,
 - Magneto-Hidrodinámica,
 - Maremotrices.

4. Elementos de un SP (2)

- Las *líneas de transmisión* constituyen los eslabones de conexión entre las centrales generadoras y las redes de distribución y conduce a otras redes de potencia por medio de interconexiones. La misión del sistema de transmisión es transportar grandes bloques de energía desde los centros de generación a los puntos del sistema, interconectar las diferentes centrales y/o diferentes sistemas de potencia.
- Las líneas de transmisión son los elementos físicamente más extensos del sistema de potencia y poseen un gran número de ventajas:
 - Permite producir la energía eléctrica en forma más económica.
 - Se logra disminuir la capacidad de reserva y reserva rodante.
 - Permiten mejorar la contabilidad del sistema de potencia.

4. Elementos de un SP (3)

- Las líneas de transmisión operan a niveles de voltaje elevados, esencialmente se debe al hecho que al duplicar la tensión de operación se cuadriplica la potencia que se puede transmitir.
- *Por ejemplo si se quisiera transmitir una potencia de 2000 MWatt a una distancia de 400 Km. se necesitarían aproximadamente 45 líneas de 115 kV, 15 líneas de 230 kV, 4 líneas de 380 kV, 2 líneas de 500 kV, o una líneas de 700 kV, se debe recordar que el número de líneas no es el único factor a estudiar para transportar energía eléctrica.*

$$S = \frac{V^2}{Z}$$

4. Elementos de un SP (4)

- El sistema de 400 y 765 kV son considerados dentro de los sistemas de Extra Alta Tensión (EAT o EHV: *Extra High Voltaje*) y son de relativamente reciente implantación en el país 1968 y 1986 respectivamente.

Longitud de las Líneas de Transmisión y la Red Troncal de Transmisión por nivel de Voltaje en Venezuela (2005)

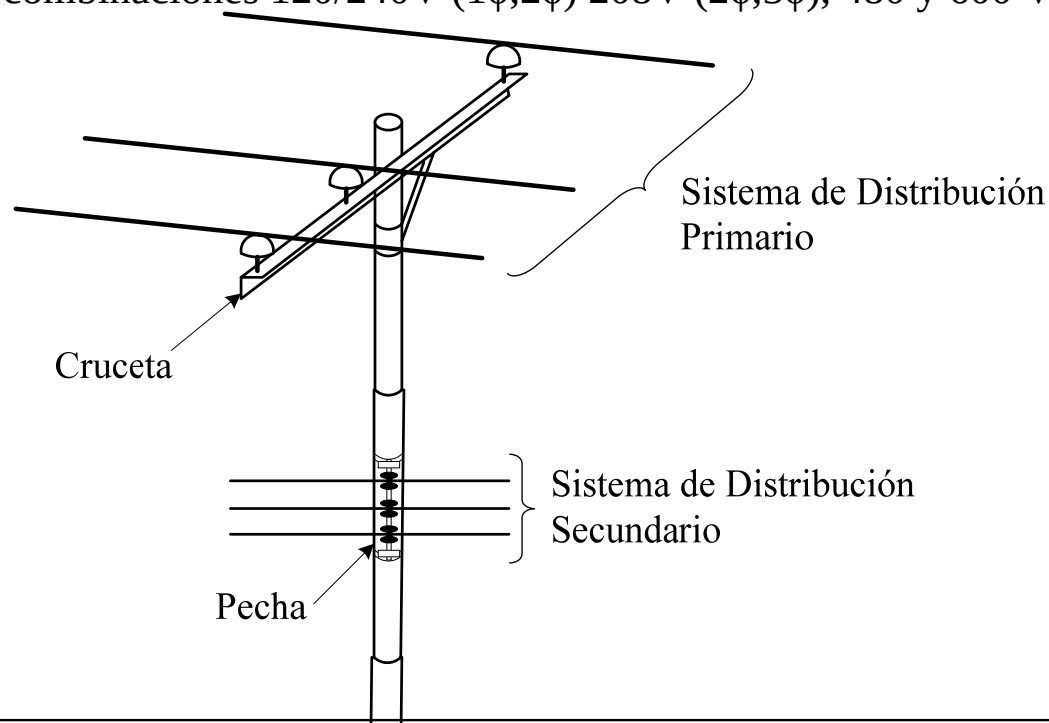
<i>Nivel de Voltaje (kV)</i>	<i>Longitud R.T.T. (Km.)</i>	<i>Totales (Km.)</i>
115	306	10.401
230	3.940	5.606
400	3.906	4.190
765	2.083	2.803

4. Elementos de un SP (5)

- El sistema de distribución es el último sub-sistema dentro de los sistemas de potencia antes de llegar a los consumidores. Esta parte del sistema de potencia esta compuesto de líneas y dispositivos para distribuir la energía eléctrica hasta los usuarios. Estos pasos de transformación dan lugar a las diferentes etapas del sistema de distribución. Dentro del sistema de distribución se distinguen dos grandes niveles bien diferenciados:
 - *Sistema de Distribución Primaria.*
 - *Sistema de Distribución Secundario.*

4. Elementos de un SP (6)

- *Distribución Primaria:* que trabaja con niveles de tensión y potencia moderados. En Venezuela los niveles de tensión suelen ser: 24 kV (ELECAR) 13.8 kV (CADAFE y sus comercializadoras) 6.9 kV (ELECAR y empresas petroleras) y 4.16 kV (empresas del sector petrolero).
- *Distribución Secundario:* Esta parte del sistema de potencia corresponde a los menores niveles de potencia y tensión. Estando más cerca del consumidor promedio (residencial). En Venezuela es común que las empresas eléctricas suministren potencia en cuatro niveles de tensión básicos y sus combinaciones 120/240V (1 ϕ ,2 ϕ) 208V (2 ϕ ,3 ϕ), 480 y 600 V (3 ϕ).



4. Elementos de un SP (6)

- El *sistema de sub-transmisión* posee características muy similares del sistema de distribución, pero manejan mayor potencia (5 – 50 MVA) y se diferencian en que alimentan a un cierto número de subestaciones de distribución, los niveles de voltaje utilizados en Venezuela suelen ser: 69 kV, 34.5 kV, y 24 kV.
- El sistema de sub-transmisión se diferencia al de transmisión, debido a que el primero no realiza interconexiones entre sistemas de potencias o centrales de generación.

ELC-30714
Líneas de Transmisión I

Fotos Interesantes de
Lineas de Transmisión
Aéreas

Prof. Francisco M. Gonzalez-Longatt

fghongatt@ieee.org

<http://www.giaelec.org/fghongatt/LT.htm>

1. Torre Doble Circuito



1. Torre Doble Circuito



Vista general de Trabajos en una
línea de transmisión de
doble circuito

1. Torre Doble Circuito



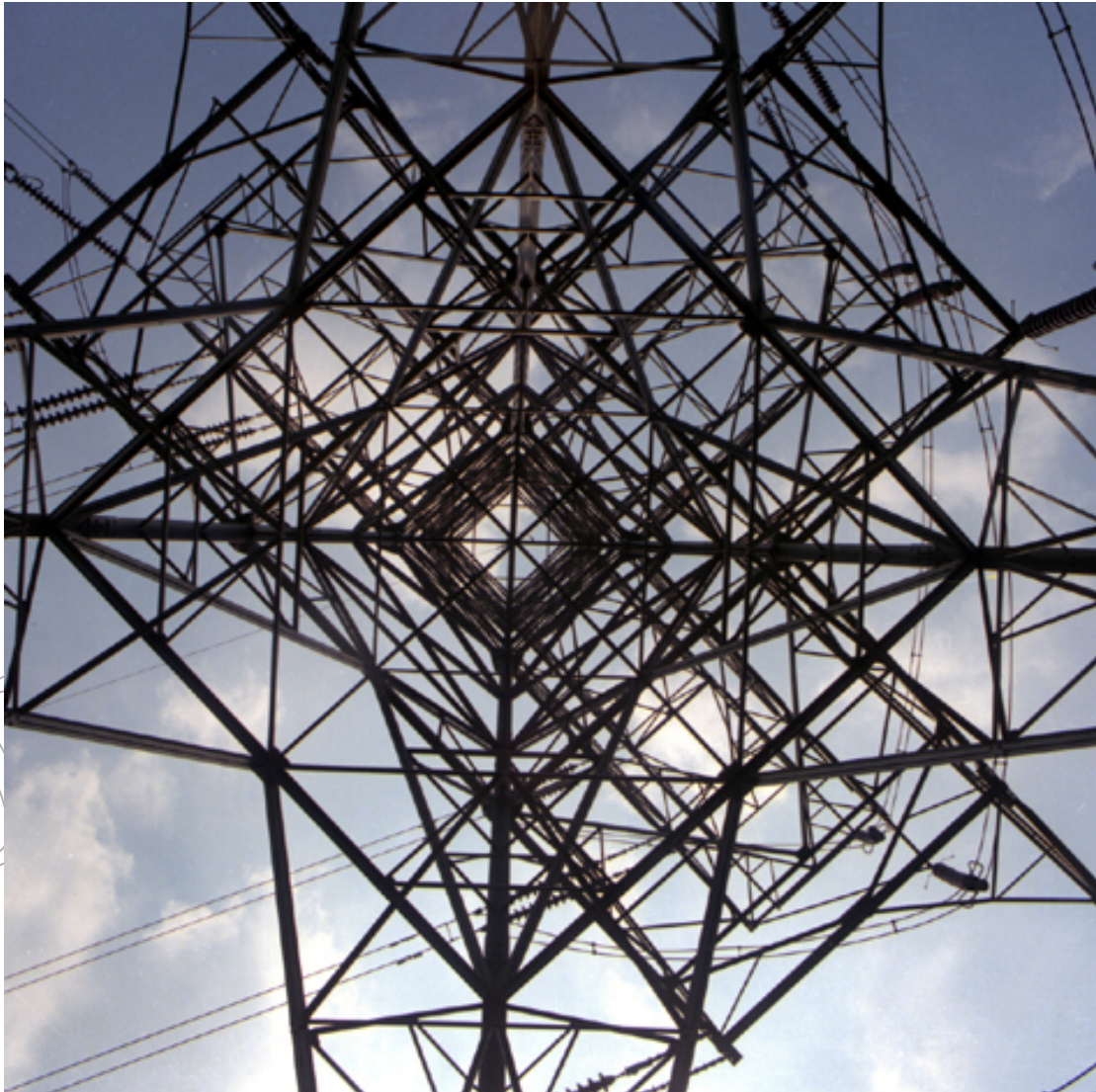
Vista general de
torres doble circuito

1. Torre Doble Circuito



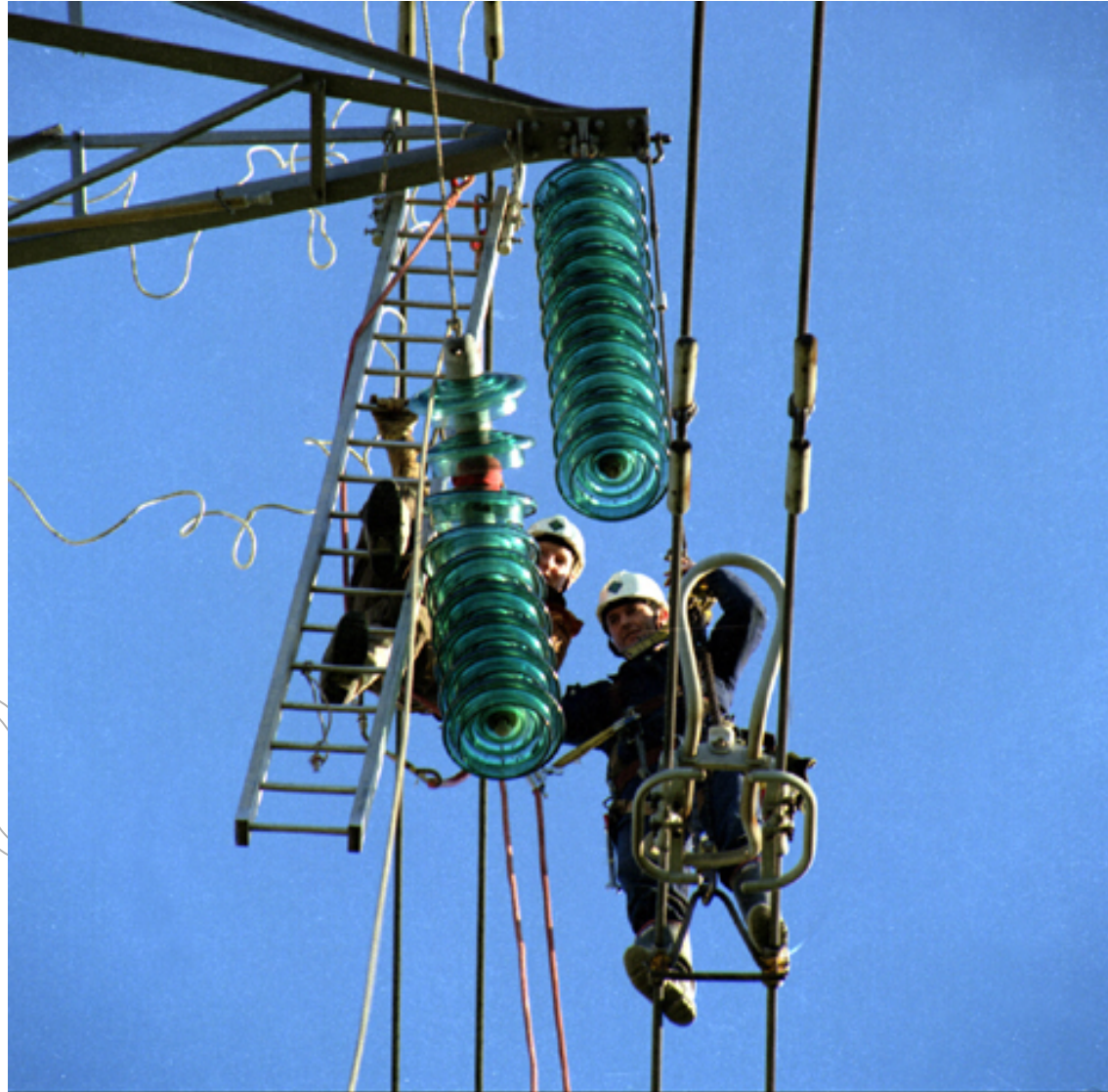
Detalle en
Trabajos en
Herrajes y
Cadena de Aisladores

2. Detalle de Celosía en Torres



Vista desde la base de la torre
hacia la cabeza, de la celosía

3. Cadena de Aisladores



Detalle de trabajo en cadena de aisladores en una línea

3. Cadena de Aisladores



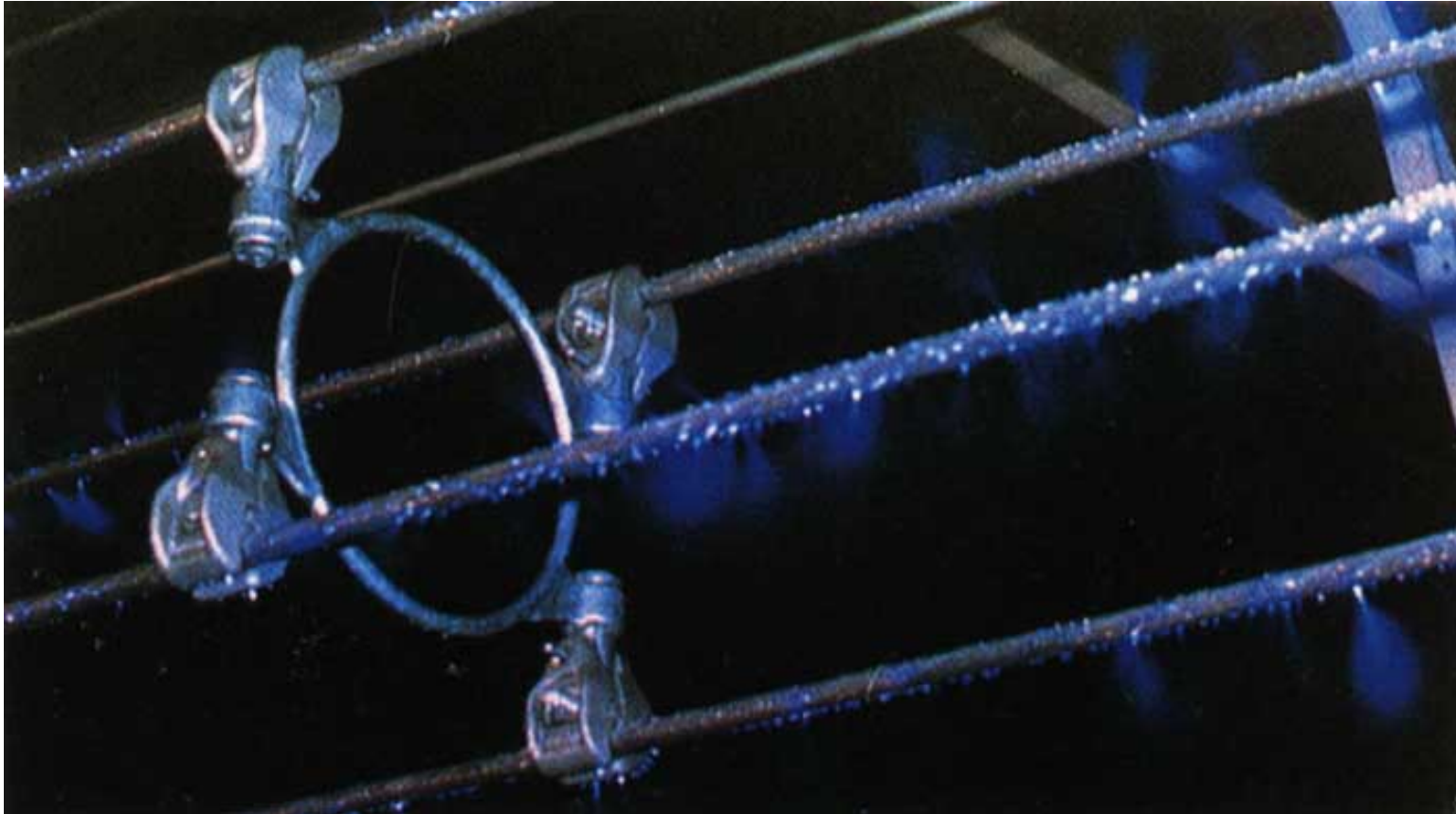
Vista izamiento de una
cadena de aisladores

4. Esferas de Balizaje



Foto de Esferas de Balizaje como puntos de referencia y alarma visual para aeronaves

5. Efecto Corona



Fotografía de ensayo en laboratorio de conductores en haz. Se hace evidente y visual la corona en forma de penachos de color azul-violeta

6. Amortiguadores

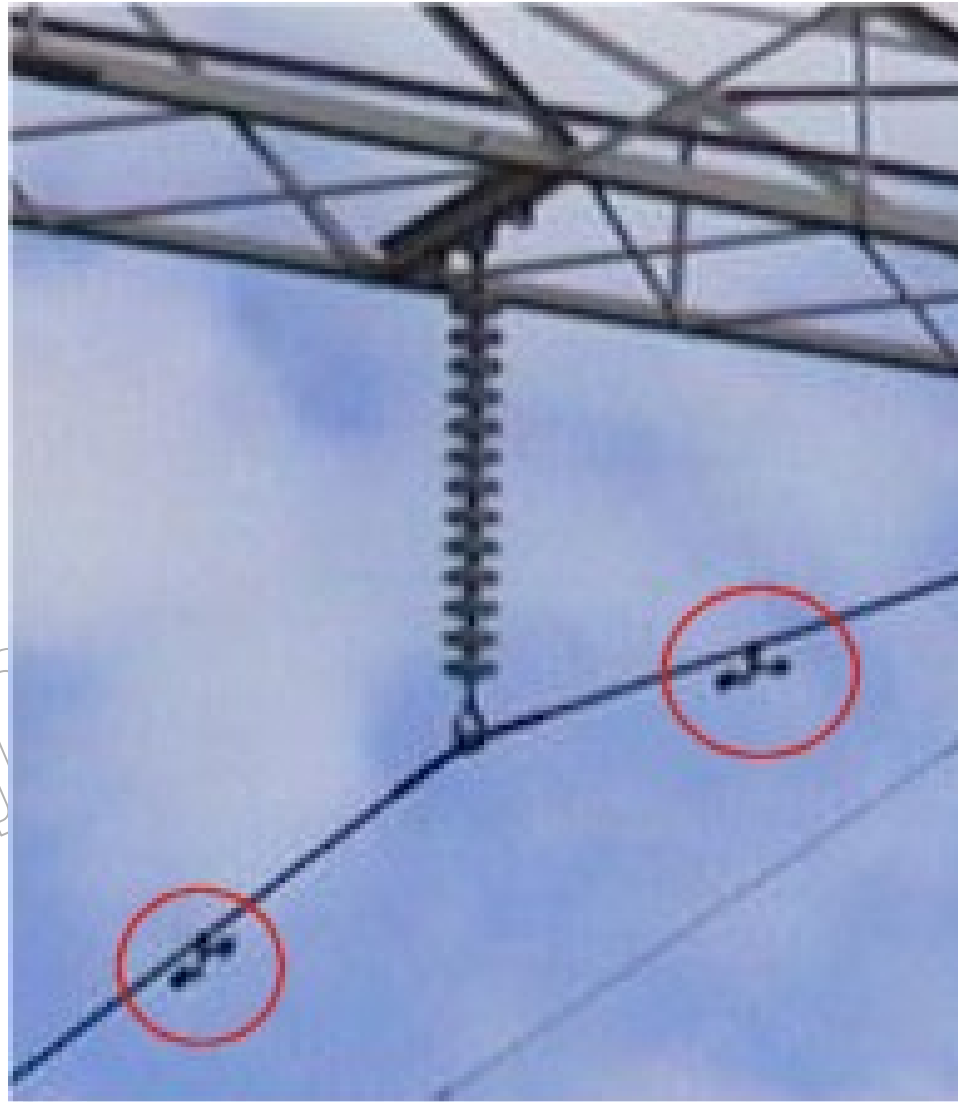


Foto detalle de
Amortiguadores o
antivibradores

7. Trabajo en Torre Doble Circuito



ELC-30714
Líneas de Transmisión I

CAPITULO 1
Elementos de Líneas de
Transmisión Aéreas
Parte I

Prof. Francisco M. Gonzalez-Longatt

fghongatt@ieee.org

<http://www.giaelec.org/fghongatt/LT.htm>

1.1. Introduction (1)

- La línea de transmisión es el elemento del sistema de potencia que se *encarga de transportar la energía eléctrica desde el sitio en donde se genera hasta el sitio donde se consume o se distribuye.*
- Son complejas estructuras que transportan grandes bloques de energía eléctrica dentro de los diferentes puntos de la red que constituye el sistema eléctrico de potencia, son físicamente los elementos más simples pero los más extensos.

1.1. Introduction (2)

- La clasificación de los sistemas de transmisión puede ser realizada desde muy variados puntos de vista, según el medio:
 - Aéreas
 - Subterráneas
 - **NO CONFUNDIR CON GUIAS DE ONDA**

1.1. Introduction (3)

- El sistema de transmisión puede ser clasificado según el nivel de tensión en el cual transmiten los grandes bloques de potencia, en Venezuela las líneas de transmisión aéreas esta discriminado en tres niveles de tensión a saber:
 - 230 kV
 - 400 kV
 - 765 kVaunque existen autores que suelen incluir el nivel de 115 kV como transmisión, pero este autor no lo considera.

1.2. Elementos de L.T.

- Una línea de transmisión esta constituida básicamente por tres elementos:
 - Conductores
 - Aisladores
 - Soportes
- Es posible considerar otra serie de elementos adicionales para una línea de transmisión, pero solo realizan funciones complementarias y que escapa el curso básico de líneas de transmisión.
- Los conductores y aisladores poseen funciones específicas de la que se deriva una serie de características que se relacionan de modo que el análisis de uno de ellos esta relacionado con otros.



1.3. Conductores

- Consiste de un *cuerpo o un medio adecuado, utilizado como portador de corriente eléctrica.*
- El material que forma un conductor eléctrico es *cualquier sustancia que puede conducir una corriente eléctrica cuando este conductor se ve sujeto a una diferencia de potencial entre sus extremos.*
- Esta propiedad se llama *conductividad*, y las sustancias con mayor conductividad son los metales.

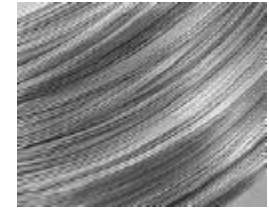
1.3. Conductores

- Los materiales comúnmente utilizados para conducir corriente eléctrica son en orden de importancia:
 - Cobre (Cu)
 - Aluminio (Al)
 - Aleaciones de cobre,
 - Hierro (Fe)
 - Acero.
- La selección de un material conductor determinado es, esencialmente, un *problema económico*, el cual no solo considera las propiedades eléctricas del conductor, sino también otras.



1.3. Conductores

- Otras propiedades a considerar en la selección del material conductor:
 - Propiedades mecánicas,
 - Facilidad de hacer conexiones,
 - Mantenimiento,
 - Cantidad de soportes necesarios,
 - Limitaciones de espacio,
 - Resistencia a la corrosión del material y,
 - Otros.



1.3. Conductores

- *Cobre*: Material maleable, de color rojizo, la mayoría de los conductores eléctricos están hechos de cobre. Sus principales ventajas son:
 - Es el metal que tiene conductividad eléctrica más alta después del platino.
 - Tiene gran facilidad para ser estañado, plateado o cadminizado y puede ser soldado usando equipo especial de soldadura de cobre.
 - Es muy dúctil por lo que fácilmente puede ser convertido en cable, tubo o rolado en forma de solera u otra forma.
 - Tiene buena resistencia mecánica, aumenta cuando se usa en combinación con otros metales para formar aleaciones.
 - No se oxida fácilmente, por lo que soporta la corrosión ordinaria.
 - Tiene buena conductividad térmica.



1.3. Conductores

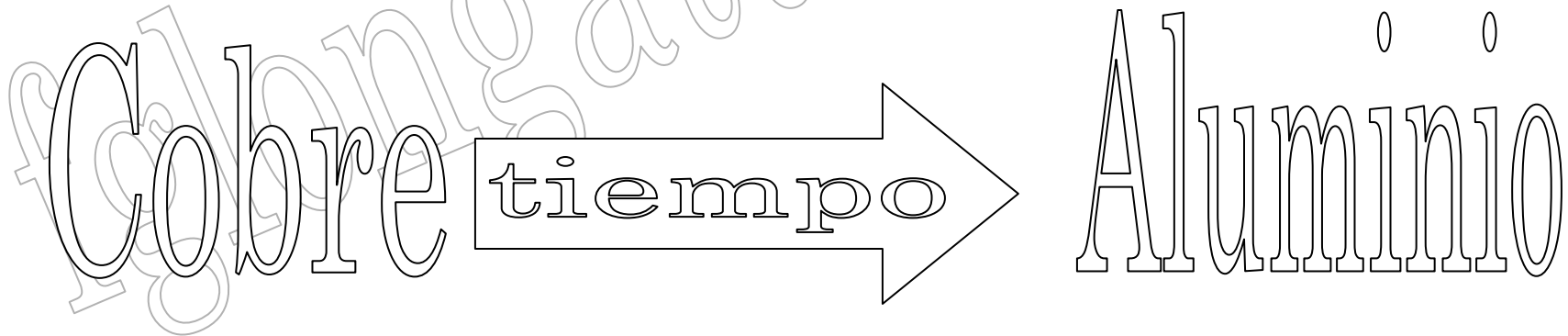
- *Aluminio:* Los conductores de aluminio son muy usados para exteriores en líneas de transmisión y distribución y para servicios pesados en subestaciones.
 - Es muy ligero: tiene la mitad del peso que el cobre para la misma capacidad de corriente.
 - Es altamente resistente a la corrosión atmosférica.
 - Puede ser soldado con equipo especial.
 - Se reduce al efecto superficial y el efecto corona debido a que para la misma capacidad de corriente, se usan diámetros mayores.

1.3. Conductores

- Principales desventajas del aluminio son:
 - Posee una *menor conductividad eléctrica*, con respecto al cobre.
 - Se forma en su superficie una *película de óxido* que es *altamente resistente* al paso de la corriente por lo que causa problemas en juntas de contacto.
 - Debido a sus características electronegativas, al ponerse en contacto directo con el cobre *causa corrosión galvánica*, por lo que siempre se deberán usar juntas bimetálicas o pastas anti-corrosivas.

1.3. Conductores

- En los primeros tiempos de transmisión de potencia eléctrica, los conductores eran generalmente de cobre, pero *los conductores de aluminio han reemplazado completamente a los de cobre* debido a su *menor costo y al peso ligero* de un conductor de aluminio comparado con uno de cobre de igual resistencia.



1.3. Conductores

- En los comienzos de la transmisión de energía eléctrica, se realizaba en *corriente continua*, en donde los *conductores sólidos cilíndricos* fueron muy utilizados, por una gran variedad de particularidades,
- Con el devenir del tiempo, la transmisión en *corriente alterna* obligó a la utilización de *conductores multifilares trenzados en forma helicoidal*, con el fundamento de dotar de flexibilidad de a los conductores, además de una serie de características relevantes a la transmisión en corriente alterna.

dc  sólido

ac  trenzado

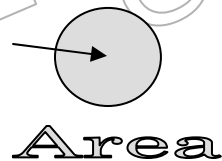
1.3. Conductores

- El aluminio puro tiene, frente a todas sus aleaciones, la *máxima conductividad*, pero en contraparte posee una *baja carga mecánica de ruptura*.

Tabla 1. Carga de Ruptura (Kg/mm^2) para Diferentes Materiales empleados en la Conducción de Electricidad

<i>Cobre Duro</i>	<i>Aluminio Duro</i>	<i>Aluminio Aleado</i>
37/45	16/20	30/40

kg.
Fuerza



mm^2

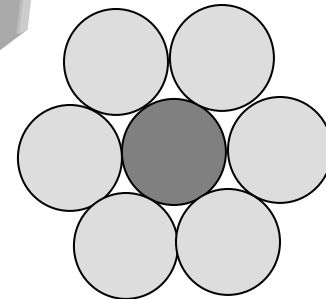
1.3. Conductores

- Debido a la *poca carga de ruptura*, en las líneas de transmisión aéreas, esto se transforman en un inconveniente, razón por la cual se recurre a los *cables de aluminio aleado y a cables de aluminio reforzado con acero*.

Ejemplo:

Conductores Compuestos

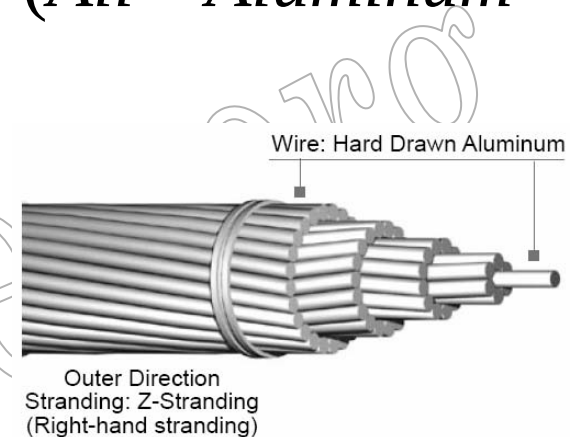
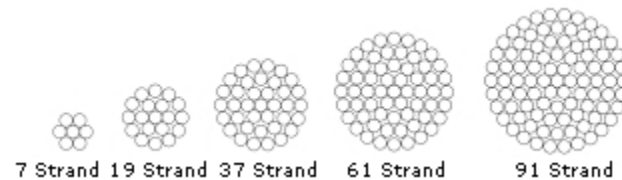
Aluminio + Acero =



- En la actualidad los conductores trenzados son combinaciones de aluminio y otros elementos más, para aportar características mecánicas al conductor.

1.3. Conductores

- ACC: Conductor de Aluminio (*All Aluminum Conductor, Classes AA, A, B, C*)



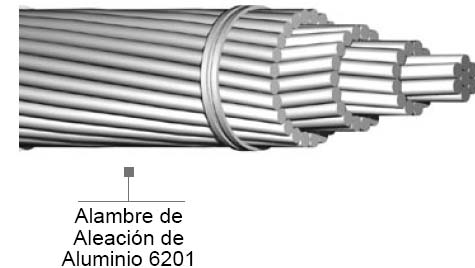
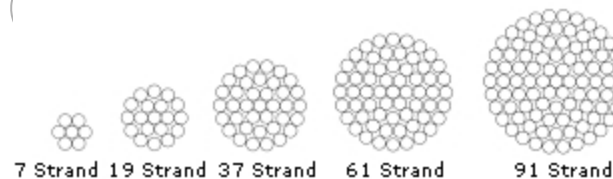
- AAAC: Conductor de Aluminio con Aleación (*All Aluminum Alloy Conductor*).



<http://www.pdic.com/>

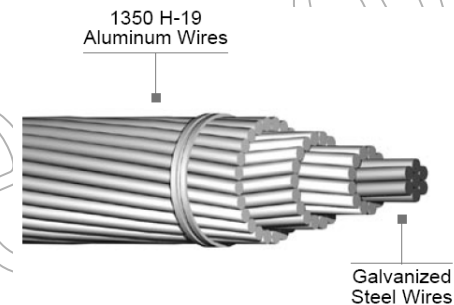
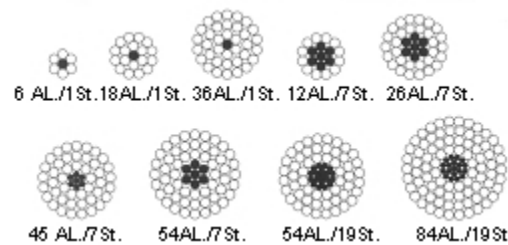


<http://www.sural.com/>

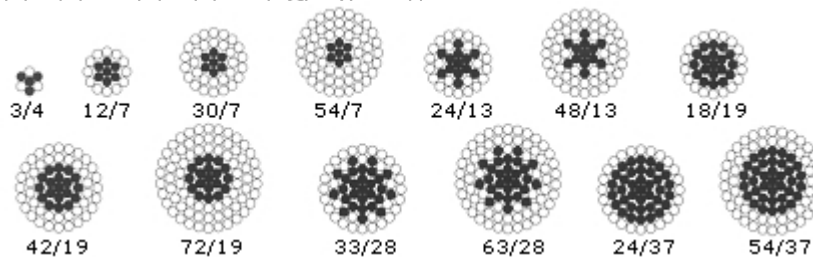


1.3. Conductores

- *ACSR: Conductor de Aluminio con Refuerzo de Acero (Aluminum Conductor, Steel Reinforced).*



- *ACAR: Conductor de Aluminio con Refuerzo de Aleación (Aluminum Conductor Alloy Reinforced).*



1.3. Conductores

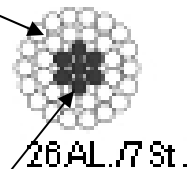
- El AAAC tiene mayor resistencia a la tensión que los conductores de aluminio de tipo ordinario.
- Los ACSR consisten de un núcleo central de alambre de acero rodeado por capas de alambre de aluminio.
- ACAR tiene un núcleo de aluminio de alta resistencia rodeado por capas de conductores eléctricos de aluminio tipo especial.

Ejemplo:

ACSR 26/7

26 Aluminio

7 Acero



1.3. Conductores

- Los conductores en general suelen ser clasificados en, según el tipo de recubrimiento:
- *Aislado*: Conductor rodeado por aislamiento para evitar la fuga de corriente o que el conductor energizado entre en contacto con tierra ocasionando un cortocircuito.
- *Anular*: Consiste en varios hilos cableados en tres capas concéntricas invertidas alrededor de un núcleo de cáñamo saturado.
- *Apantallado*: Conductor aislado cubierto con un blindaje metálico, generalmente constituido por una funda de cobre trenzado.
- *Axial*: Conductor de alambre que emerge del extremo del eje de una resistencia, condensador u otro componente.

1.3. Conductores

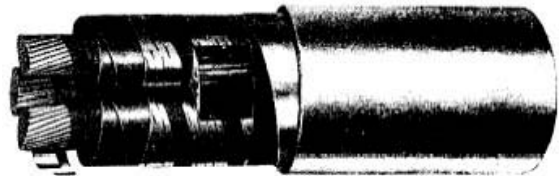
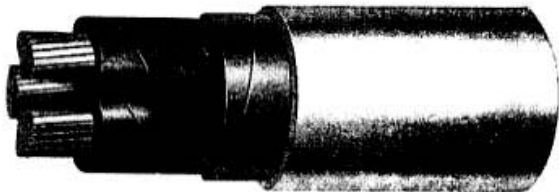
Algunos tipos de Cables



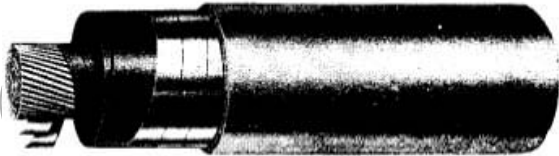
(a) Un solo conductor sólido, conductor redondo-compacto



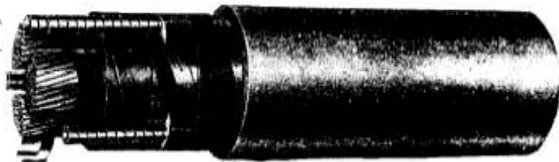
(b) Tres conductores trenzados, conductores de sector compacto



(c) Tres conductores apantallados, conductores de sector compacto



(d) Un solo conductor con relleno de aceite



(e) Tres conductores con rellenos de aceite

1.3. Conductores

- *Cables*: Se define cable como el conjunto formado de uno o varios conductores trenzados, debidamente aislados, provistos de uno o más recubrimientos protectores requeridos para que el conductor sea afectado por la corrosión, deterioro mecánico, etc.
- Existen una cantidad de conductores que son agrupados básicamente dos clases:
 - *Monopolar*: Cuando posee un solo conductor o un solo cableado.
 - *Multipolar*: Cuando posee dos o más conductores o cableados.

1.3. Conductores

- Muestra de diferentes tipos de cables de potencia



(a) Cable Monopolar Trenzado



(b) Cable Monopolar Trenzado



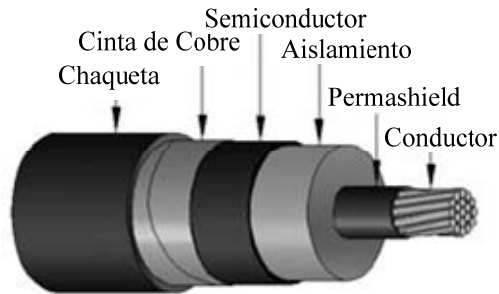
(c) Cable Multipolar, tradicional



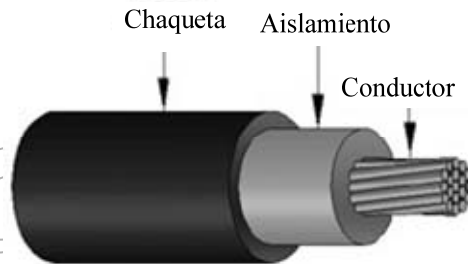
(d) Cable Multipolar de Potencia con Apantallamiento.

1.3. Conductores

- Cables de Potencia



Corte Transversal de un Cable de Potencia de 138 kV



Corte Transversal de un Cable de Potencia de 600V

1.3. Conductores

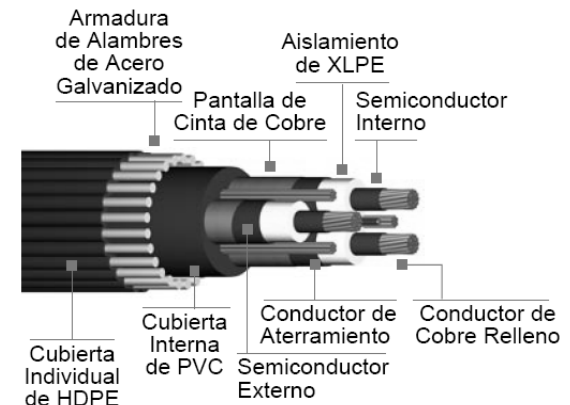
- Conductores eléctricos aislados se ha visto limitado a un pequeño campo, en donde las líneas aéreas no resultan una alternativa, tal es el caso de la Central Hidroeléctrica Macagua II, en el Estado Bolívar, en esta central se instalan cables subterráneos, del tipo *Land*, debido al hecho de la humedad reinante en el sector, además de preservar la belleza escénica de los Saltos Cachamai y Llovizna.
- En el estado Nueva Esparta con el resto de Venezuela, se realizó mediante un cable submarino del tipo *Oil Filled Cable*, de aproximadamente 25 Km., desde Chacopata hasta punta Mosquito.



Corte de la sección transversal de un conductor subacuático



Cable Submarino Monopolar



Cable Submarino Tripolar

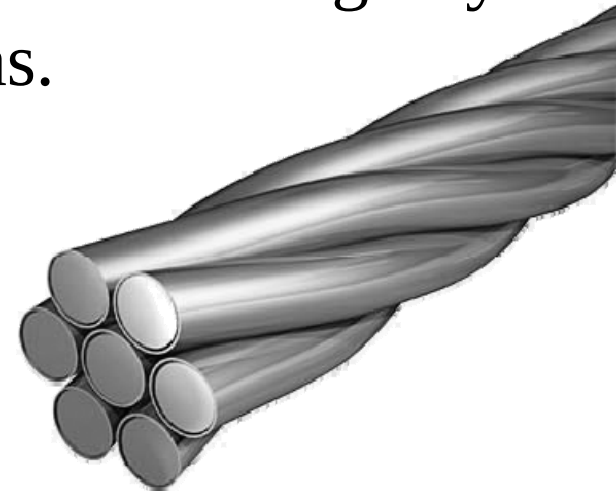
1.3. Conductores

- El alambre de acero recubierto de cobre o aluminio es un gran avance, que interesa a las compañías eléctricas, por ser el acero barato, fuerte y accesible, pero presentando como desventajas, su poca duración y conductividad.
- Para dar al alambre de acero la conductividad y duración necesaria, se recubre con una capa de cobre bien adherida.

1.3. Conductores

- La conductividad puede aumentarse haciendo más gruesa la capa de cobre o aluminio.
- Este tipo de alambre de acero encobrado o aluminizado, es conocido como *CopperWeld*, o *AlumoWeld*, se utiliza para vientos y como conductor en líneas rurales, donde los tramos son largos y las intensidades de corriente pequeñas.

Vista de la Sección Transversal de un
Conductor Cooperweld



1.4. Aisladores

- Sirven *fundamentalmente para sujetar a los conductores*, de manera que estos no se muevan en sentido longitudinal o transversal.
- Deben *evitar la derivación de la corriente de la línea hacia tierra*, ya que un aislamiento defectuoso acarrea pérdidas de energía y en consecuencia un aumento del gasto de explotación comercial del sistema.
- Sujetan *mecánicamente los conductores a las estructuras que los soportan*, asegurando el aislamiento eléctrico entre estos dos elementos.

1.4. Aisladores

- Los aisladores se pueden clasificar desde diferentes puntos de vista,
- Según el *material* elegido para su manufactura:
 - Aisladores de vidrio,
 - Aislantes de porcelana o,
 - Aislantes de plástico.
- Según su *uso* se tiene:
 - Aisladores de intemperie y,
 - Aisladores de recintos cubiertos.



1.4. Aisladores

- Según *el diseño* que se coloque:
 - Aisladores rígidos o de soporte (*Post Type*)
 - Aisladores de suspensión
 - Aisladores de tipo Espiga, Palillo o Pin (*Pin-Type*).
- Según el régimen de operación:
 - Aisladores de corriente continua (dc) y,
 - Aisladores de corriente alterna (ac)



Soporte



Plato de Suspensión



Tipo Pin

1.4.1. Materiales para Aisladores

- Las pioneras líneas de transmisión aéreas de distribución de electricidad de *alta tensión de corriente continua* en 1882 y luego de *alterna* en 1885, fueron construidas con aisladores de *vidrio* recocido rígidamente ligados al soporte, a los cuales estaban sujetos los conductores por medio de una ligadura.



1.4.1. Materiales para Aisladores

- La *porcelana* se probó sin gran éxito entre 1890 y 1893, para cuando se desarrollo el procedimiento de fabricación por vía húmeda, que *permitió obtener un material no poroso*, de características mecánicas superiores a las del vidrio recocido.

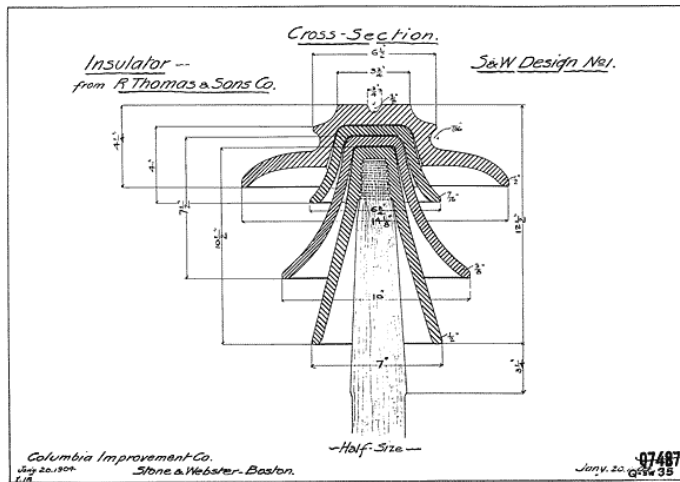


Diferentes tipos de Aisladores empleados a lo largo de la historia

<http://www.insulators.com>

1.4.1. Materiales para Aisladores

- A partir de 1935, se *utilizó el templado para los dieléctricos de vidrio*, obteniéndose piezas con gran resistencia mecánica.
- Esencialmente los imperativos mecánicos son los que han presidido la evolución de los aislantes utilizados, para las líneas de transporte de energía

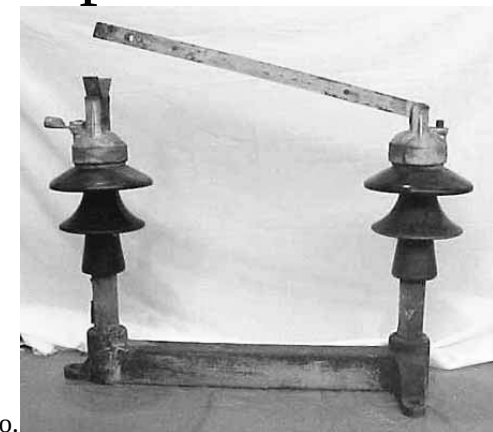


Paderno line in Italy



1.4.1. Materiales para Aisladores

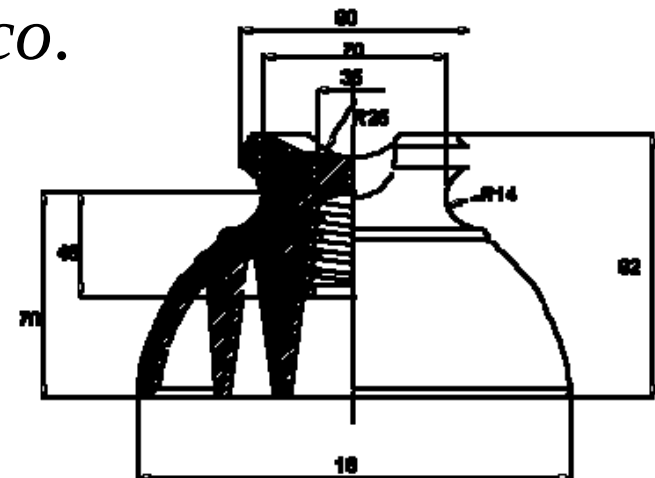
- El material que hasta el presente parece haber dado mejores resultados para uso a la intemperie es la porcelana.
- Con tal finalidad se usa exclusivamente la porcelana dura vidriada, la cual consiste de mezcla de feldespato, cuarzo y caolín, pues es la mejor que satisface las condiciones requeridas por un buen aislante.



Un interruptor raro M-3250 recuperado de Thousand Springs planta hidroelectrica en Idaho.

1.4.1. Materiales para Aisladores

- Un inconveniente se presenta en la elaboración de la porcelana, debido a la contracción que experimenta el material durante la segunda cocción (secado y sinterización), lo que *arroja una inevitable inseguridad en las dimensiones finales*.
- Otro inconveniente de la porcelana en servicio, es la *fragilidad ante descargas por arco*.



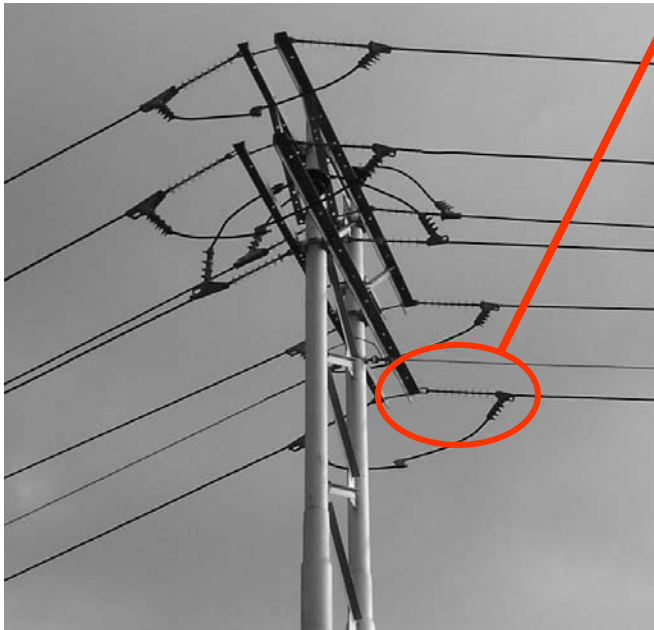
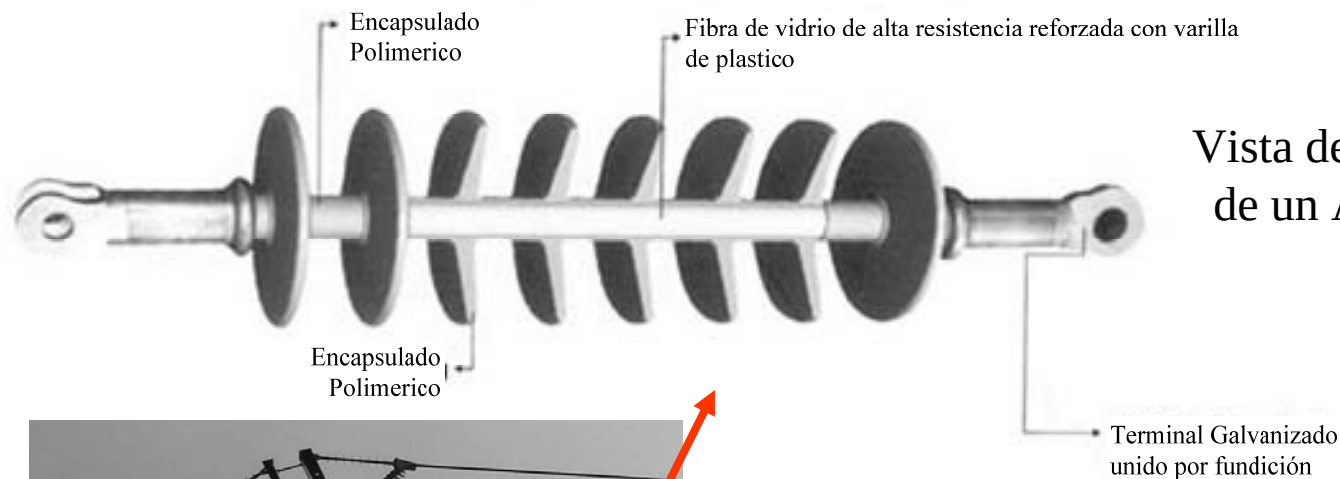
1.4.1. Materiales para Aisladores

- Otras ventajas del vidrio en comparación con la porcelana son: *su constante dieléctrica de 7.3* (la de la porcelana es 6).
- *Elevado coeficiente de expansión térmica mayor a la del vidrio; de tal modo el aislador de vidrio en consecuencia, soporta los cambios bruscos de temperatura.*

1.4.1. Materiales para Aisladores

- Los *aisladores de plástico* se han venido encontrando una aplicación cada vez mayor de las instalaciones de alta tensión bajo techo, debido fundamentalmente a las ventajas que presentan frente a los aisladores de cerámica y vidrio, entre las cuales resaltan:
 - Mayor libertad y facilidad en el acabado final del aislador, permitiendo además el vaciado simultáneo de piezas metálicas.
 - Mejor comportamiento elástico y mayor resistencia contra impactos mecánicos
 - Peso reducido y elevada resistencia dieléctrica.

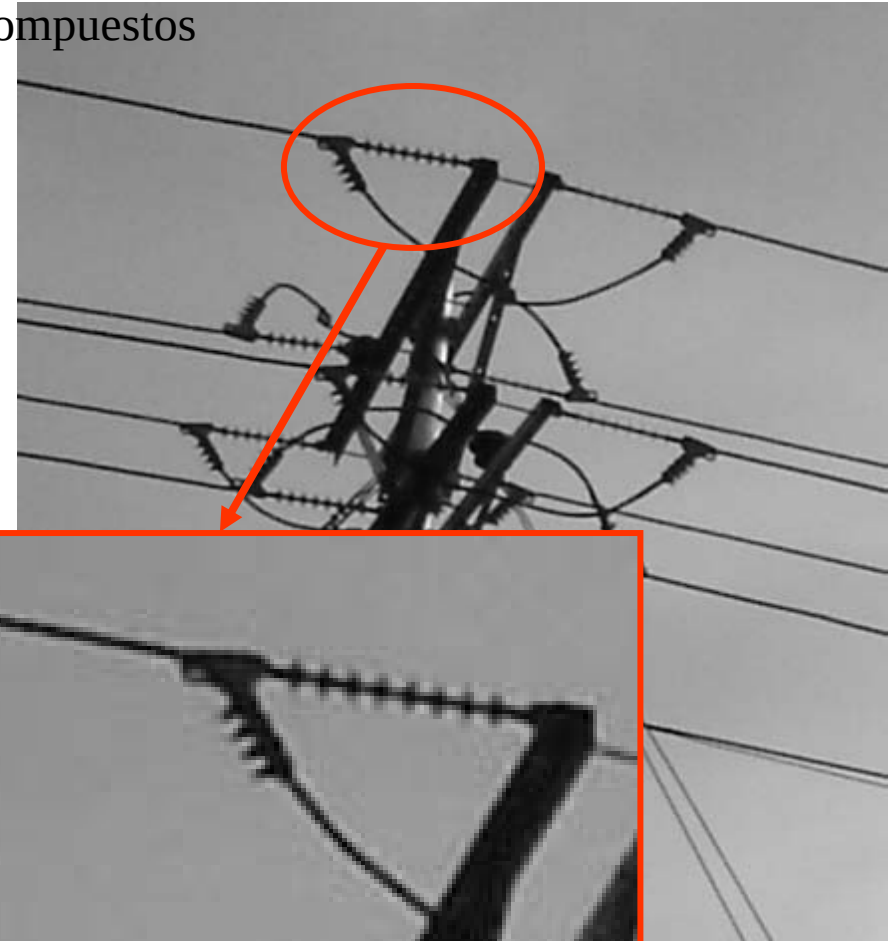
1.4.1. Materiales para Aisladores



Fotografía de Poste de 34.5kV con Aisladores Poliméricos. Propiedad de Turboven. Maracay, Venezuela

1.4.1. Materiales para Aisladores

Muestra de Diferentes Tipos de Aislantes Compuestos



Fotografía de Poste de 34.5kV con Aisladores Poliméricos. Propiedad de Turboven. Maracay, Venezuela

1.4.1. Materiales para Aisladores

Diferencia entre los Aisladores de Vidrio y Porcelana

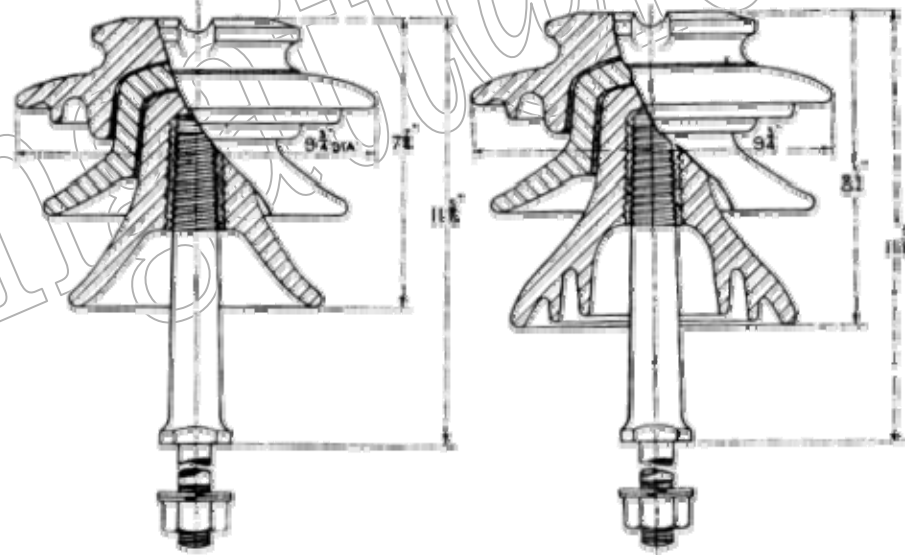
<i>Vidrio</i>	<i>Porcelana</i>
Se hace fácil la detección de defectos internos (el vidrio es transparente)	No se pueden detectar defectos internos
Sufren un recalentamiento menor debido a los rayos solares, ya que la mayoría pasan a través del aislador y no son absorbidos.	Se calientan fácilmente por la acción de los rayos solares
Son más vistosos por lo que son presa fácil para cazadores y actos vandálicos	No son vistosos
Fácil inspección desde el suelo o helicóptero, se observa su estado sin ningún error.	Su inspección debe ser detallada
No se perforan a los cambios de tensión.	Se perforan más fácilmente

1.4.2. Aisladores de Resistencia Controlada

- Basándose en la teoría de que el deterioro de los *aisladores contaminados* obedece a que con las primeras gotas de lluvia se *forman pequeños arcos que secan y calientan un trozo de la superficie*, y que esa variación grande y brusca de la temperatura es la que llega a causar hasta el estallido de los aisladores normales
- Una fabrica desarrollo *un tipo de aislador que tiene en su superficie una capa semiconductora que garantiza que siempre habrá una pequeña corriente pasando por toda la superficie.*

1.4.2. Aisladores de Resistencia Controlada

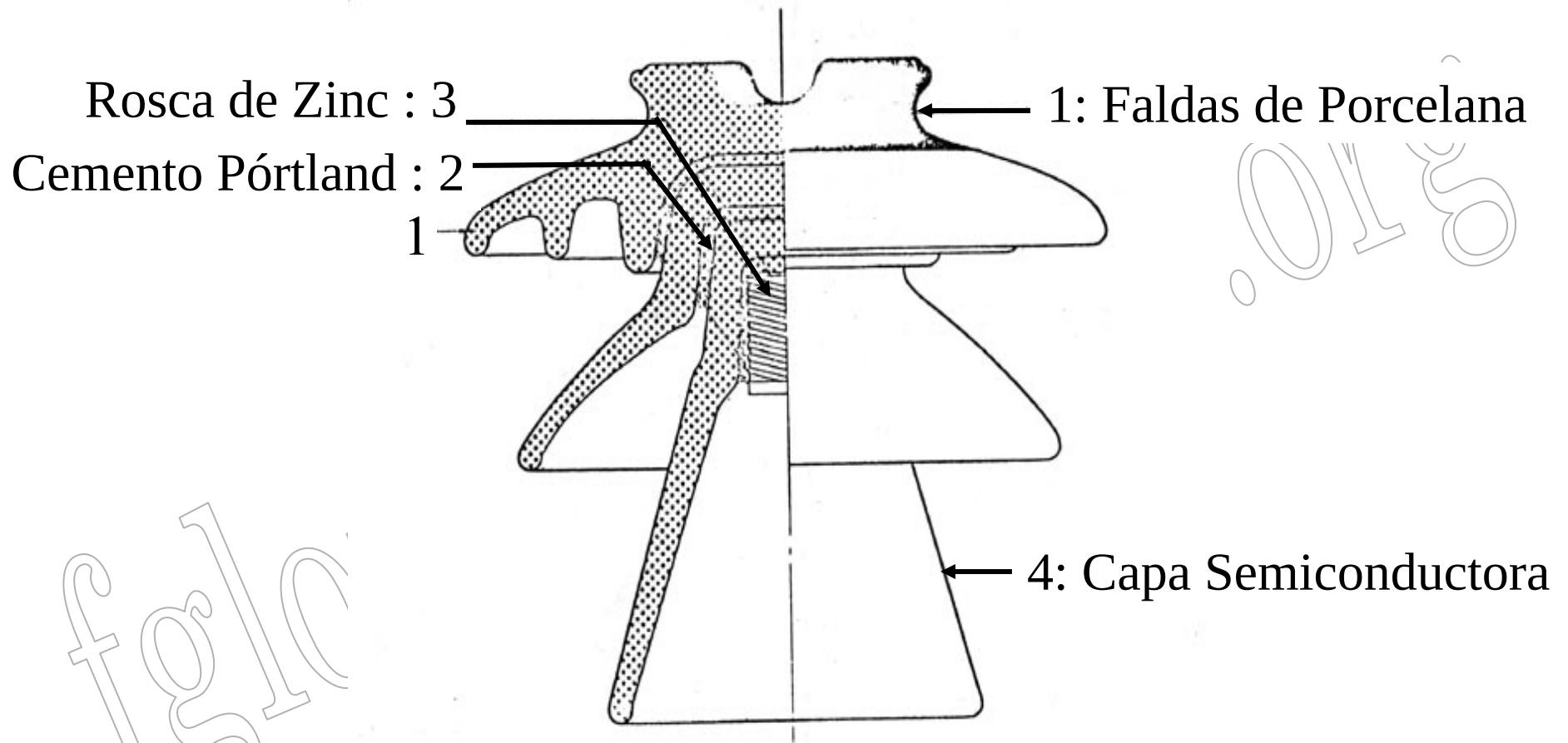
- La idea de hacer circular una intensidad de corriente estacionaria a través o a lo largo de toda la superficie del aislador, se ha verificado que la misma *previene la distribución no uniforme de tensión a lo largo del cuerpo del aislador.*



1.4.2. Aisladores de Resistencia Controlada

- El empleo de capas semiconductoras en aisladores antiparásitos, trata de poner en cortocircuito a aquellas partes del aislador expuestas a descargas, haciendo circular una intensidad de corriente determinada a través de las mismas.

1.4.2. Aisladores de Resistencia Controlada



Aislador Antiparásito

1.4.2. Aisladores de Resistencia Controlada

- Actualmente hay varios fabricantes trabajando con este compuesto, entre ellos NGK del Japón, *La Lapp Insulator* de EE.UU. y *Doulton* de Inglaterra.
- Los resultados obtenidos hasta el presente con este tipo de aislador son muy prometedores:
 - Permitirá reducir los peligros de descargas ocasionados por los diferentes agentes,
 - Permitirá reducir también apreciablemente la longitud de la cadena de aisladores en sistemas de muy altas tensiones

1.4.3. Tipos de Aisladores según su Diseño

- Los aisladores pueden ser clasificados según el diseño que se coloque, distinguiéndose dos grandes grupos:
 - Aisladores rígidos o de soporte (*Post Type*)
 - Aisladores de suspensión
 - Aisladores de tipo Espiga, Palillo o Pin (*Pin-Type*)



Soporte



Plato de Suspension

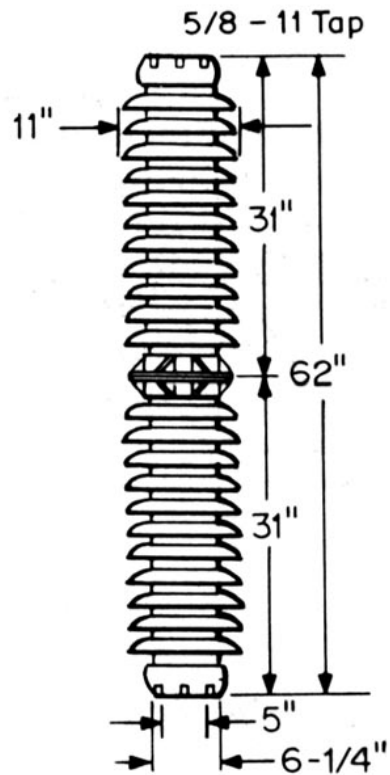


Tipo Pin

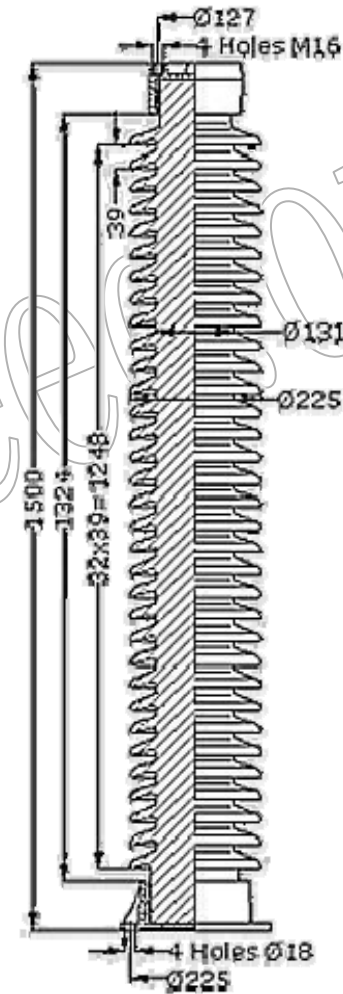
1.4.4. Aisladores de Soporte

- Se emplean generalmente en sistema de hasta 69 kV, constan o bien de una sola pieza de porcelana, o de varias piezas cementadas entre sí.
- La superficie del núcleo, sigue, en lo posible, la dirección de las líneas de fuerza y las campanas viene a ser perpendiculares a las mismas, con lo cual se evitan, por un parte, los espacios huecos con intenso flujo de campo electrostático, y por otra, se consigue que la distribución del campo sea aproximadamente la misma en estado seco que en estado húmedo

1.4.4. Aisladores de Soporte



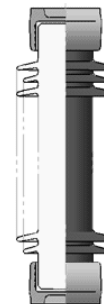
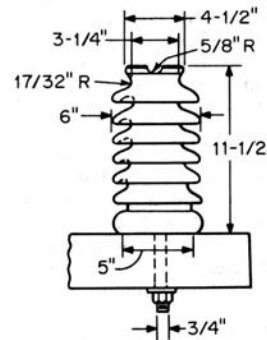
Aislante de Subestación *Post-Type*, para 161 kV



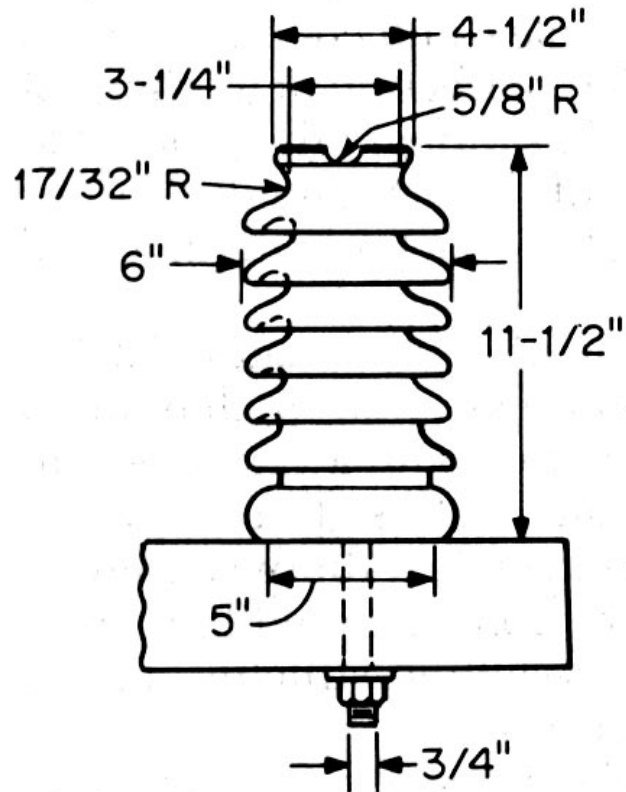
Ejemplo de un Aislante de Subestación *Post-Type*

1.4.4. Aisladores de Soporte

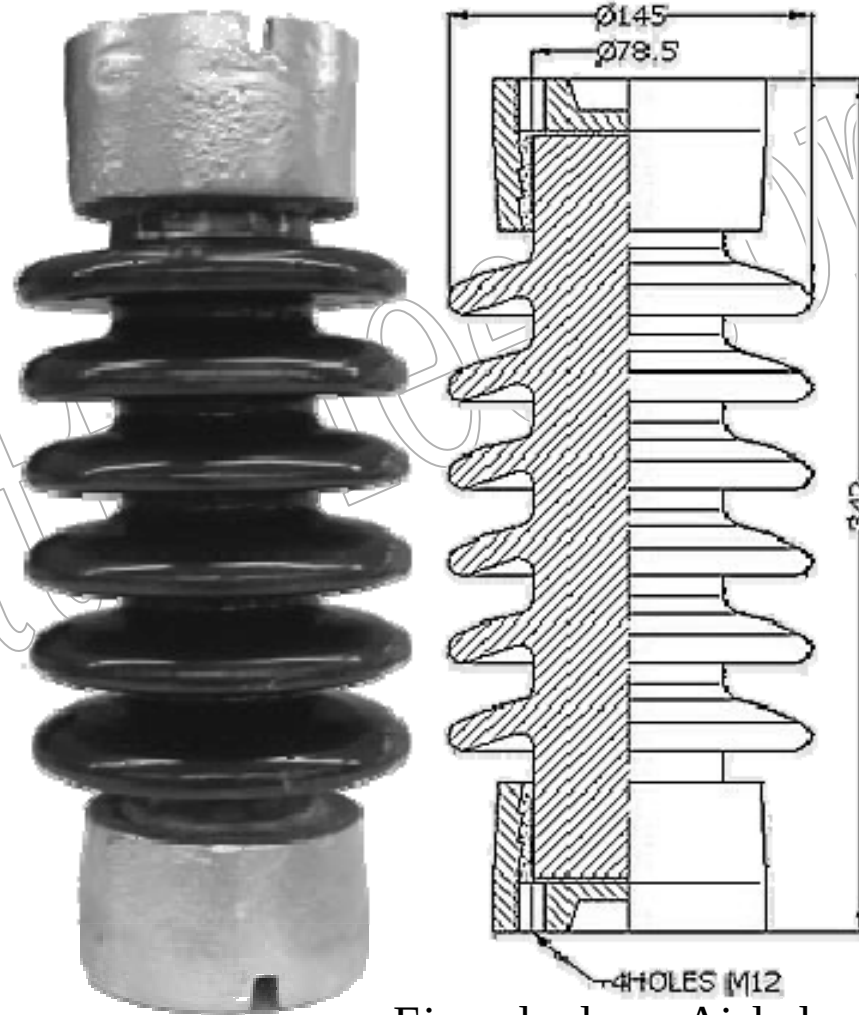
- Con miras a obtener economía de inversión, a veces se reemplazan las cadenas de aisladores por aisladores de un solo cuerpo que es de *tipo sólido* y hace veces de la cadena pues oscila de su punto de sujeción y aunque no es tan flexible, le permite al conductor sus movimientos en todos los sentidos.
- Se produce de dos tipos: uno para condiciones normales, y otro con mayor número de pliegues para cuando existe polución.



1.4.4. Aisladores de Soporte



Aislador *Post-Type*, 35 kV



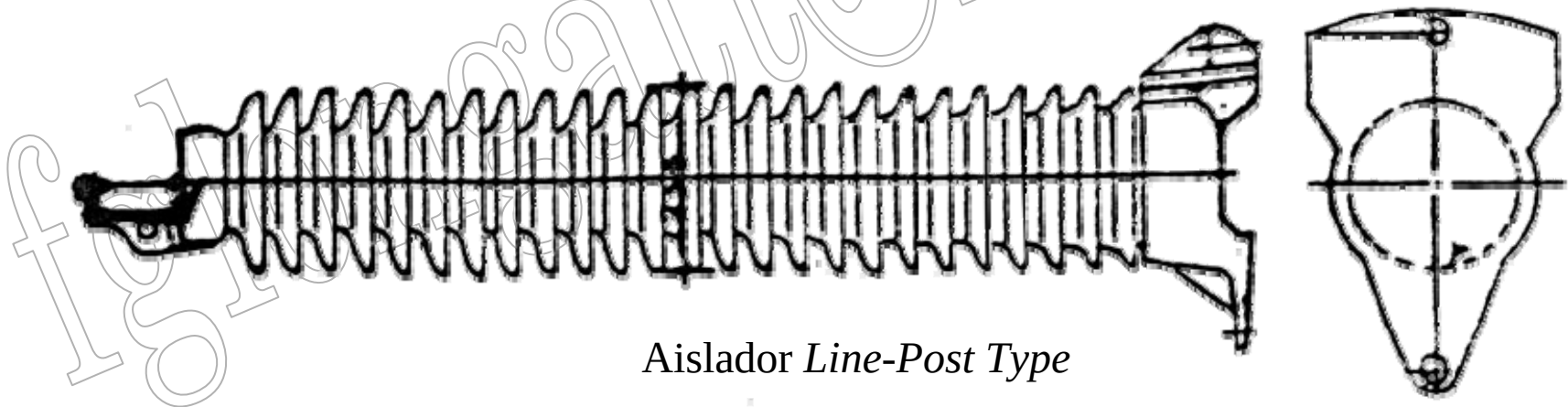
Ejemplo de un Aislador *Post-Type*

1.4.4. Aisladores de Soporte

- En Norteamérica, se han desarrollado un tipo que además de ser rígido tiene en un extremo un soporte con el cual se puede anclarse al poste mediante tornillos, y en el otro extremo una mordaza de suspensión.
- Las ventajas de este tipo conocido como *Line-Post* son que se evita la construcción de los brazos; se ahorra espacio, lo que permite su utilización en zonas urbanas sin que presente mucha interferencia, y luego su disposición horizontal lo hace recomendable en zonas donde haya salitre pues se lava fácilmente sin que se produzca contorneos, o bien sea con lluvia o lavado a presión.

1.4.4. Aisladores de Soporte

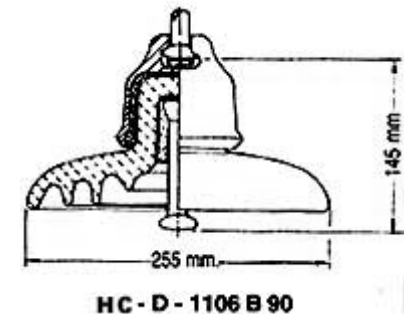
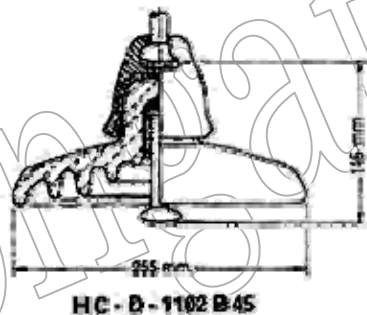
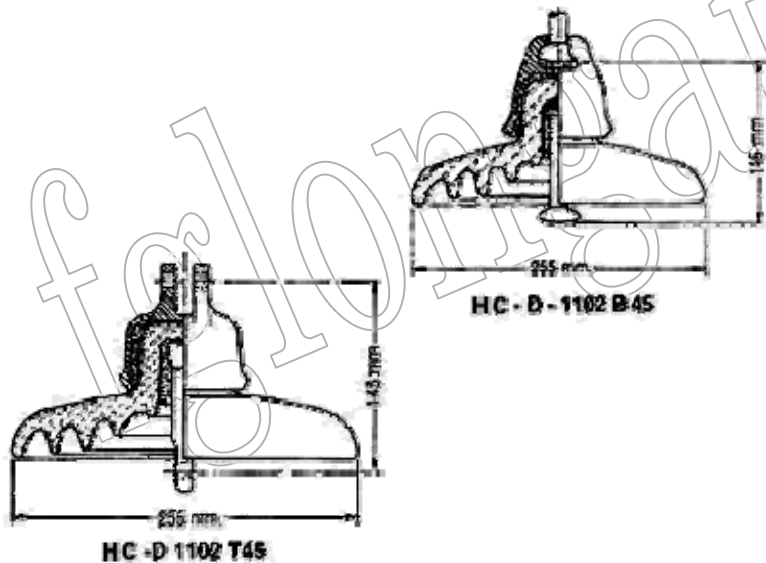
- Los aisladores de tipo soporte también son conocidos como *aisladores de cuerpo macizo*, ya que están constituido por un cilindro macizo de cerámica provisto de aletas, que tienen en cada extremo una pieza metálica de conexión.



Aislador *Line-Post Type*

1.4.5. Aisladores de Suspensión

- Este tipo de aislador también es denominado *plato*
- El material aislante (porcelana, vidrio, etc.) tiene adherido con cemento a lado y lado, elementos metálicos que se pueden encajar uno dentro de otro, permitiendo la formación de cadenas flexibles.



1.4.5. Aisladores de Suspensión

- También se encajan los accesorios de conductor o herrajes, además de las estructuras, con lo cual completan su fijación.

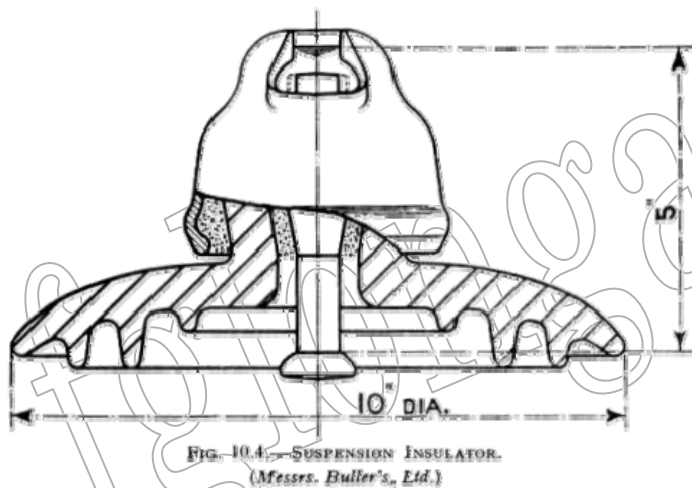


Figure 9.20. Installing vee arrangement of suspension insulator strings carrying four bundled conductors per phase at 300 kV. (Courtesy of Ohio Brass Company.)

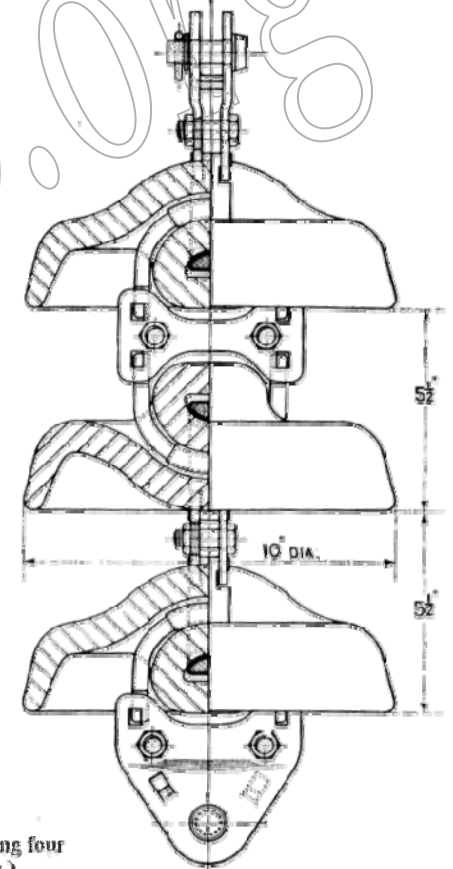
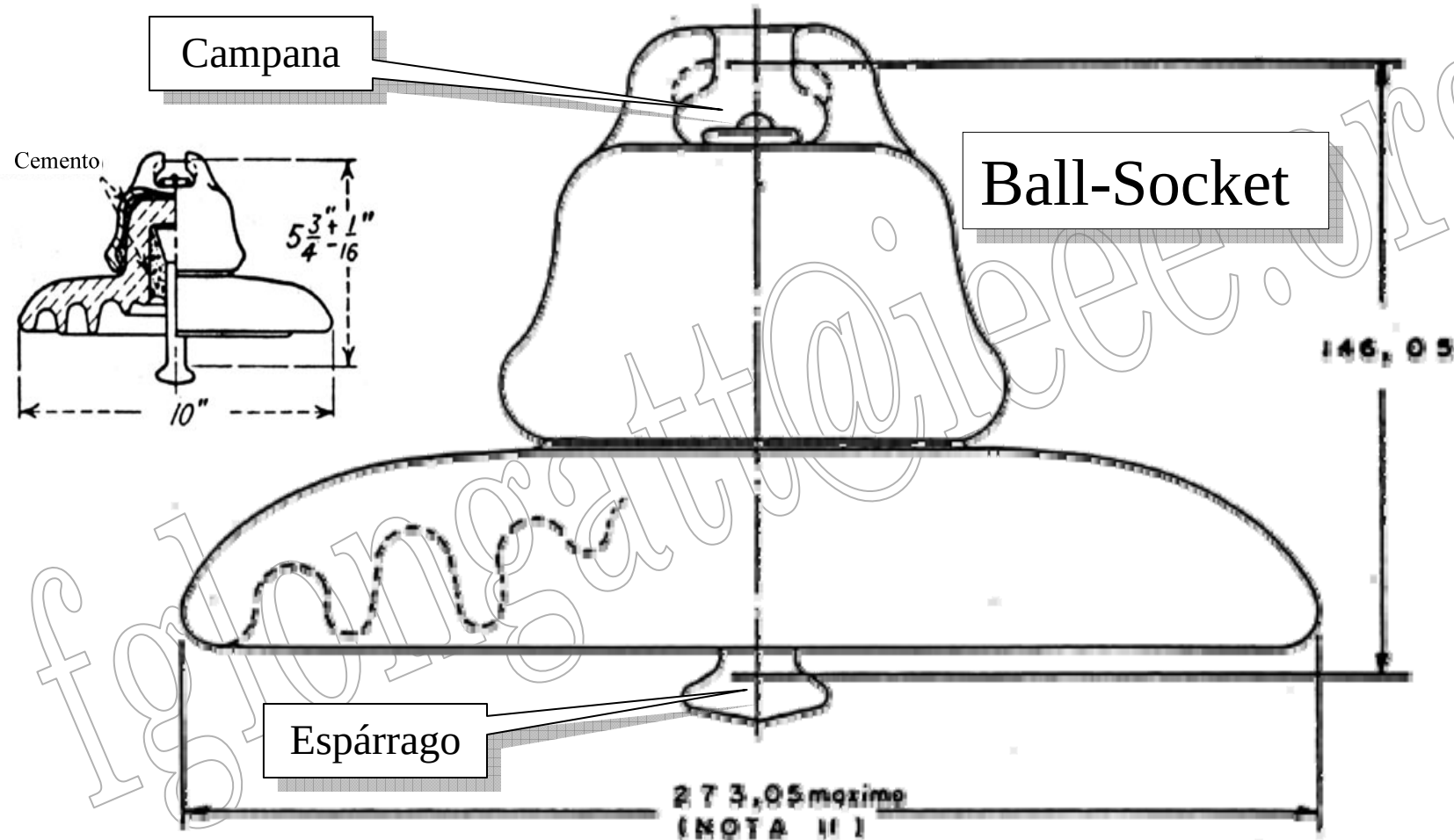
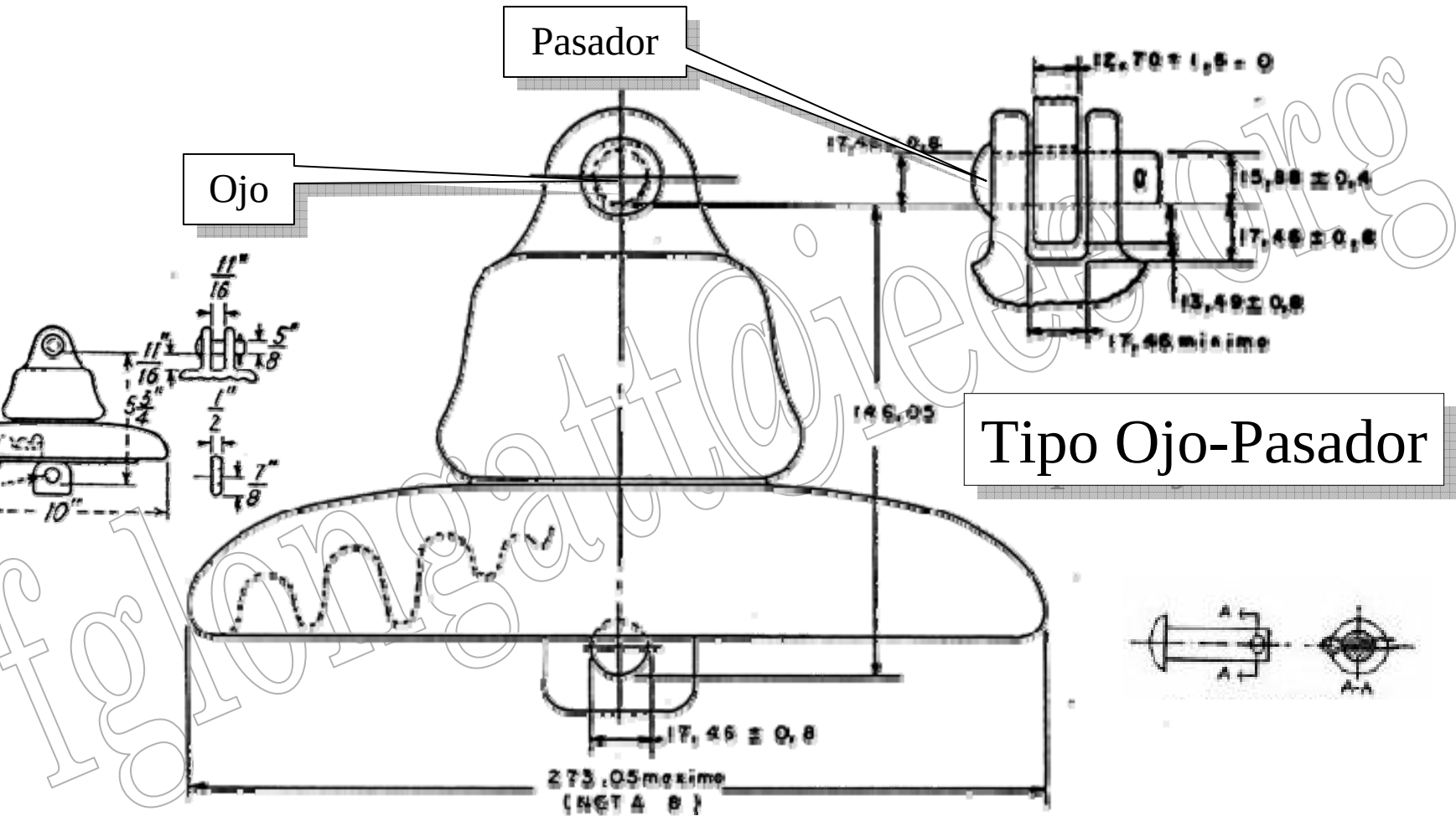


FIG. 10.5.—HEWLETT INSULATORS. (Messrs. Buller's, Ltd.)

1.4.5. Aisladores de Suspensión

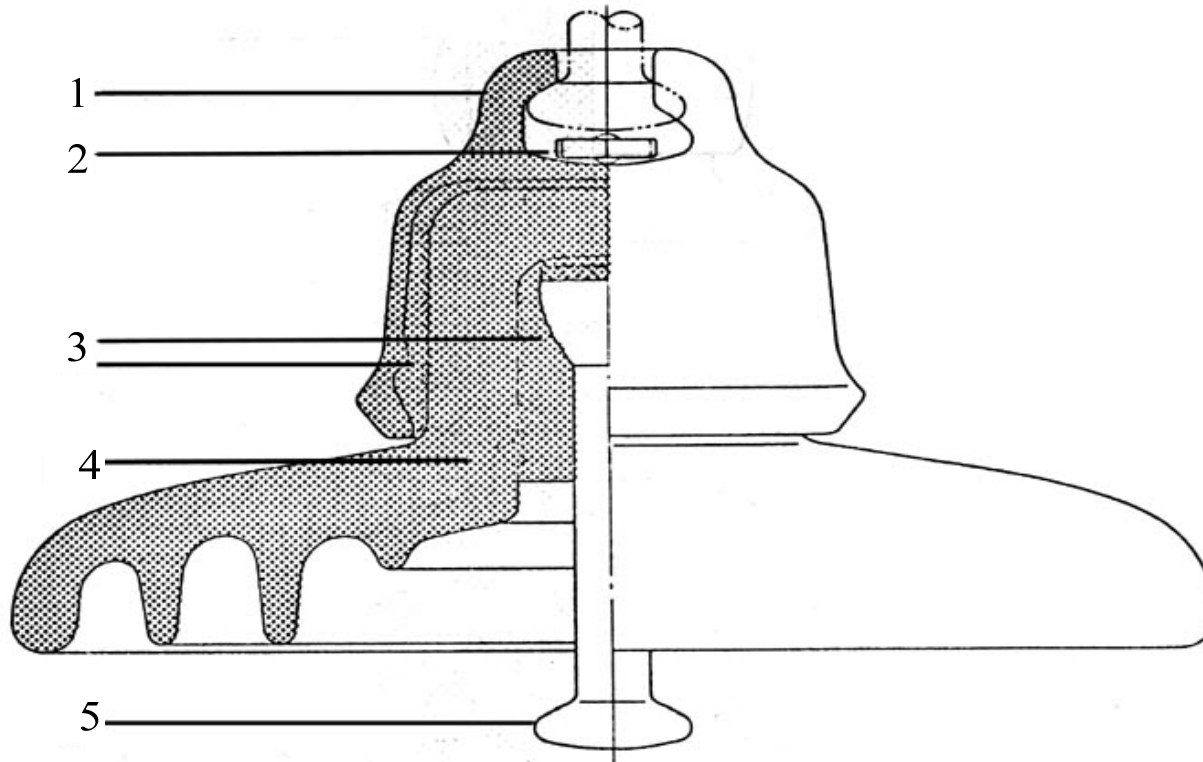


Aislante de Suspensión, Tipo Campana Espárrago (*Ball and Socket Type*)



LINEAS DE TRANSMISION	Francisco M. Gonzalez-Longatt, fglongatt@ieee.org
Capitulo 1: Elementos de Líneas de Transmisión Aéreas	Copyright © 2007

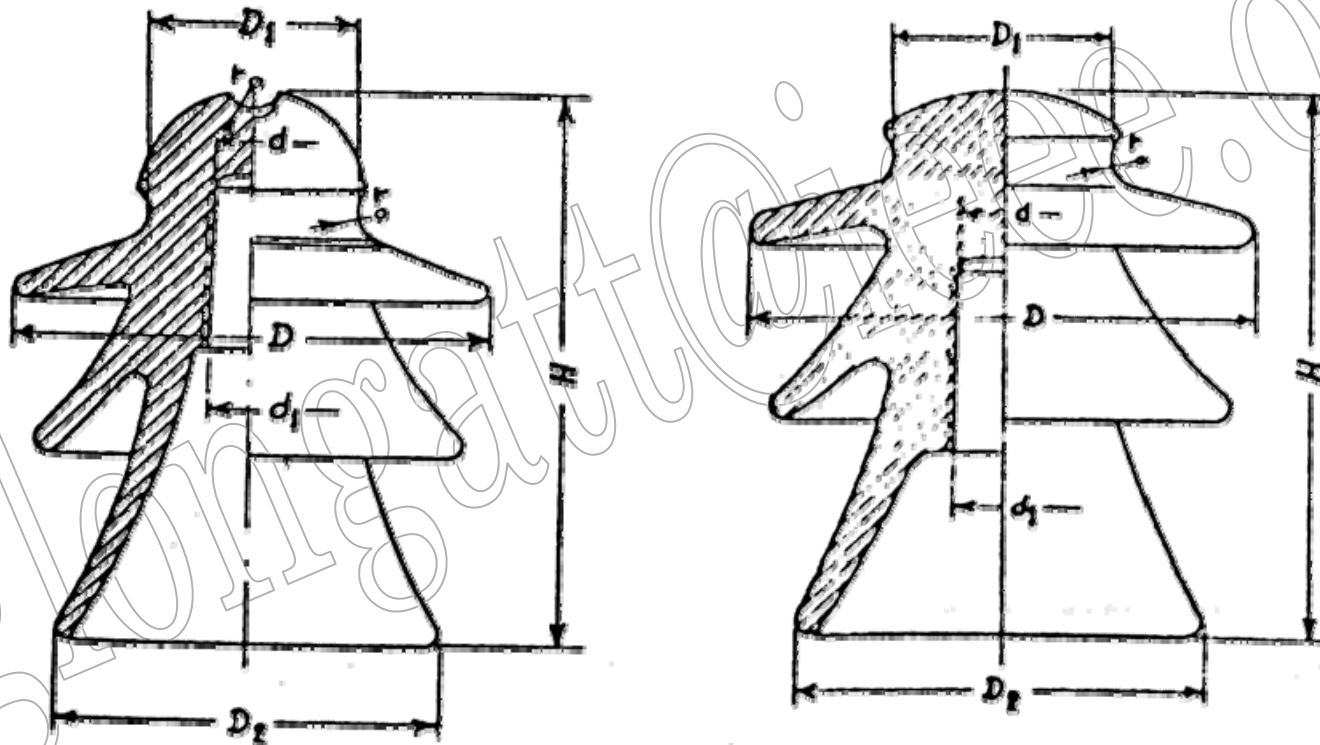
1.4.5. Aisladores de Suspensión



Partes de Aislador de suspensión, tipo Campana-Espárrago. 1 Caperuza Metálica, denominada también capurucha, fabricada de acero galvanizado en caliente. 2 Pasador de Seguridad, fabricado en latón o acero inoxidable. 3 Cemento Portland. Tiene como finalidad unir a la caperuza metálica a la falda del elemento. 4. Falda de cerámica o vidrio templado. Últimamente también de plástico, cuando menos para fines experimentales. 5. Espárrago de fabricado de acero galvanizado.

1.4.6. Aisladores Espiga, Palillo o Pin (*Pin Type*)

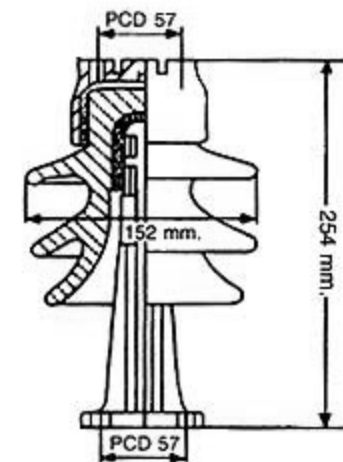
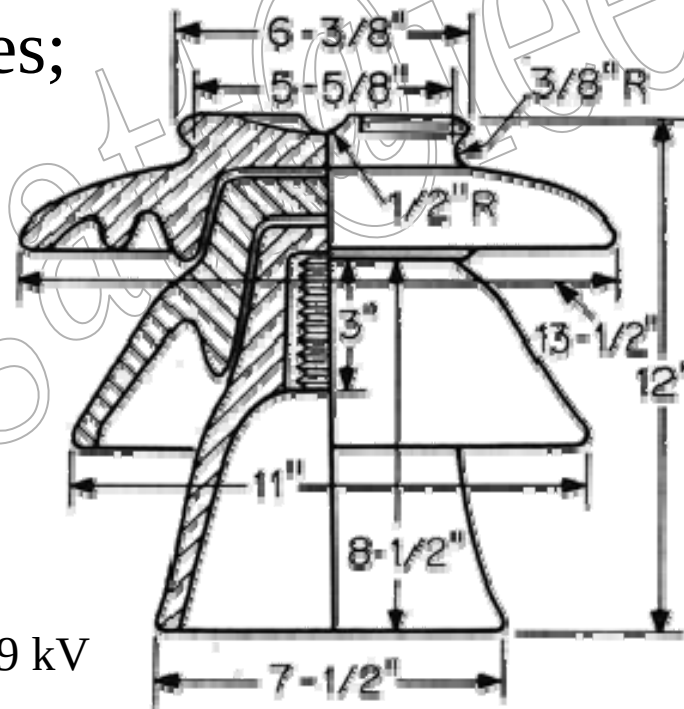
- Se caracteriza porque la fijación que hacen del conductor es rígida.



Aisladores de Soporte de la firma PIGA

1.4.6. Aisladores Espiga, Palillo o Pin (*Pin Type*)

- Hay variedades en cuanto al tamaño y forma de sujetar al conductor; en su gran mayoría requieren de ligaduras, o sea de hilos del mismo material del conductor que amarren este del aislador, gracias a sus formas exteriores;

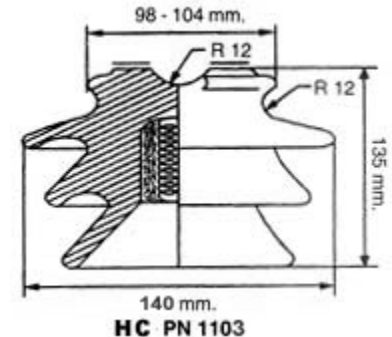
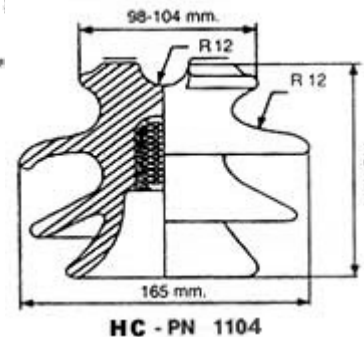
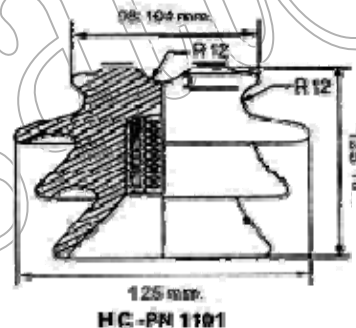


HC - PS1102

Aislador Típico *Pin-Type* de 69 kV

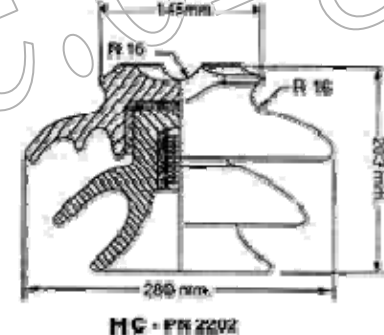
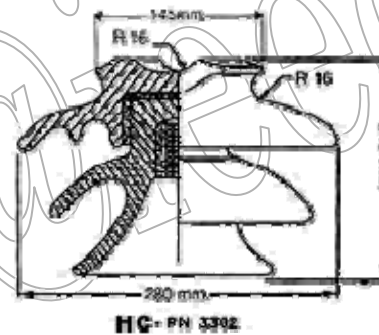
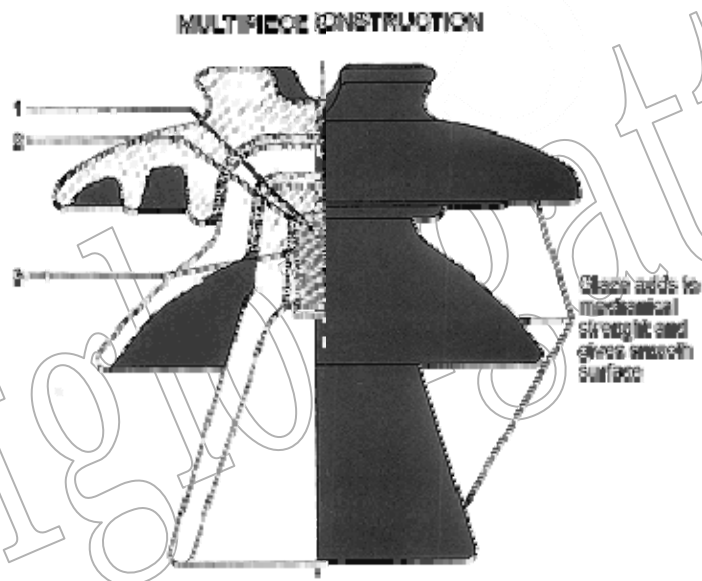
1.4.6. Aisladores Espiga, Palillo o Pin (*Pin Type*)

- También los hay que tiene una pinza o mordaza en el tope estos aisladores tiene una rosca interna que aloja la espiga y a ella se ajusta gracias a una caperuza de plomo que se deforma para asentarse a la cruceta, y sobresale a partir de ella roscada, en una longitud que varia si se trata de cruceta de hierro o madera



1.4.6. Aisladores Espiga, Palillo o Pin (*Pin Type*)

- El dieléctrico es de vidrio templado, porcelana, y hasta plástico en tiempos recientes.
- El material de conexión es un mortero de cemento aluminoso o *Portland*.



1.4.6. Aisladores Espiga, Palillo o Pin (*Pin Type*)

- La forma de la cabeza esta diseñada de tal modo, que los esfuerzos de tracción aplicados al aislador se transforman, tanto como sea posible, en compresión en los dieléctricos, ciertas tensiones de cizalladura.

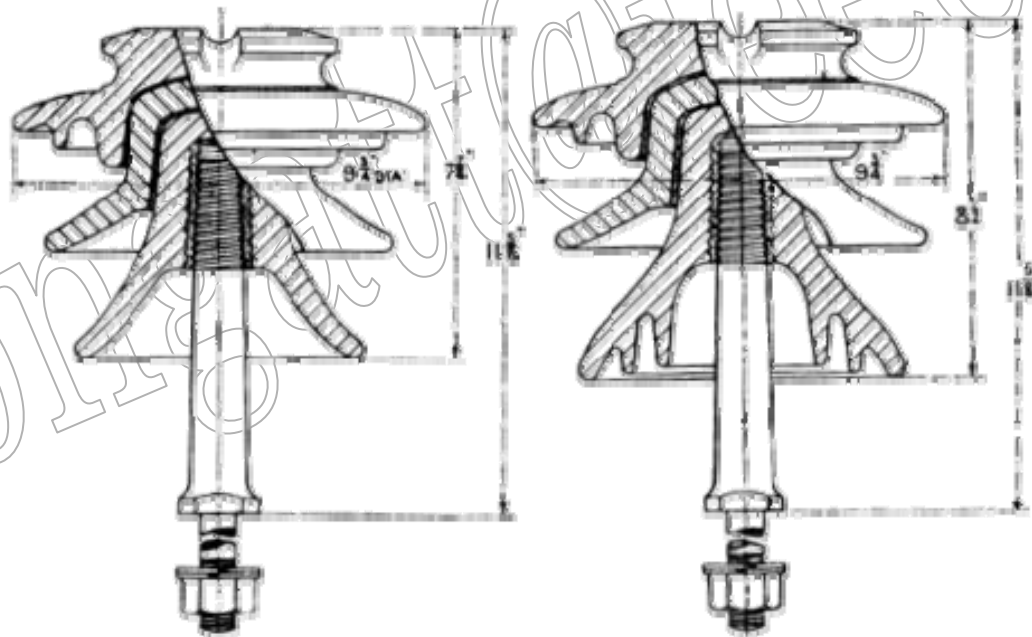
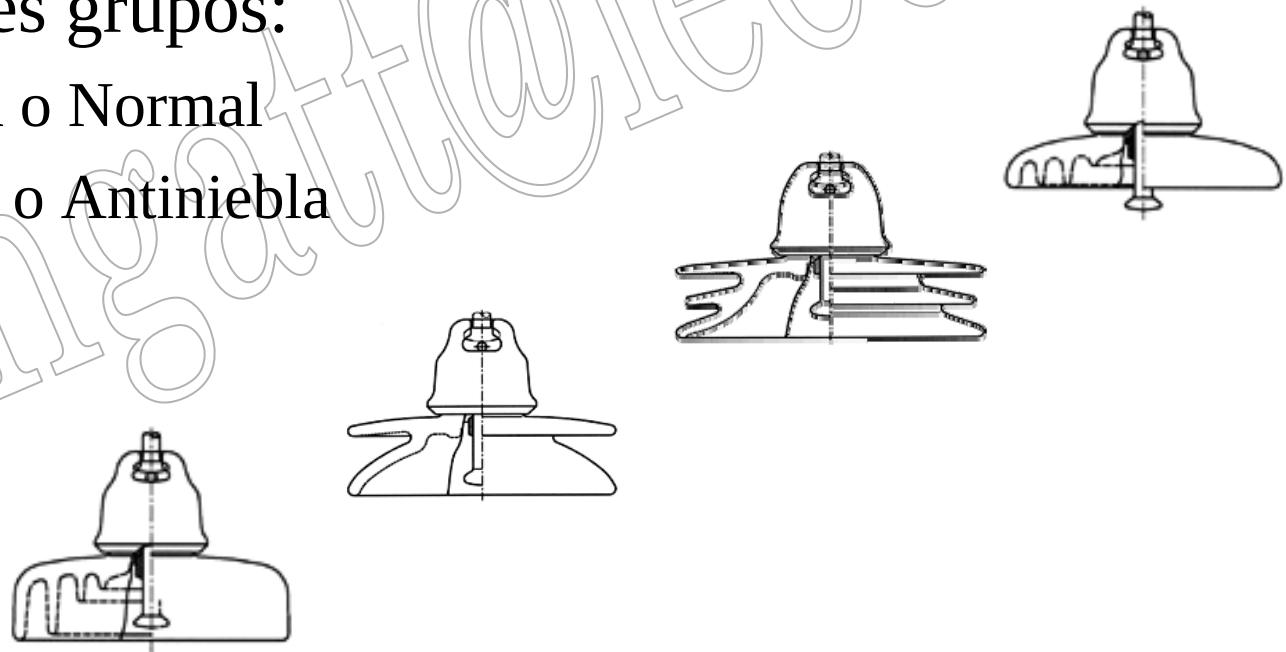


FIG. 10.1.—PIN-TYPE INSULATORS.

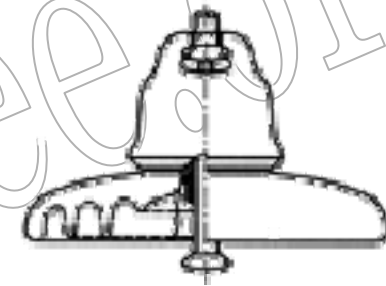
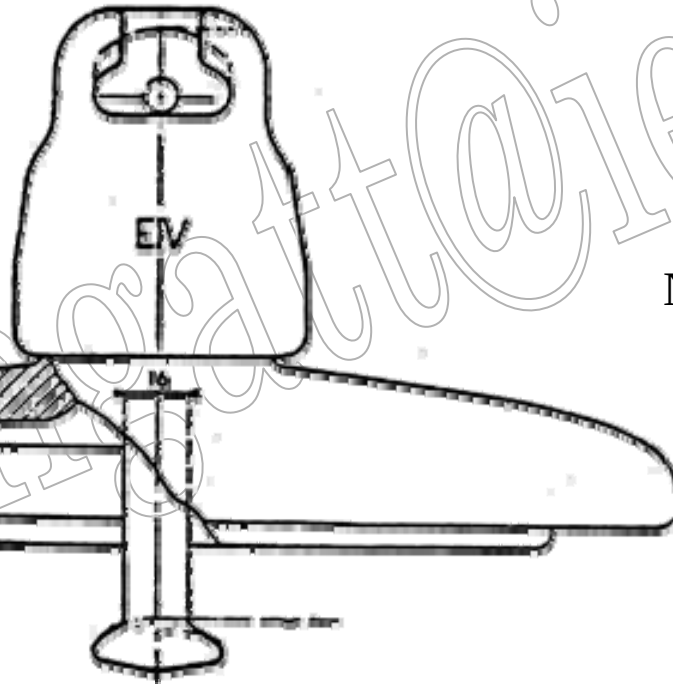
1.4.7. Tipos según las Condiciones Ambientales

- Según las *condiciones ambientales* que afronten el aislador, aunque algunos autores entre ellos Luis A. Siegert, lo hacen en *función de la configuración de las corrugaciones de la falda*, siendo agrupados en dos grandes grupos:
 - Standard o Normal
 - Anti-fog o Antiniebla



1.4.7. Tipos según las Condiciones Ambientales

- *Standard o Normal*: Se utiliza en zonas de clima templado y razonablemente limpias sin contaminación o *polución*.



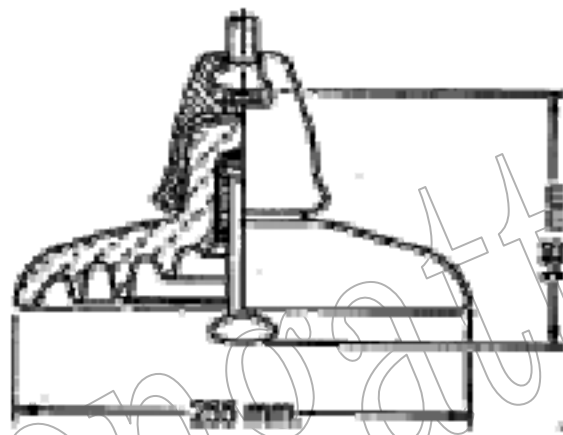
Normal type for light contamination



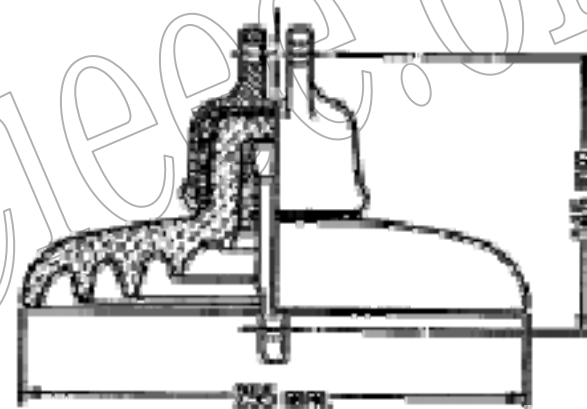
Aislador de Suspensión Tipo Normal

1.4.7. Tipos según las Condiciones Ambientales

- *Standard o Normal*: En este tipo de aisladores las corrugaciones no sobresalen del borde inferior.



(a) Ball Socket



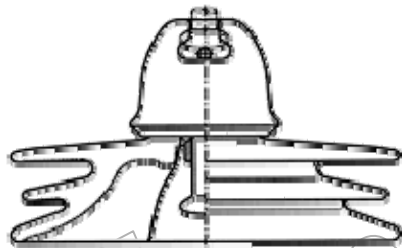
(b) Clevis Type

Aislador de Suspensión Tipo Normal

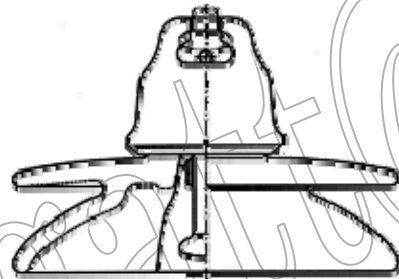


1.4.7. Tipos según las Condiciones Ambientales

- *Anti-Fog o Antiniebla:* Se utiliza en ambientes contaminantes (costas, desiertos, industrias, etc.). Para una misma longitud de la cadena y unas líneas de fuga mayor.



Standard Outer-Rib



Extra Leakage Outer-Rib



NGK INSULATORS, LTD.

<http://www.ngk.co.jp/>



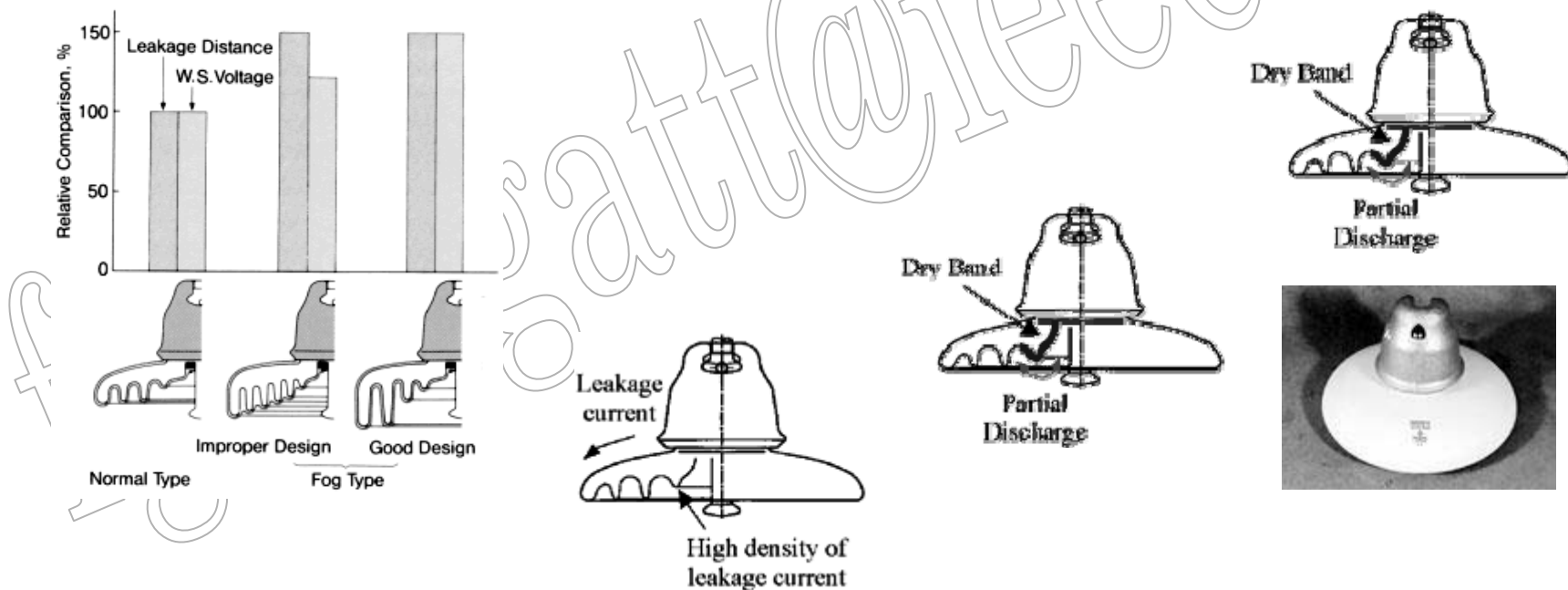
NGK

$\pm 500\text{kV}$ DC T/L (USA)



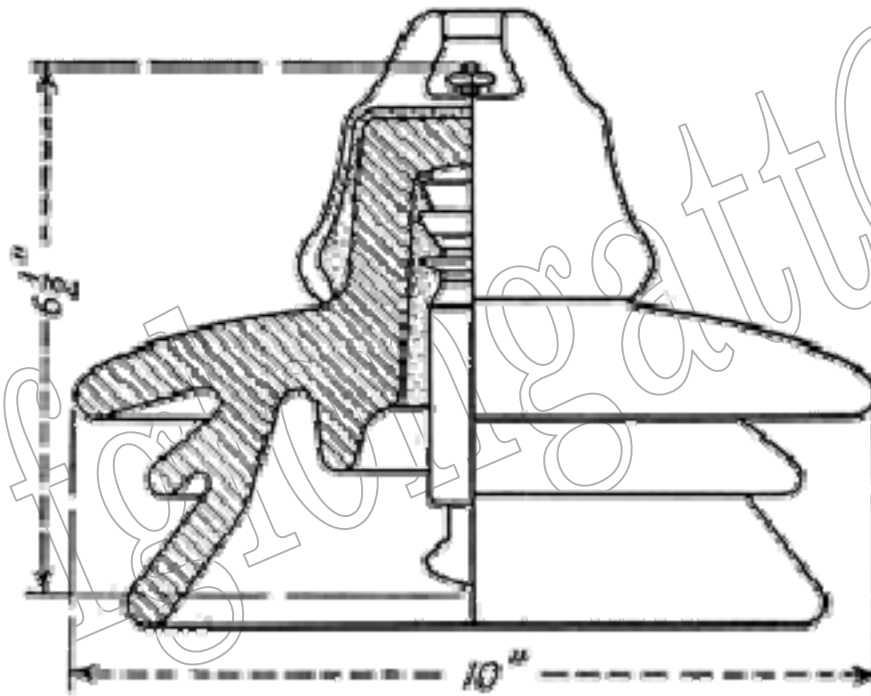
1.4.7. Tipos según las Condiciones Ambientales

- *Anti-Fog o Antiniebla:* Estos aisladores también denominados antiniebla, poseen un número de ondulaciones menores, pero mucho más pronunciado, de tal forma que sobresalga del borde inferior.



1.4.7. Tipos según las Condiciones Ambientales

- *Anti-Fog o Antiniebla:* En los desiertos es común la utilización del aislador tipo *Nordem*, con gran distancia de fuga, en forma de campana.

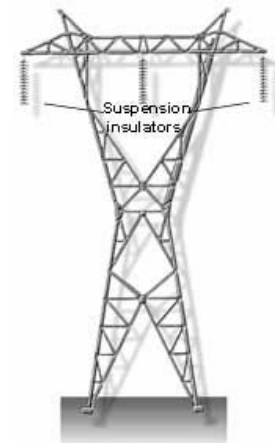
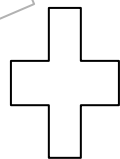


Aislador *Smog-Type*. Ohio Brass Company



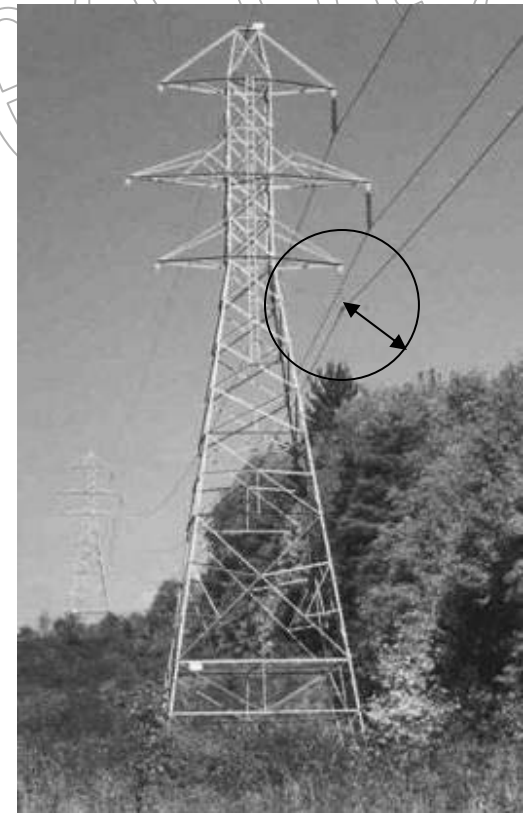
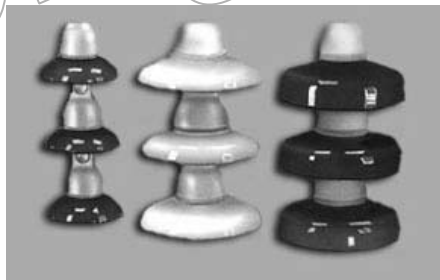
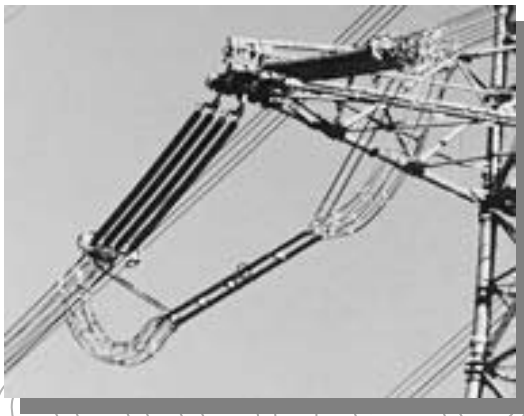
1.4.8. Cadenas de Aisladores

- El alto nivel de voltaje en la cual operan se hace necesario la utilización de cadenas de aisladores, constituidas por n aisladores en serie.
- El *nivel de aislamiento de la cadena* es siempre menor que n veces la aislamiento de un aislador solo, y esto es más notorio cuando el número de aisladores es grande.



1.4.8. Cadenas de Aisladores

- El *largo de la cadena depende del voltaje*, mientras más grande aumenta el largo de la cadena, para cumplir con la distancia mínima, y se requiere una altura mayor en las torres.

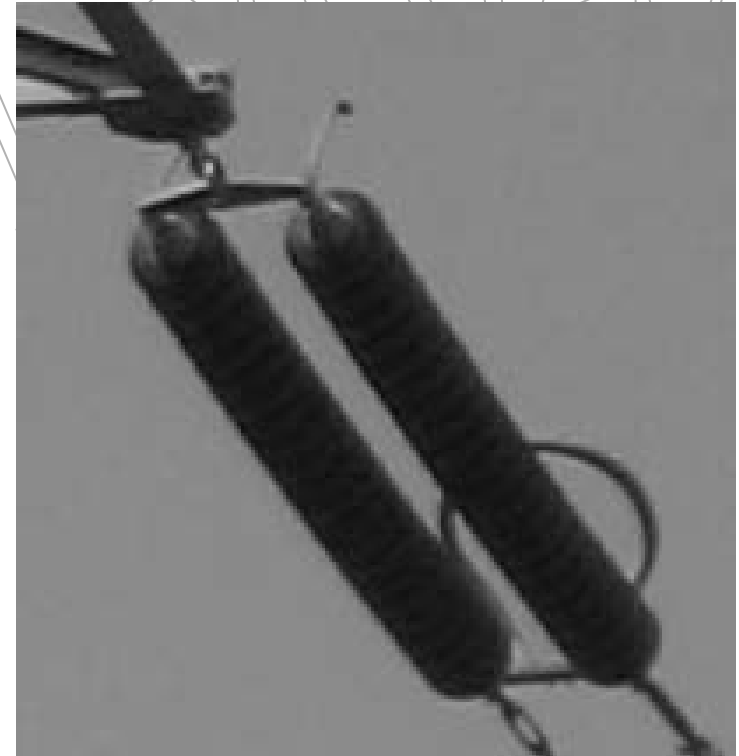


1.4.8. Cadenas de Aisladores

- En el sistema de transmisión de Venezuela, se han normalizado el número de aisladores, según el nivel de voltaje de operación de la línea resultando:

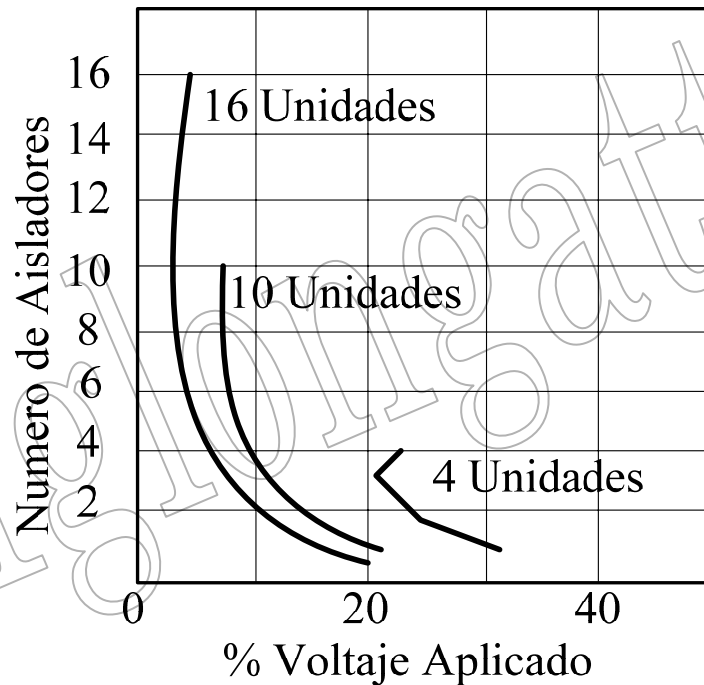
<i>Voltaje de Operación [kV]</i>	<i>Número de Aislantes</i>
115	9
230	16
400	24
765	42

Linea 400 kV. CADAFE



1.4.8. Cadenas de Aisladores

- Son solo muestras representativas típicas, debido a que cada línea posee su diseño particular, en especial en ambientes altamente contaminantes y por encima de los 1000 metros sobre el nivel del mar

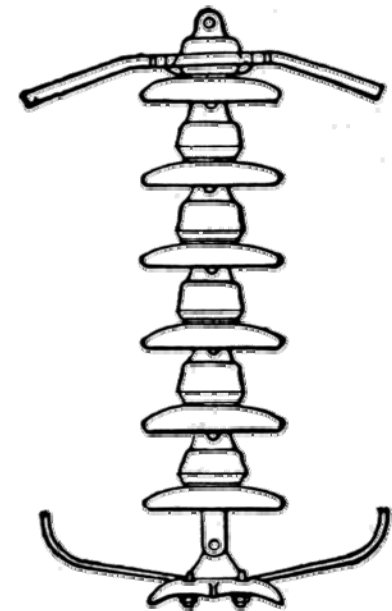


Curva de Número de Aisladores versus Tensión Aplicada



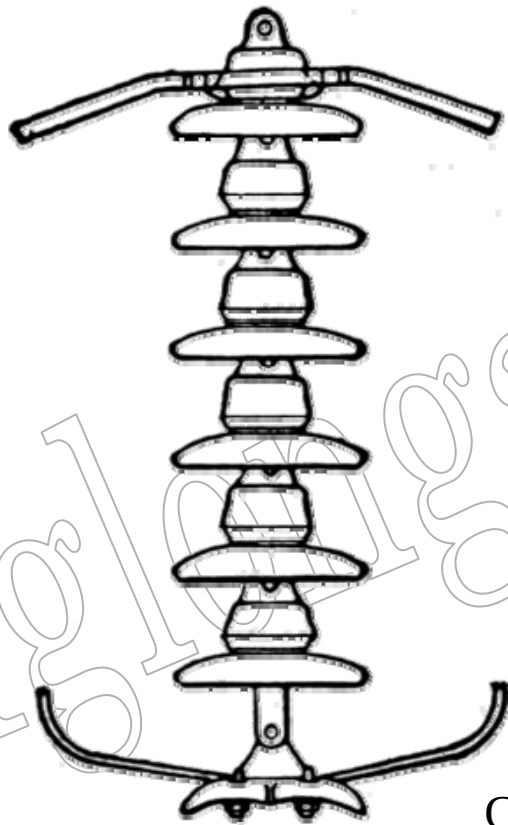
1.4.8. Cadenas de Aisladores

- En las cadenas de aisladores se distinguen *cuatro tipos* principales:
 - Suspensión Simple
 - Suspensión Múltiple
 - Amarre simple
 - Amarre múltiple

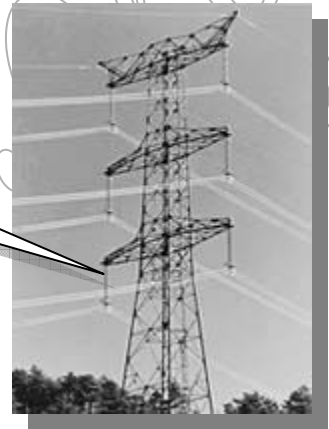


1.4.8. Cadenas de Aisladores

- *Cadena de Suspensión Simple*, empleada en la alineación y en los pequeños ángulos flexibles.



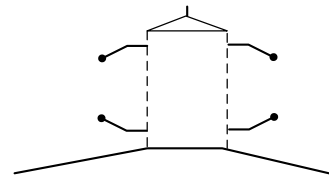
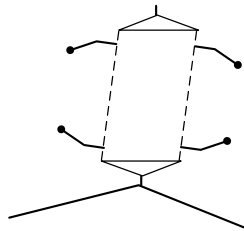
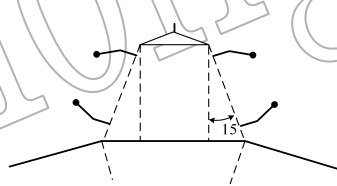
Cadena de
suspensión
simple



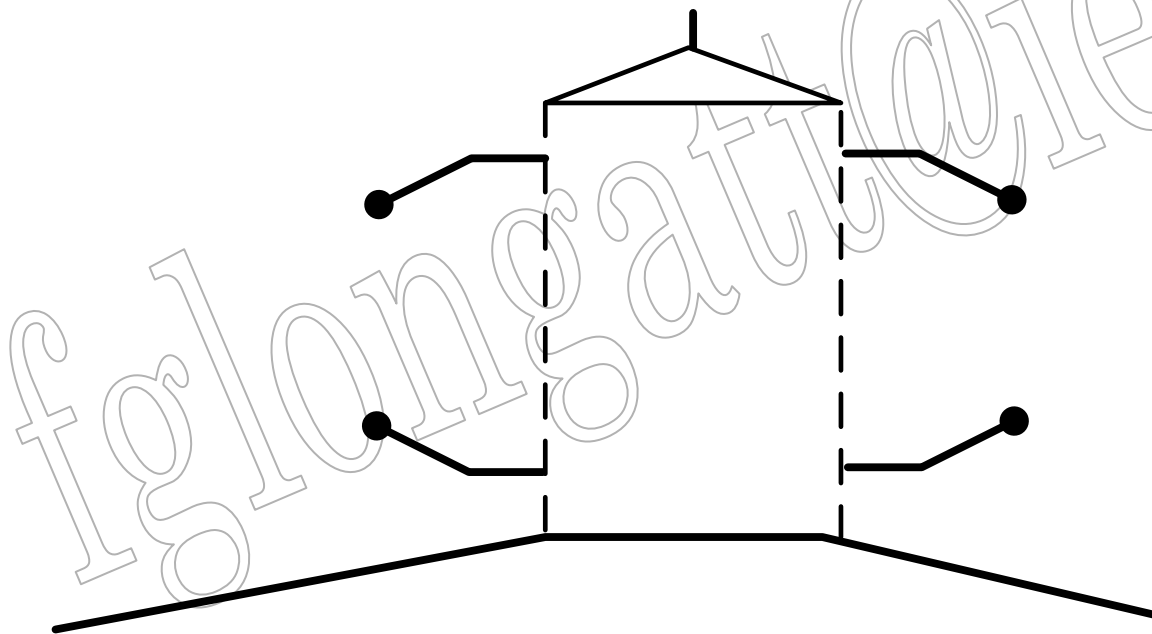
Cadena de Aisladores Simple de Suspensión

1.4.8. Cadenas de Aisladores

- Las *diversas Cadenas de Suspensión Dobles*, utilizadas en *algunos cruces importantes y en los ángulos flexibles mayores*.
- El sistema más simple esta formado por dos cadenas elementales unidas por un balancín al estribo o a la horquilla de muñón fijado al brazo de habilitación, se suelen distinguir *tres tipos de suspensión doble*.



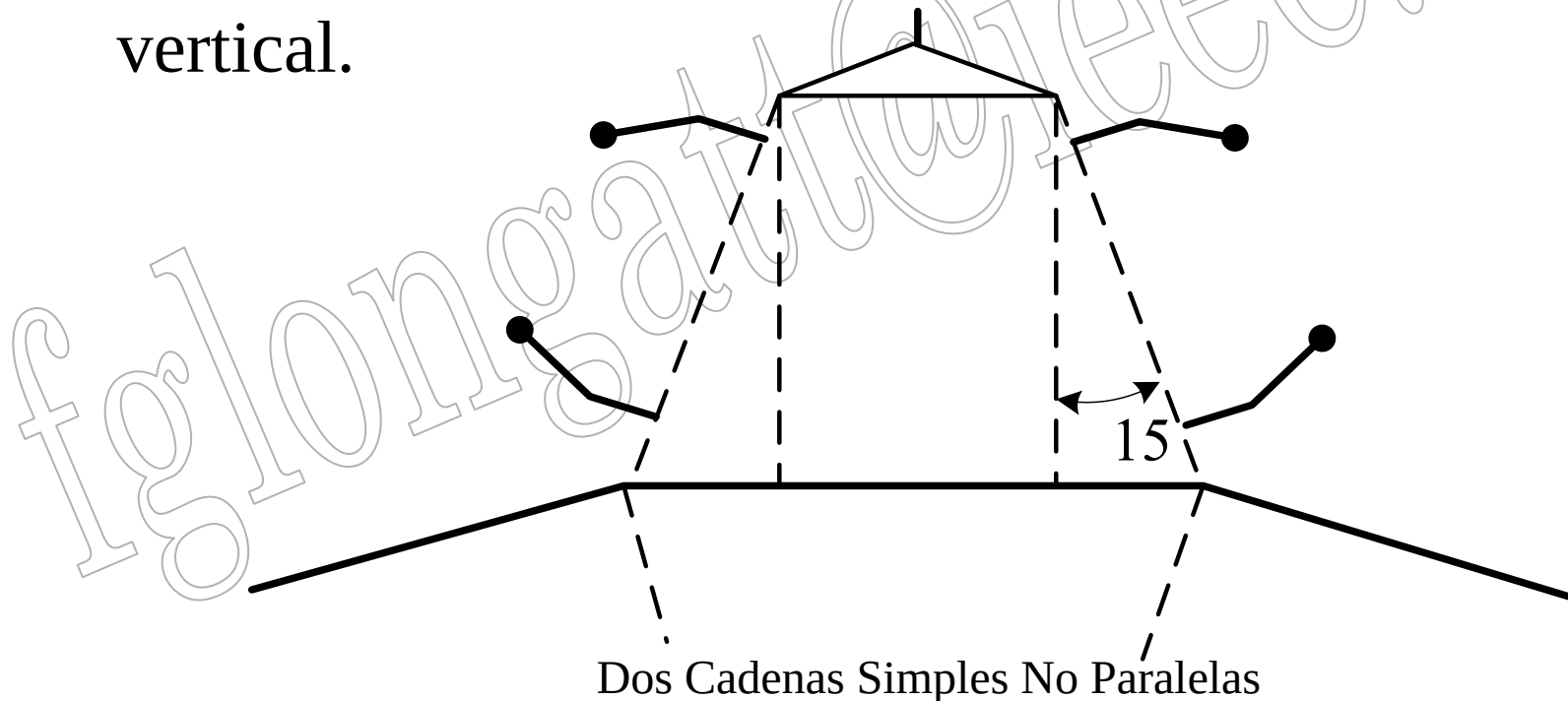
-
-
- En primer modo de realización, las *dos cadenas permanecen paralelas*, fijadas separadamente al conductor con sus pinzas, con igual separación del balancín



Dos Cadenas de Aisladores Simples Paralelas

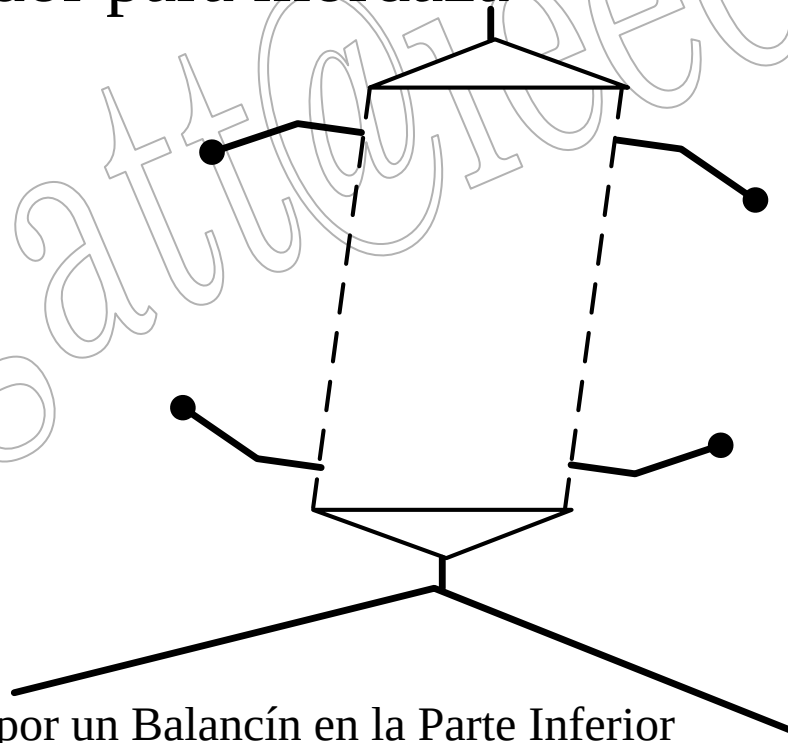
1.4.8. Cadenas de Aisladores

- En el segundo modo de realización, las *dos cadenas simples ya no son paralelas*, las pinzas se fijan en el cable, con una separación que corresponde a una inclinación de cada cadena de 10° a 15° respecto a la vertical.



1.4.8. Cadenas de Aisladores

- En un tercer modo de realización las *dos cadenas simples se unen en su parte inferior por medio de un segundo balancín*, estando provistos de una sola pinza o sostenedor para mordaza



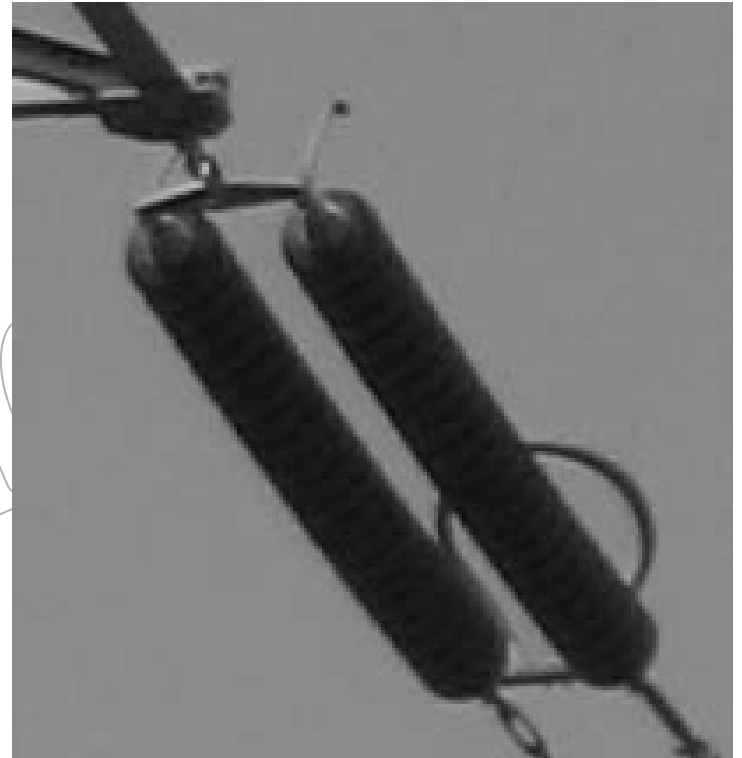
Dos Cadenas Simple Unidas por un Balancín en la Parte Inferior

1.4.8. Cadenas de Aisladores

- La *Cadena de Anclaje Simple*, empleada algunas veces en los anclajes de líneas y más frecuentemente en los empalmes en con las subestaciones. Salvo en las líneas de 20, 63 y 90 kV, la cadena de anclaje simple es de un empleo muy limitado.

1.4.8. Cadenas de Aisladores

- *Cadena de Anclaje Doble.* Se utiliza en la línea, en los ángulos importantes del trazado y en los amarres delante de las subestaciones.
- Esta cadena esta sometida permanentemente a la tensión mecánica del conductor, que puede llegar a $1/3$ de la carga de ruptura en servicio normal, y el 70% de la tensión de ruptura en el caso de escarcha.



ELC-30714
Líneas de Transmisión I

CAPITULO 1
Elementos de Líneas de
Transmisión Aéreas
Parte II

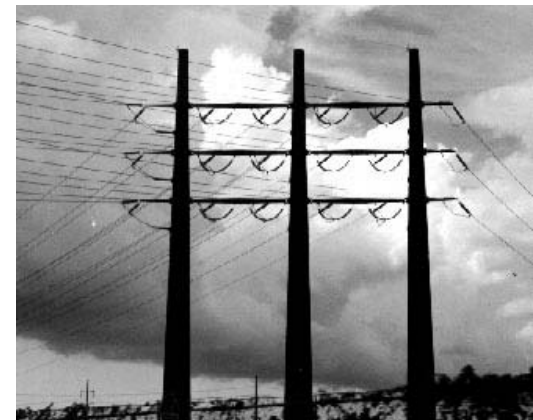
Prof. Francisco M. Gonzalez-Longatt

fglongatt@ieee.org

<http://www.giaelec.org/fglongatt/LT.htm>

1.5. Soportes

- Su función es *mantener los conductores alejados entre sí y con el suelo, para evitar arcos entre conductores o problemas debajo y al lado de los mismos.*
- La naturaleza de los soportes es muy variada, en los sistemas de transmisión suelen ser *metálicos, concreto o madera*, y su selección depende de un análisis económico.



1.5. Soportes

- La materia prima de las estructuras ha sido siempre una respuesta a las facilidades de los *recursos naturales lo cual ha desarrollado técnicas muy particulares en cada país.*
- Venezuela en su etapa de iniciarse en estas nuevas técnicas ha tenido la oportunidad de ensayar experiencias de diferentes países y buscar costos menores.



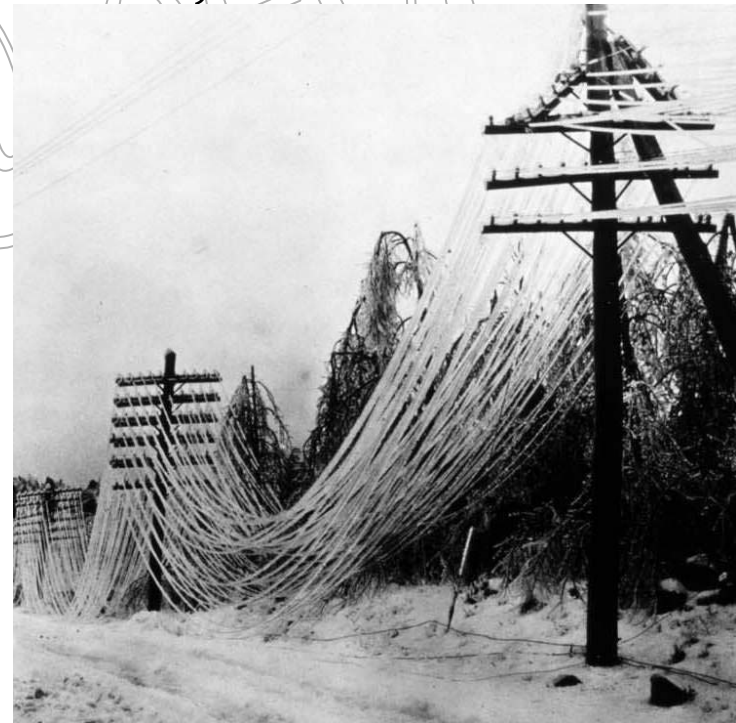
1.5. Soportes

- Los soportes deben ser resistentes a los agentes externos, tales como vientos, nieve, lluvia, etc., y además deben de brindar una facilidad de instalación.



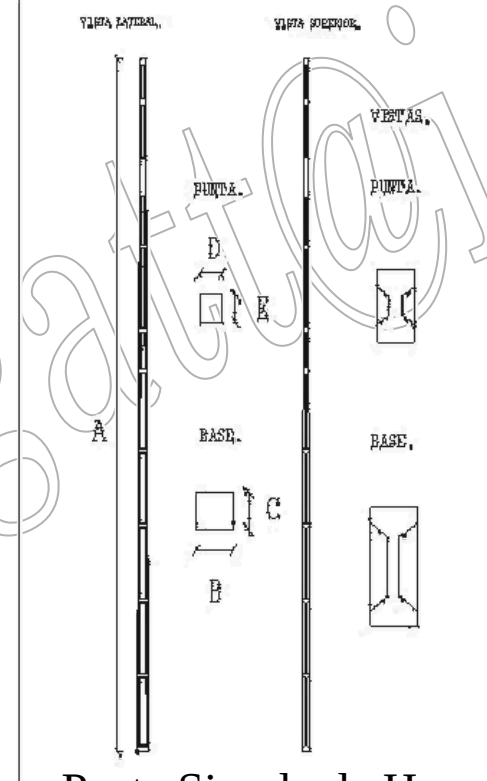
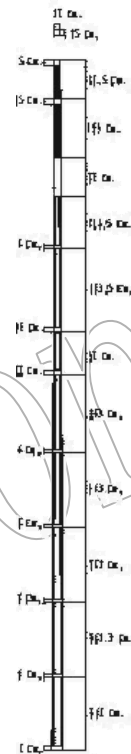
1.5.1. Postes

- Soportes de poca altura, de cuerpo vertical único; tales como los *postes de madera y hormigón*, y algunas veces también a los *postes metálicos de gruesos perfiles no ensamblados*, destinados a las líneas de media tensión.



1.5.1. Postes

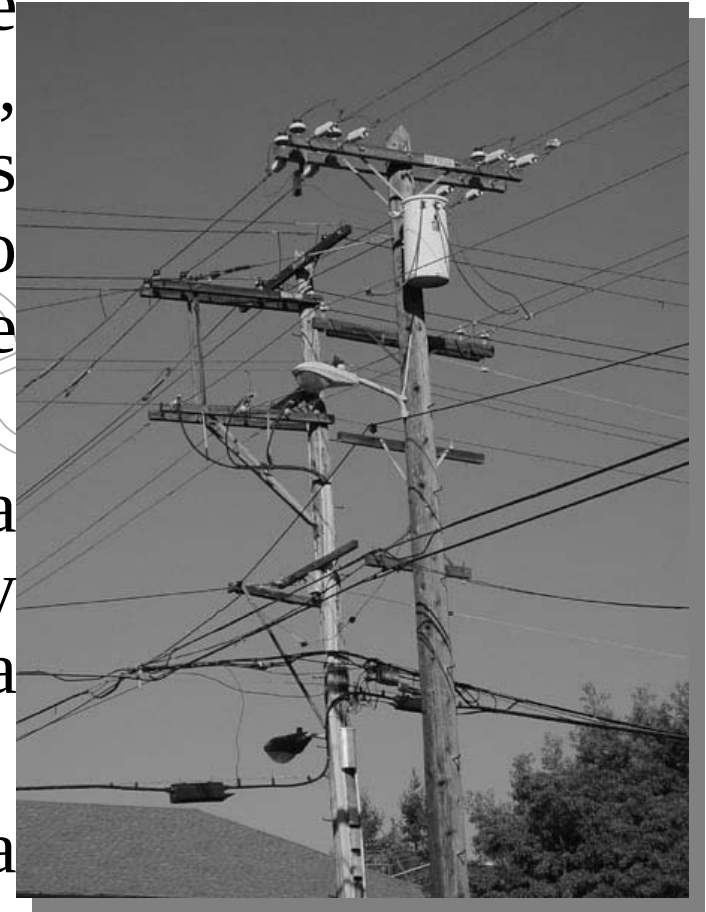
- Los postes metálicos se usan en redes y líneas de sub-transmisión, principalmente porque su fabricación está ubicada económicamente con limitaciones de altura.



Poste Simple de Hormigón

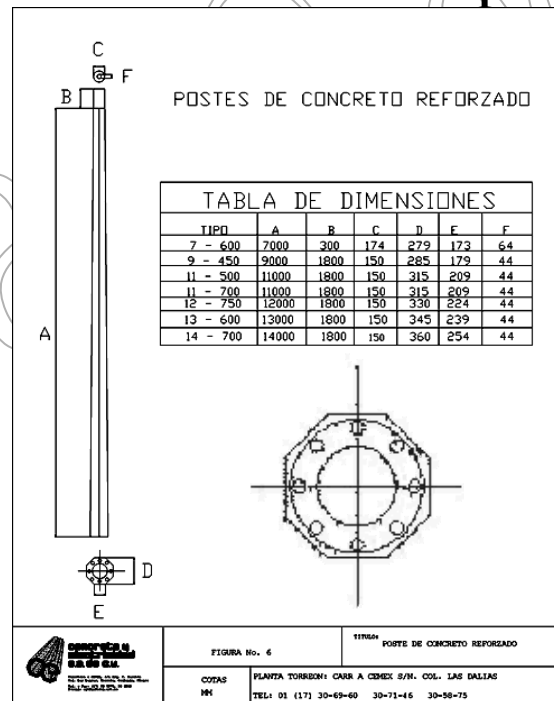
1.5.1. Postes

- Los postes de madera resultan de aplicación prácticamente nula, por su difícil consecución; estos postes resultan además poco uniformes y son relativamente pesados.
- A falta de preservación previa pueden deteriorarse muy rápidamente siendo la sección a ras de tierra la más afectada.
- Esto en lo que respecta a Venezuela.



1.5.1. Postes

- El concreto ha tenido gran auge en el mundo especialmente en Italia y Alemania como material para los postes, en especial el *poste de concreto centrifugado*, y en otros como España y Francia el de *concreto vibrado*.



1.5.1. Postes

- En Venezuela los postes metálicos son muy frecuentemente utilizados, para los sistemas de distribución, siendo ocasionalmente utilizados los de hormigón, en ambientes marinos o de muy alta polución.
- Los postes son escasamente utilizados en líneas de transmisión, siendo contrariamente preferidos para líneas de subtransmisión (24 y 34.5 kV).



Poste 34.5 kV

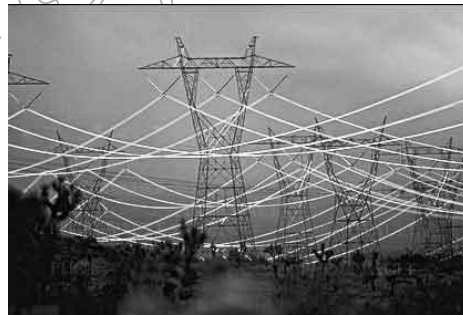
1.5.2. Torres

- Con el nombre de torres, se denominan a los soportes metálicos de elementos ensamblados, destinados a la mayoría de las líneas de transmisión de energía en alta tensión.
- Quizá el más difundido de los materiales usados para líneas de transmisión es el acero especialmente en forma de perfiles o ángulos.



1.5.2. Torres

- El acero debe galvanizarse para evitar su deterioro, y este es un proceso que se lleva a cabo en baños en caliente. La capa de zinc que se adhiere íntimamente al acero, lo protege casi indefinidamente.
- Los diferentes miembros se unen con tornillos también galvanizados, y en los puntos de concurrencia de varios perfiles se utilizan piezas planas o que forman ángulos llamadas cartelas.

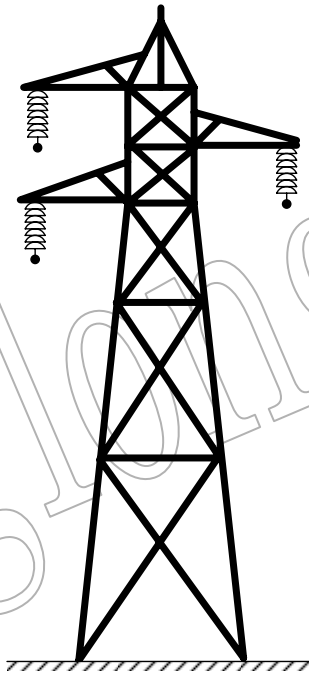


1.5.3. Clasificación de los Soportes

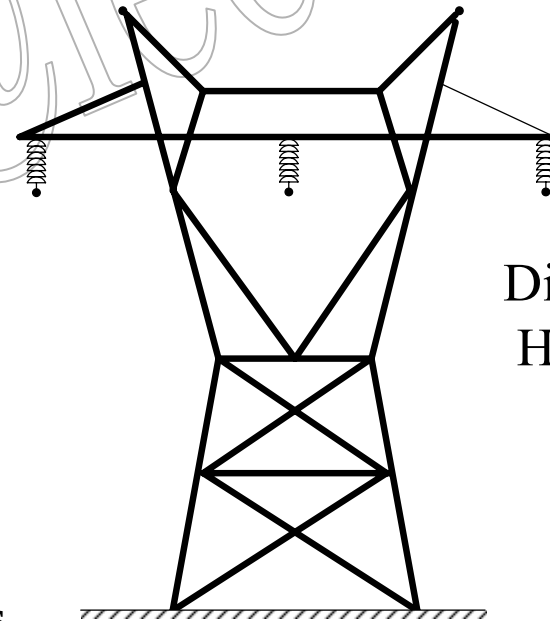
- Los soportes pueden ser clasificados según:
 - Habilitación.
 - Tipo de fundación utilizada.
 - Amplitud para resistir los esfuerzo longitudinales.

1.5.3. Clasificación de los Soportes

- En los soportes según la habilitación utilizada se distinguen dos grandes clases:
 - Sistema de fases Escalonadas.
 - Sistema de fases Horizontales



Disposicion
en Triangulo
Equilatero

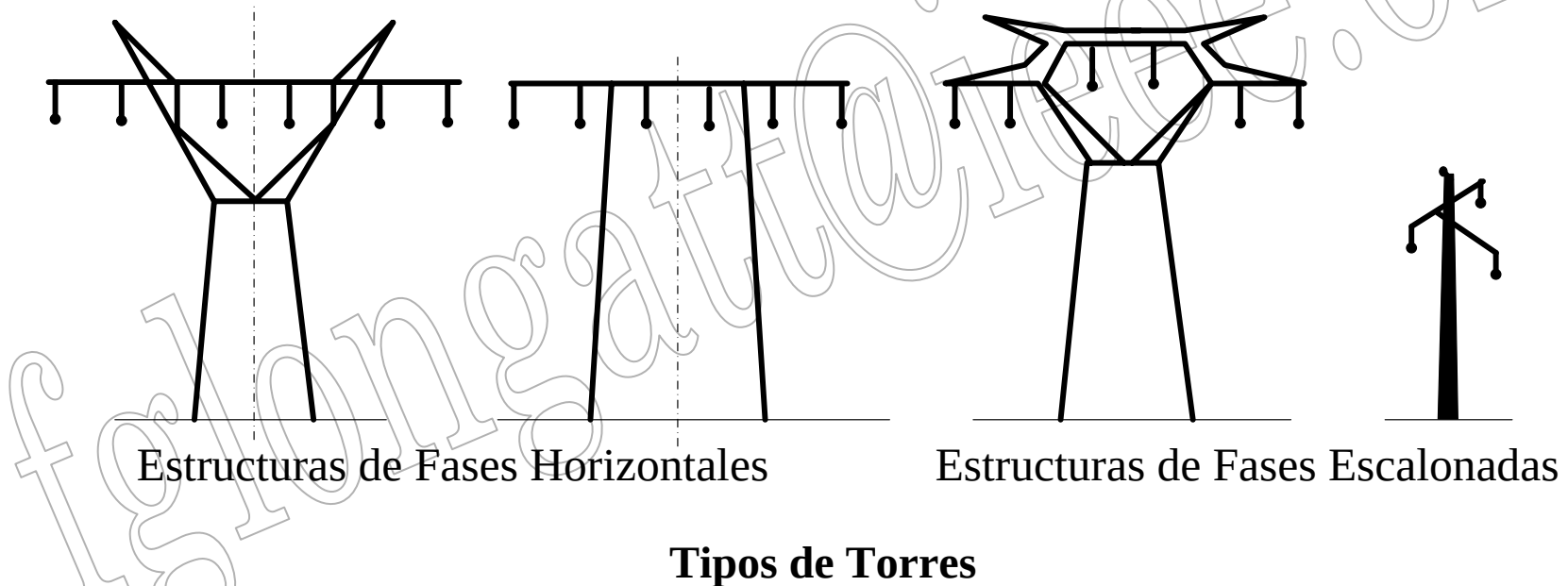


Disposicion
Horizontal

Tipos de Torres

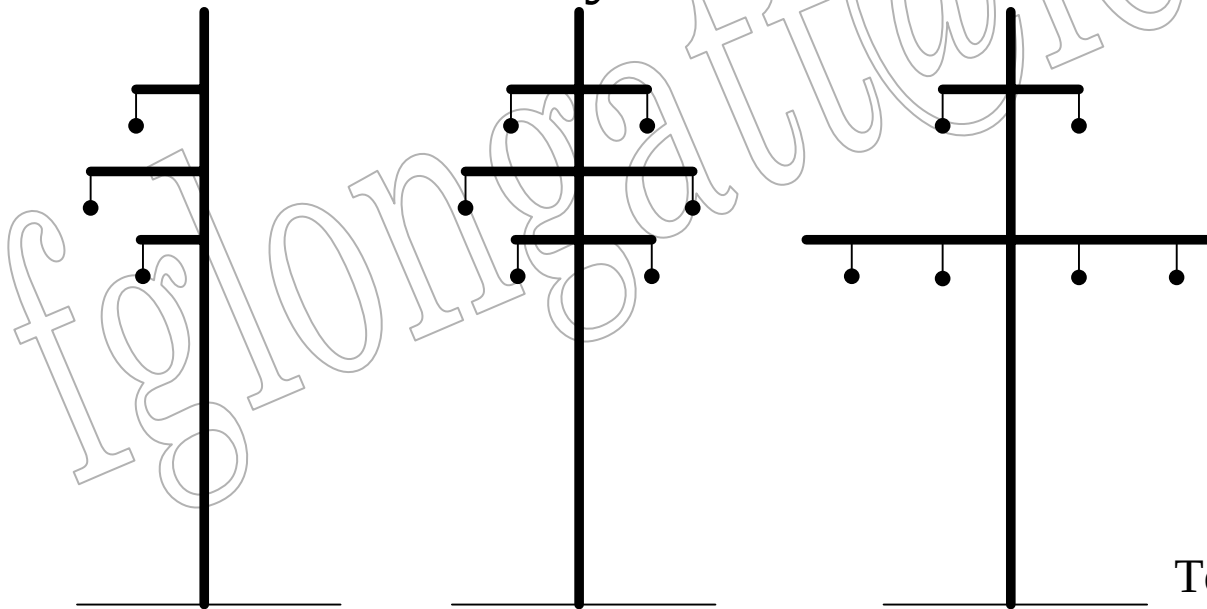
1.5.3. Sistema de Fases Escalonadas

- Sistema de fases Escalonadas.
- Sistema de fases Horizontales



1.5.3.1. Fases Escalonadas

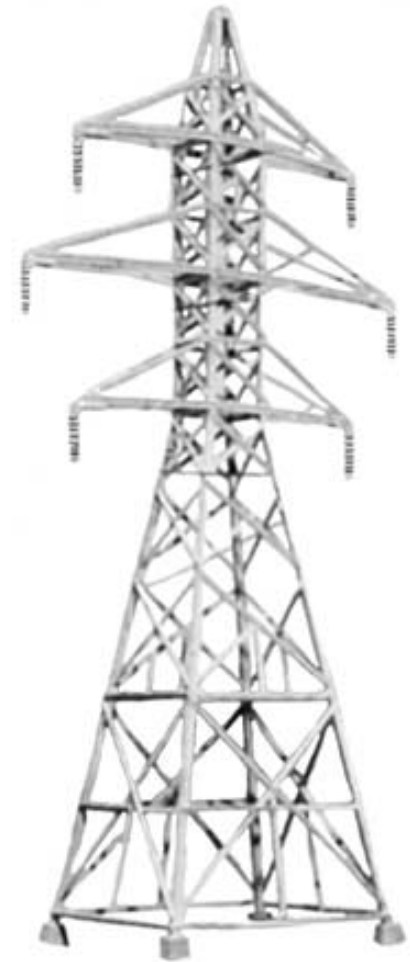
- En este tipo de torres los conductores se disponen a niveles de altura diferentes.
- Distinguiéndose las torres de triángulo, de bandera, de doble bandera y de doble triángulo; siendo estas las torres de mayor uso.



Torres de Fases Escalonadas

1.5.3.1. Fases Escalonadas

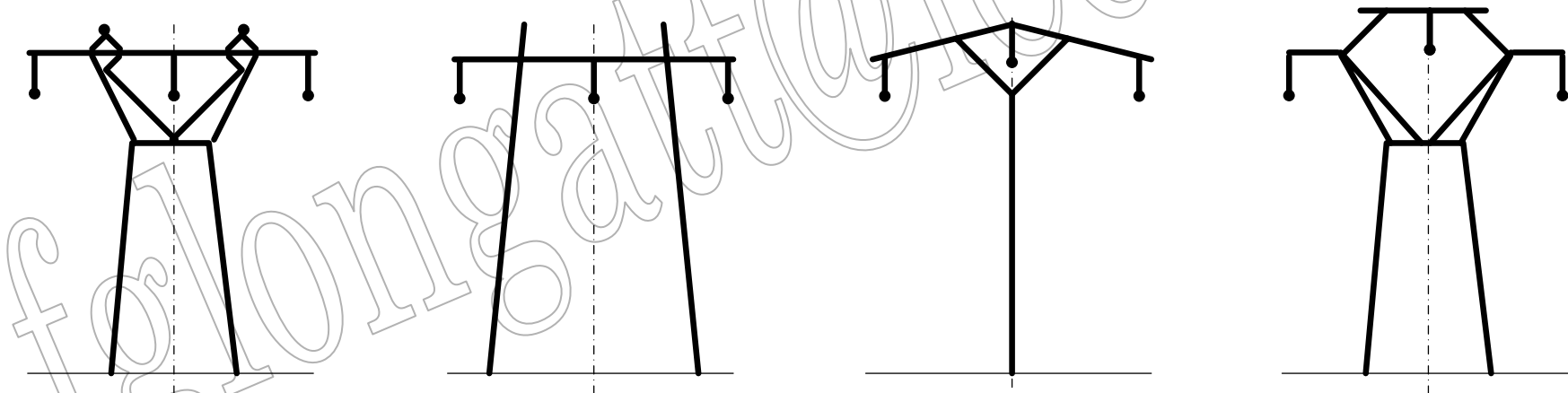
- Este tipo de soportes presenta la ventaja de facilitar el empleo de estructuras isostáticas, o asimiladas (torres de celosía simples o múltiples) permitiendo obtener generalmente cargas iguales, es el tipo de estructura más económica



Torres de Fases Escalonadas

1.5.3.2. Fases Horizontales

- La disposición de las fases en capa horizontal, implica la utilización de dos cables de guarda, los cuales se disponen a ambos lados del eje de la viga, y generalmente desviados hacia las fases exteriores.



Torres de Fases Horizontales

1.5.3.2. Fases Horizontales

- Este tipo de soporte conduce a estructura de menor altura, que la disposición de las fases en varios niveles, reduciendo el riesgo de excitación por descarga atmosférica (rayo).
- El riesgo de acercamiento de las fases por efecto del viento son menores en la disposición horizontal.



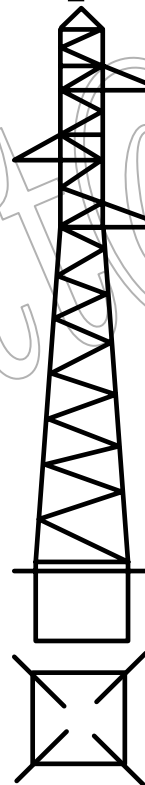
1.5.3.2. Fases Horizontales

- En Venezuela la utilización de torres de capa horizontal es ampliamente difundida, casi con exclusividad por las líneas de transmisión aéreas de 400 y 765 kV.



1.5.4. Tipo de Fundación

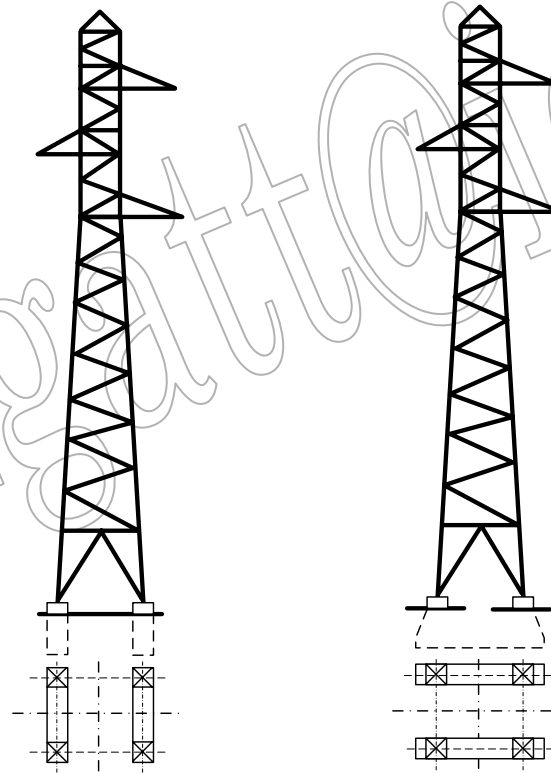
- *Soporte de fundación simple o única (fundación monópoda):* Son fundaciones especialmente utilizados para postes pequeños, por lo general de hormigón.



Torre de Fundación Simple

1.5.4. Tipo de Fundación

- *Soporte de fundación doble (fundación bípoda)*: Es una transición de las fundaciones tetrápodas, se orienta a grandes estructuras con mayores dimensiones

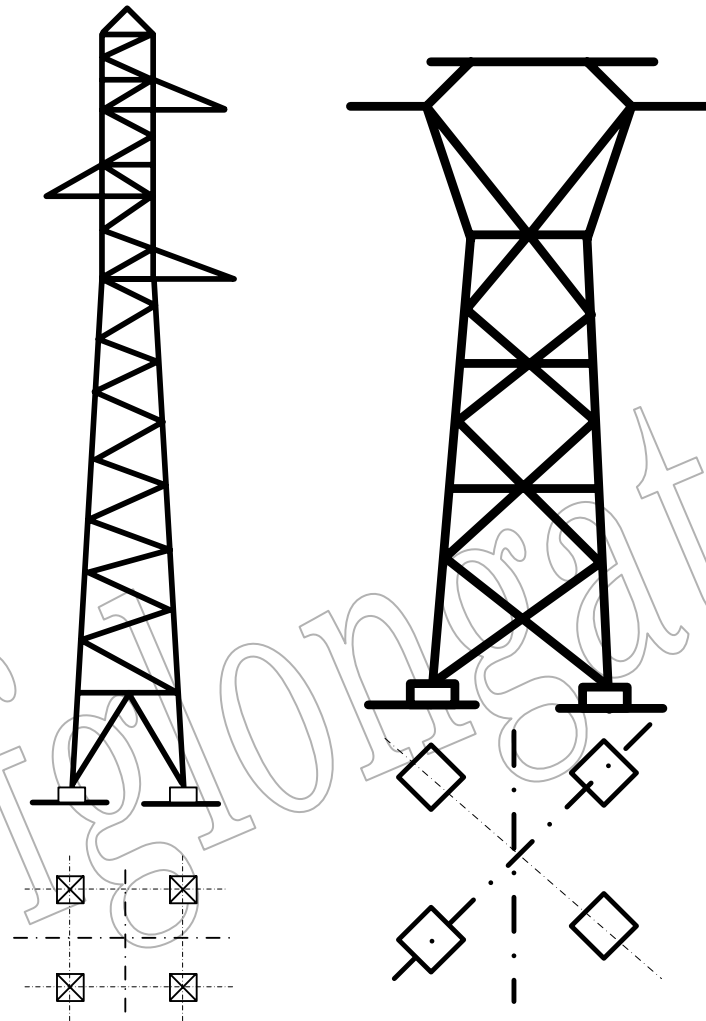


Torre de Fundación Bipodas

1.5.4. Tipo de Fundación

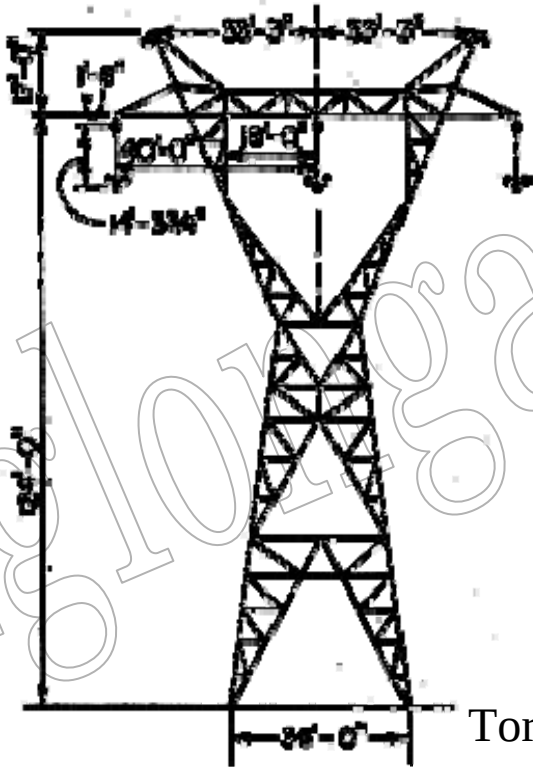
- *Soporte de fundaciones separadas o independientes (fundación tetrapoda):* Es el tipo más adelantado, esta fundación solo experimenta esfuerzo de compresión y arrancamiento, siendo secundario los de volteo, son especialmente utilizadas en grandes torres, pero plantea problemas delicados en terrenos de calidad dudosa (terraplaneados recientes, arcillosos plásticos, etc.), pero son muy fuertes por el contrario en soportes con pilotes.

1.5.4. Tipo de Fundación



1.5.5. Resistencia a los Esfuerzos Longitudinales

- *Torres Semirígidas*: Poseen pocos o nulos esfuerzos longitudinales, por economía poseen torres de sección rectangular sin justificación técnica precisa.



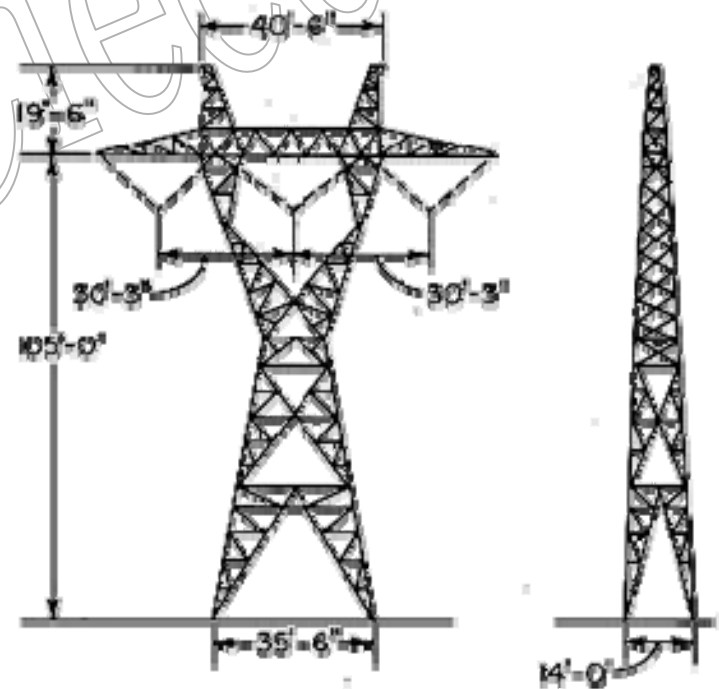
Torre autosoportante de 500 kV. *Tennessee Valley Authority*

1.5.5. Resistencia a los Esfuerzos Longitudinales

- *Torres Rígidas:* La rigidez de la estructura debe responder a condiciones precisas, deben ser diseñadas para satisfacer hipótesis determinadas, de esfuerzos longitudinales y transversales, y otras tensiones simultáneas



Torre Semiflexible de Acero, 500 kV.
Arkansas Power and Light Company

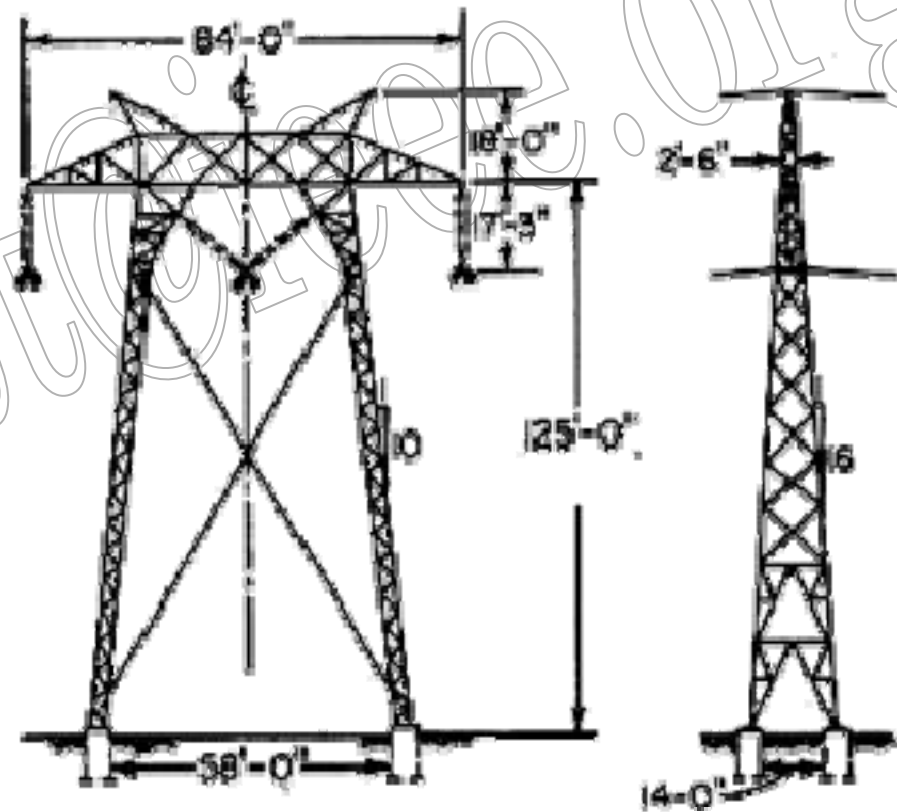


1.5.5. Resistencia a los Esfuerzos Longitudinales

- *Torres Flexibles:* Es una estructura con un campo de deformaciones elásticas mayor a las anteriores en las estructuras metálicas.
- En este tipo la estabilidad del conjunto está ligada estrechamente a la conservación de las formas geométricas elementales de cada una de las partes de la estructura.
- Son especialmente en terrenos de poca variación en su declive y en vanos relativamente cortos.

1.5.5. Resistencia a los Esfuerzos Longitudinales

- *Torres Flexibles:* Es una estructura con un campo de deformaciones elásticas mayor a las anteriores en las estructuras metálicas.



1.6. Herrajes en LT

- Los Herrajes son estructuras metálicas que acompañan la estructura de soporte de las líneas de transmisión aéreas, y que poseen muy variadas funciones. Una de las clasificaciones más común empleada es aquella que los incluye en dos grandes grupos:
 - Herrajes que forman arreglos o conjuntos
 - Herrajes independientes

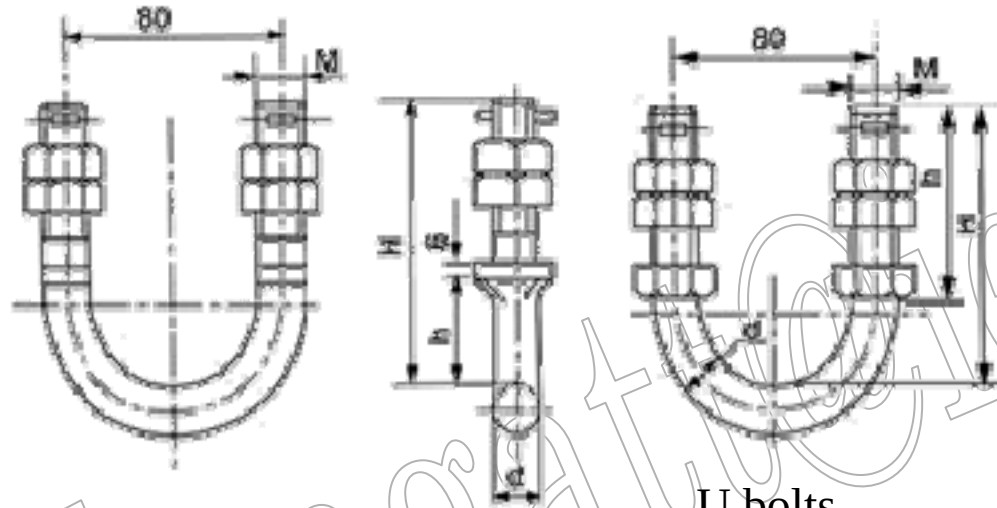
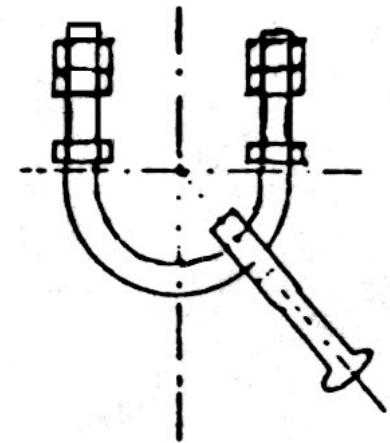
1.6.1. Herrajes Forman Arreglos

- Los herrajes que forman arreglos son conjuntos de piezas metálicas que se agrupan para llevar a cabo una función muy particular. Herrajes de Fijación de cadena de aisladores a torre.
 - Herrajes para unir entre sí los extremos de la cadena de aisladores y los conductores.
 - Herrajes para proteger los aisladores.
 - Mordazas de amarre y suspensión
 - Herrajes para el cable de guarda.

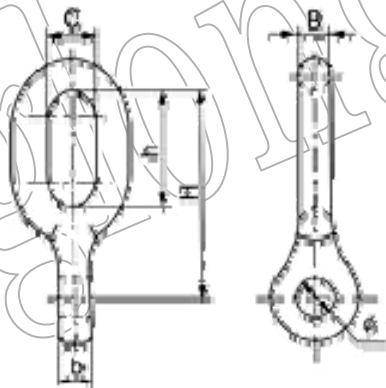
1.6.1.1. Herrajes de Fijación

- Grillete

Grillete



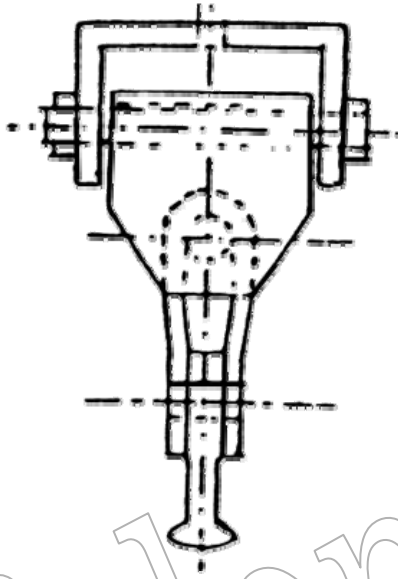
U bolts



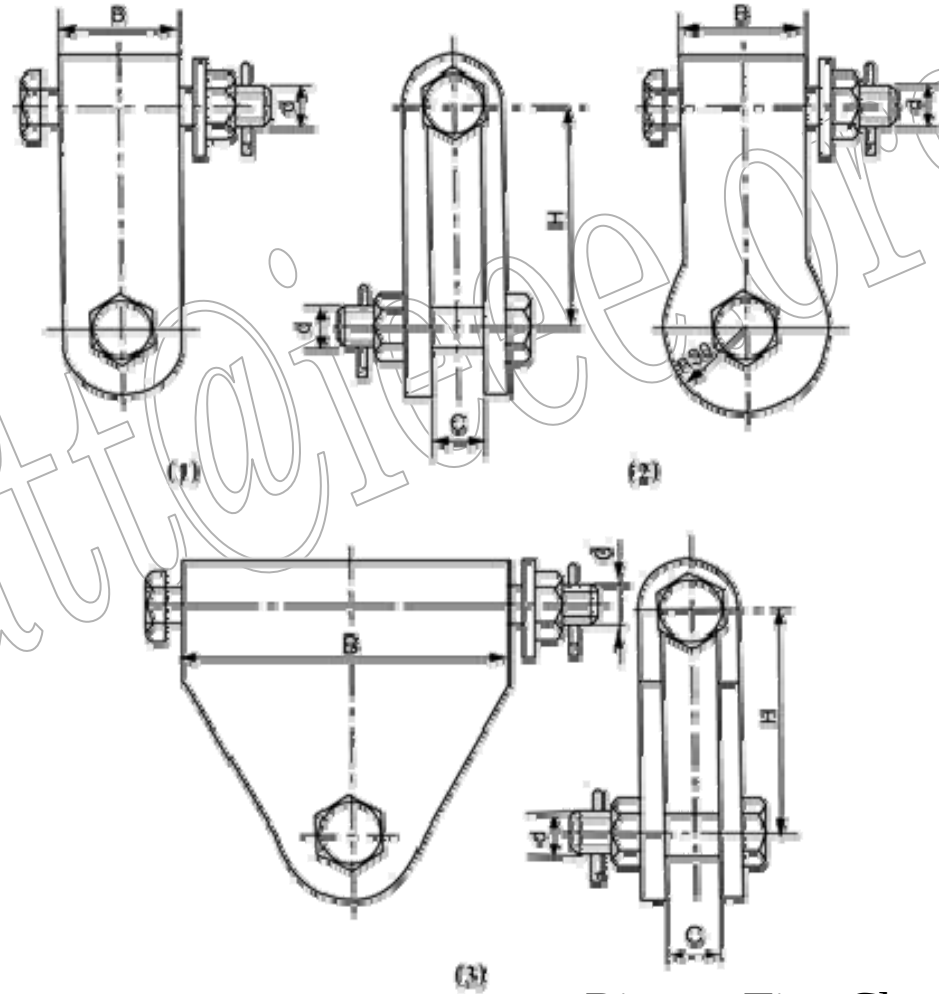
Conexión de Ojo

1.6.1.1. Herrajes de Fijación

- Bisagra (Hinge)



Bisagra Tipo Bola



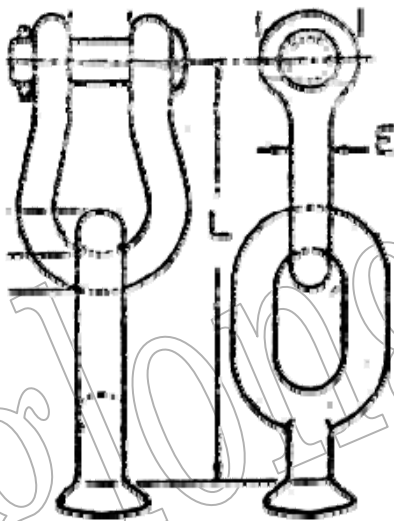
Bisagra Tipo Clevis

1.6.1.2. Herrajes de Unión

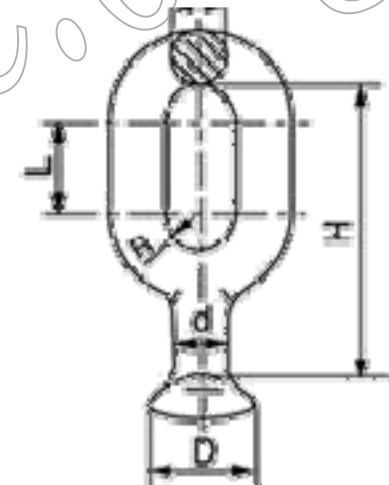
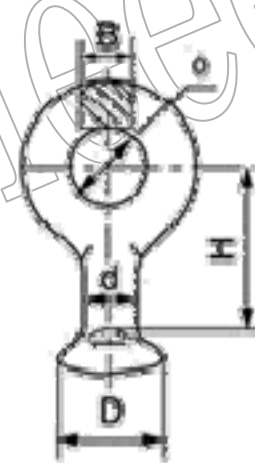
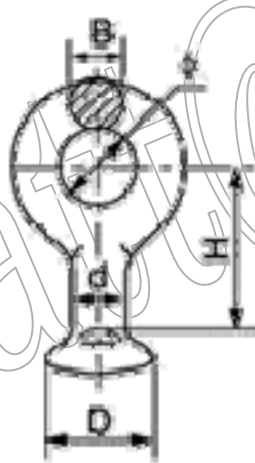
- En estos herrajes del ensamble de las cadenas de aisladores y los conductores se incluyen:
 - Ojo bola y anilla bola.
 - Yugos.
 - Rótula ojo, Rótula anilla y Rótula Horquilla.
 - Horquilla ojo y Horquilla Bola.
 - Doble ojo, Doble ojo Revirado, Ojo Anilla Revirado.
 - Eslabón o Anilla.
 - Tensores.
 - Extensores:

1.6.1.2. Herrajes de Unión

- El ojo bola y anilla bola están constituidos, como su nombre lo indica, por un ojo o una anilla unida a una bola, lo cual se inserta en la cavidad del aislador.



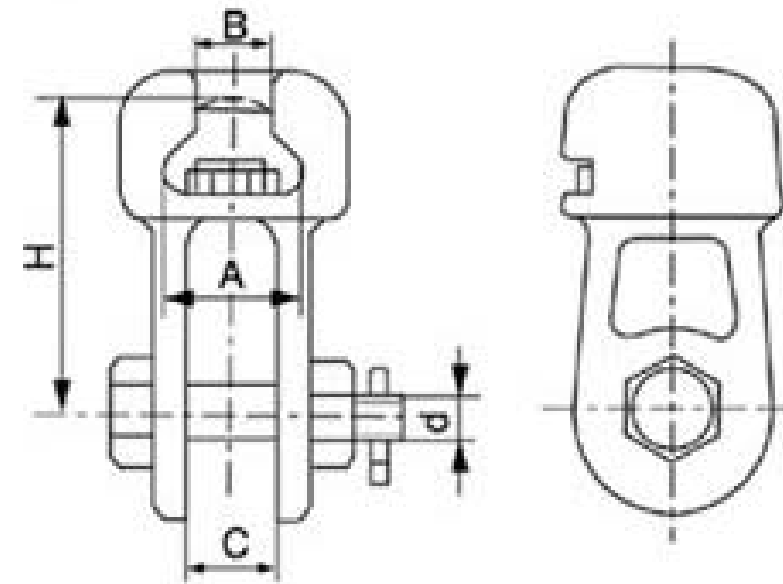
Ojo Bola con Grillete



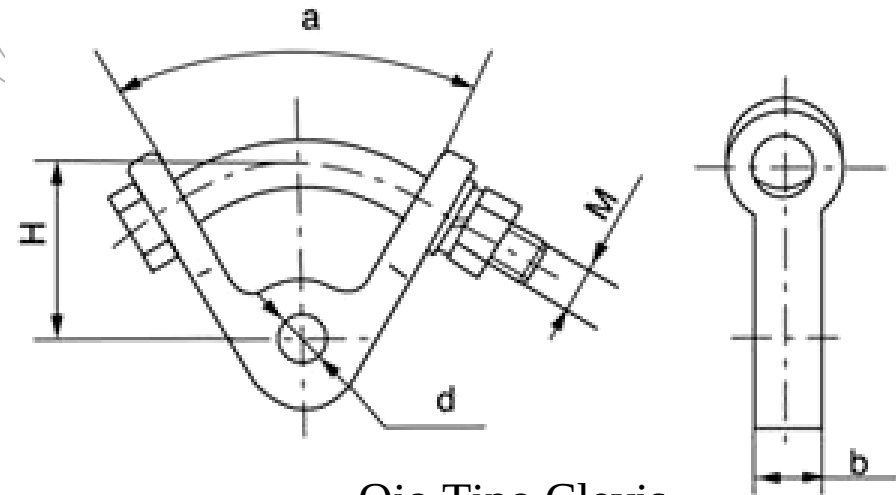
Ojo Bola

1.6.1.2. Herrajes de Unión

- Ojo bola y anilla bola.



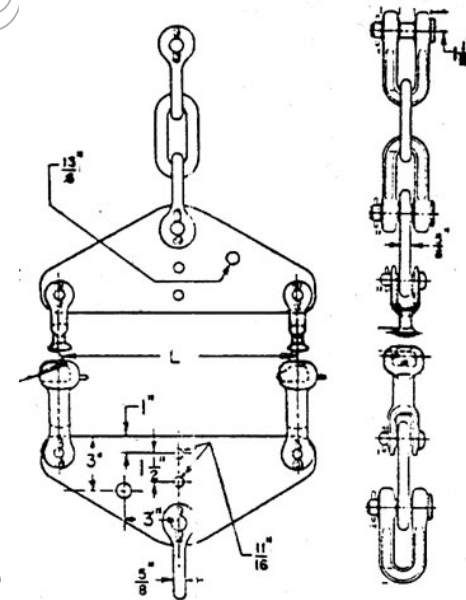
Bola Socket



Ojo Tipo Clevis

1.6.1.2. Herrajes de Unión

- las cadenas de aisladores dobles de amarre y de suspensión, para uno o dos conductores por fase o en las cadenas simples con dos conductores por fase, el yugo tiene como función proporcionar un elemento de fijación común para las cadenas de aisladores y para el o los conductores de cada fase.

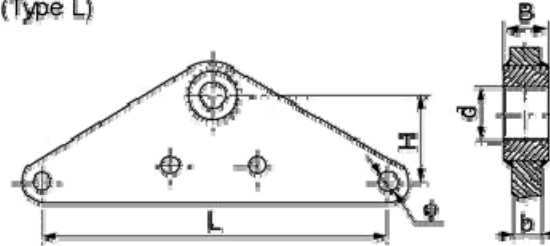


Yugo de Forma de Pirámide

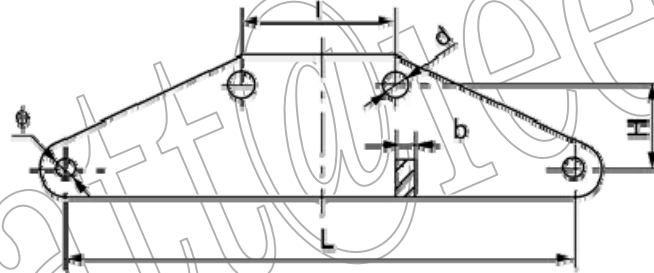
1.6.1.2. Herrajes de Unión

- Yugo.

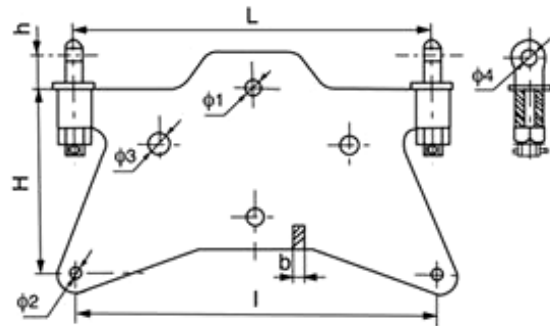
Yoke Plates (Type L)



Yoke Plates (Type LS)

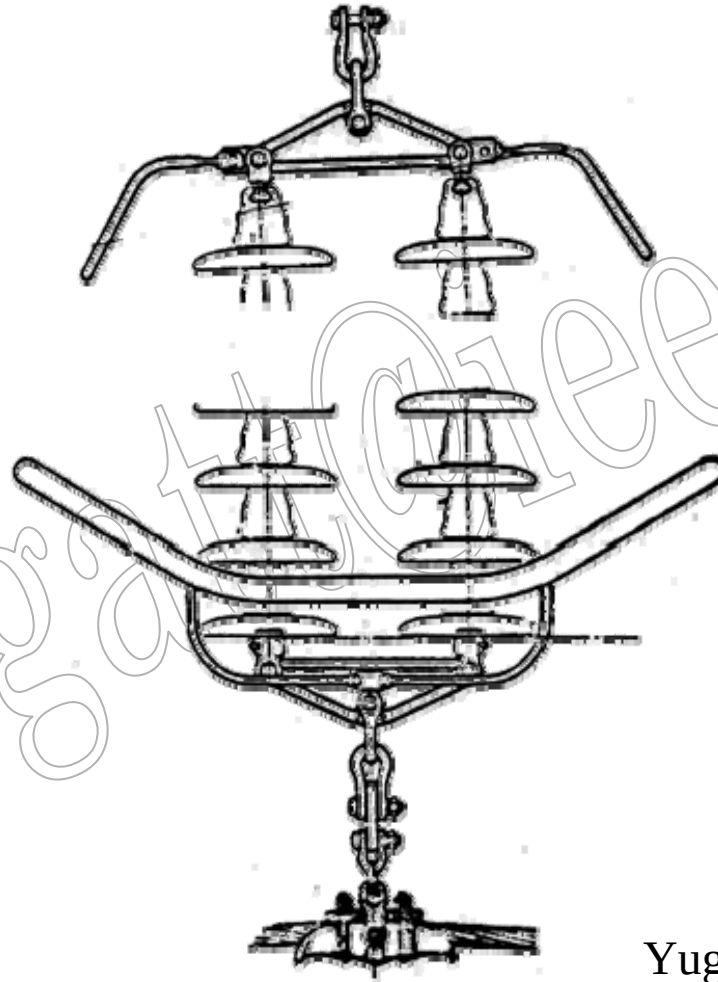


Yoke Plates (Type LK)



1.6.1.2. Herrajes de Unión

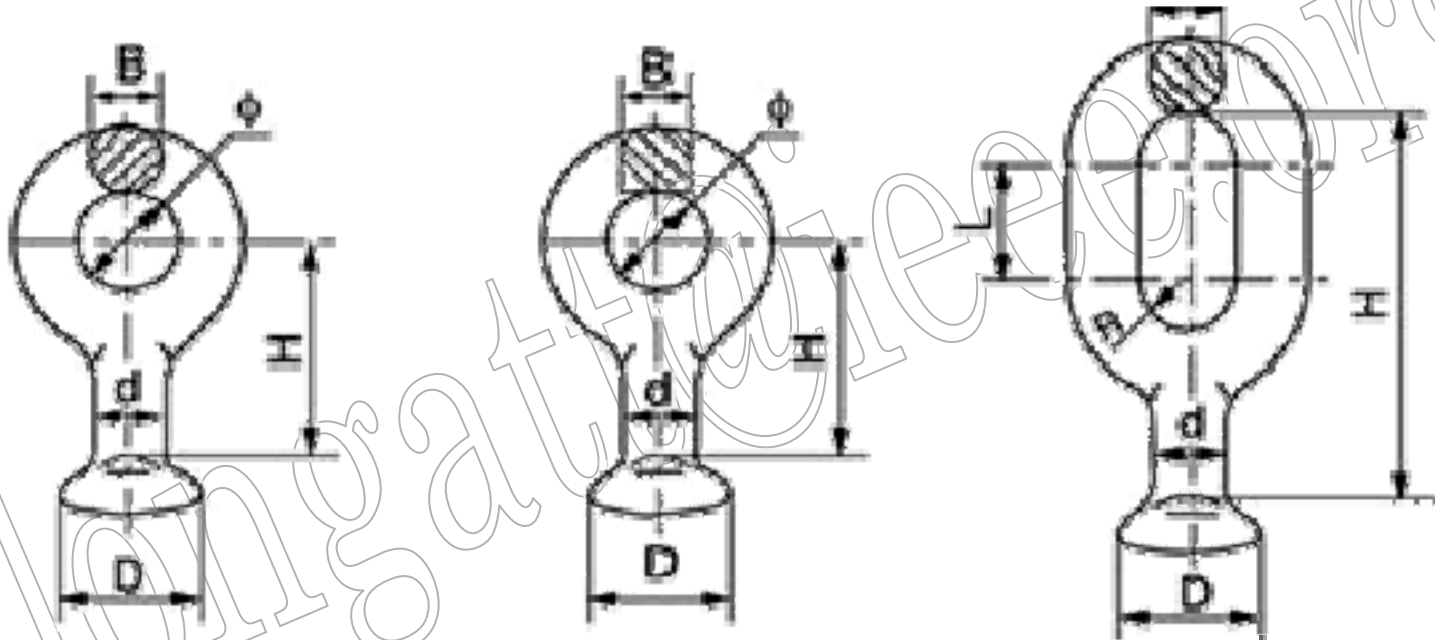
- Yugo.



Yugo Cilíndrico

1.6.1.2. Herrajes de Unión

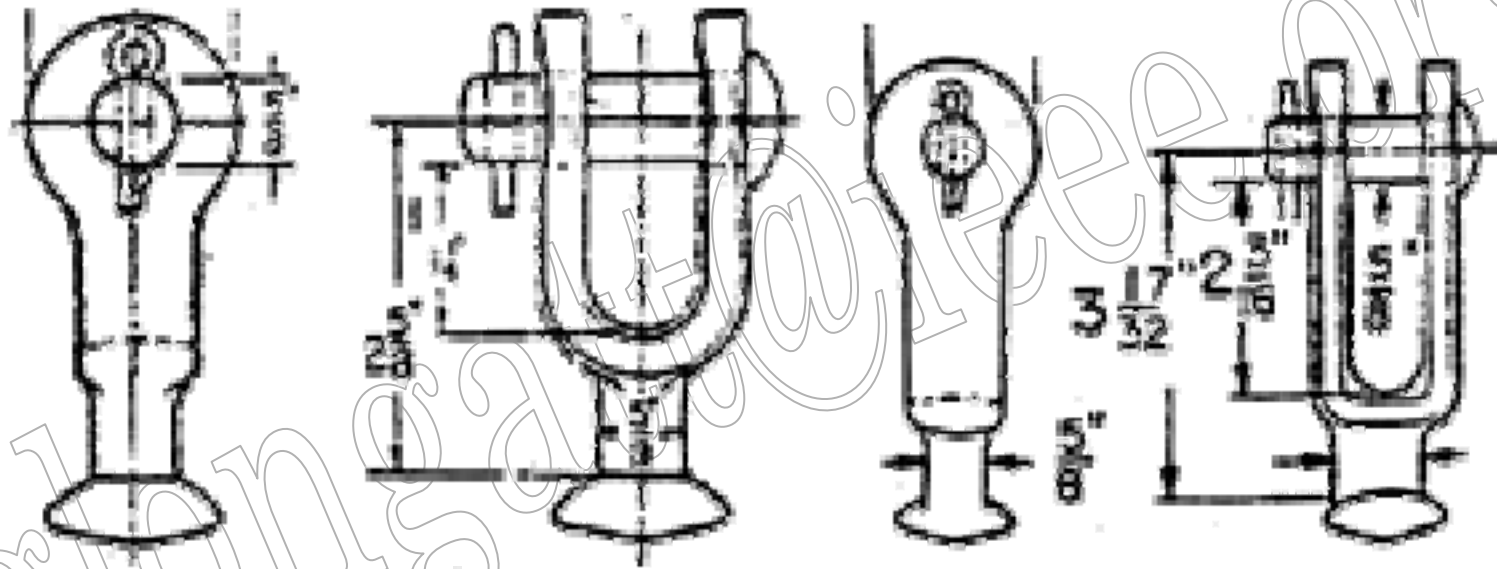
- Rótula Ojo, Rótula Anillo y Rótula Horquilla



Ejemplo de Rotula Ojo

1.6.1.2. Herrajes de Unión

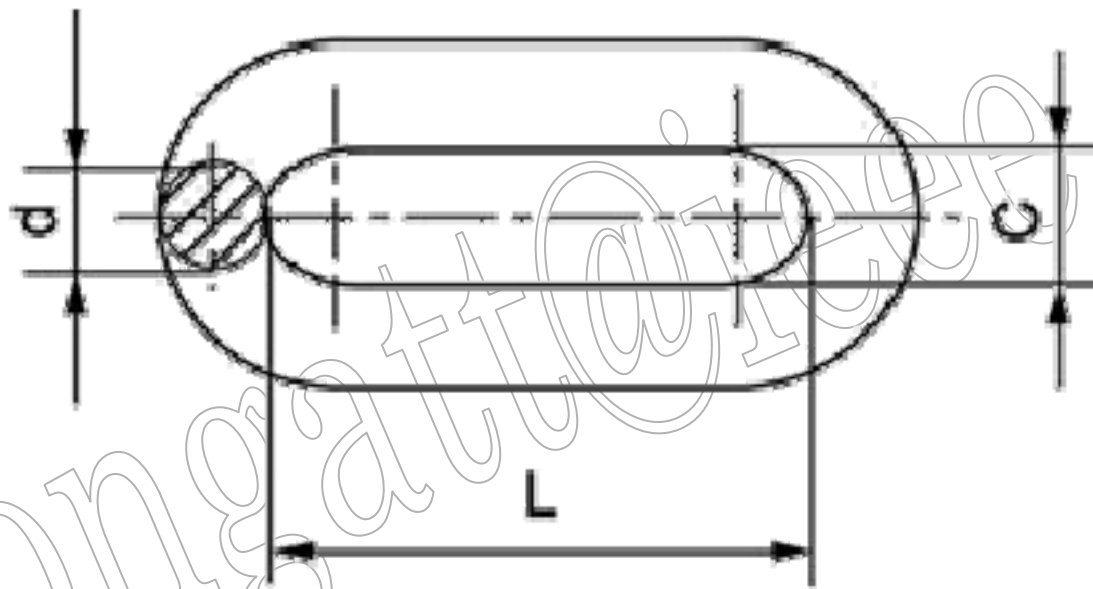
- Horquilla Ojo, Horquilla Bola y Horquilla Anillo



Horquilla Bola

1.6.1.2. Herrajes de Unión

- Eslabón o anillo



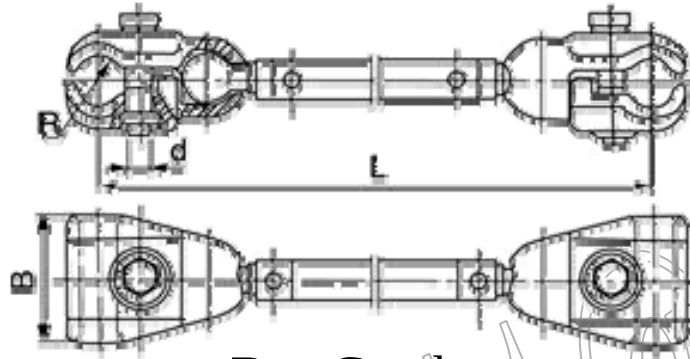
Eslabón o Anillo

1.6.1.2. Herrajes de Unión

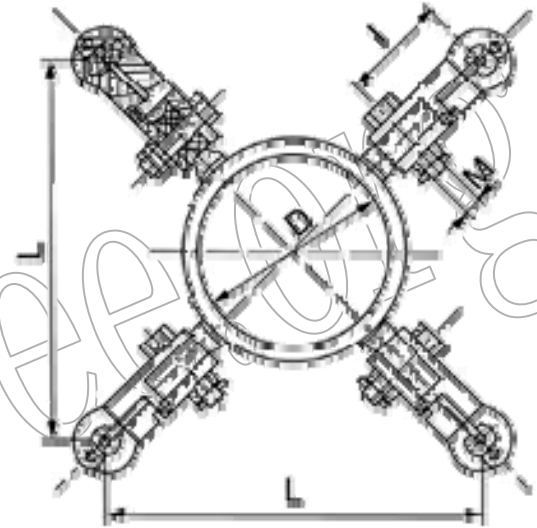
- El *tensor* o *riostra* es un herraje que se emplea en líneas de transmisión con más de un conductor por fase, con el fin de lograr un ajuste óptimo entre los conductores que conforman la fase, de tal manera que mantengan la geometría de los conductores a lo largo del vano. Los hay que son una barra rematada en dos conectores en cantidades y disposición conforme a los conductores que han de sujetar

1.6.1.2. Herrajes de Unión

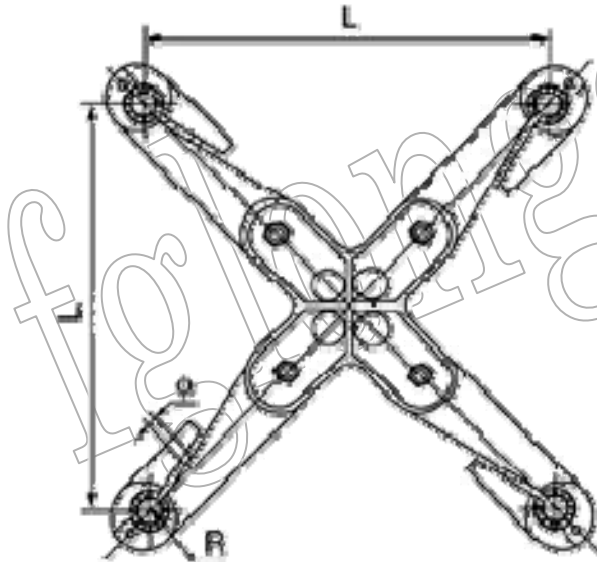
- Riostras



Dos Conductores



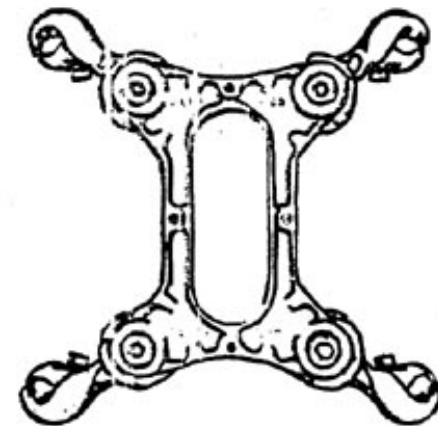
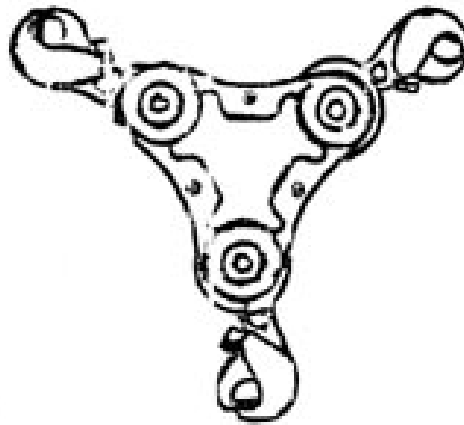
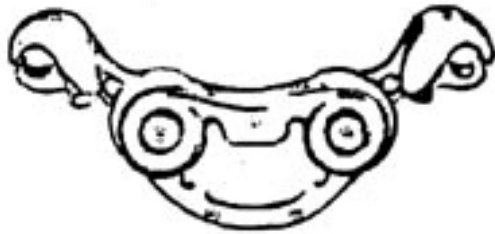
Cuatro Conductores Típico de líneas de 500 kV



Cuatro Conductores

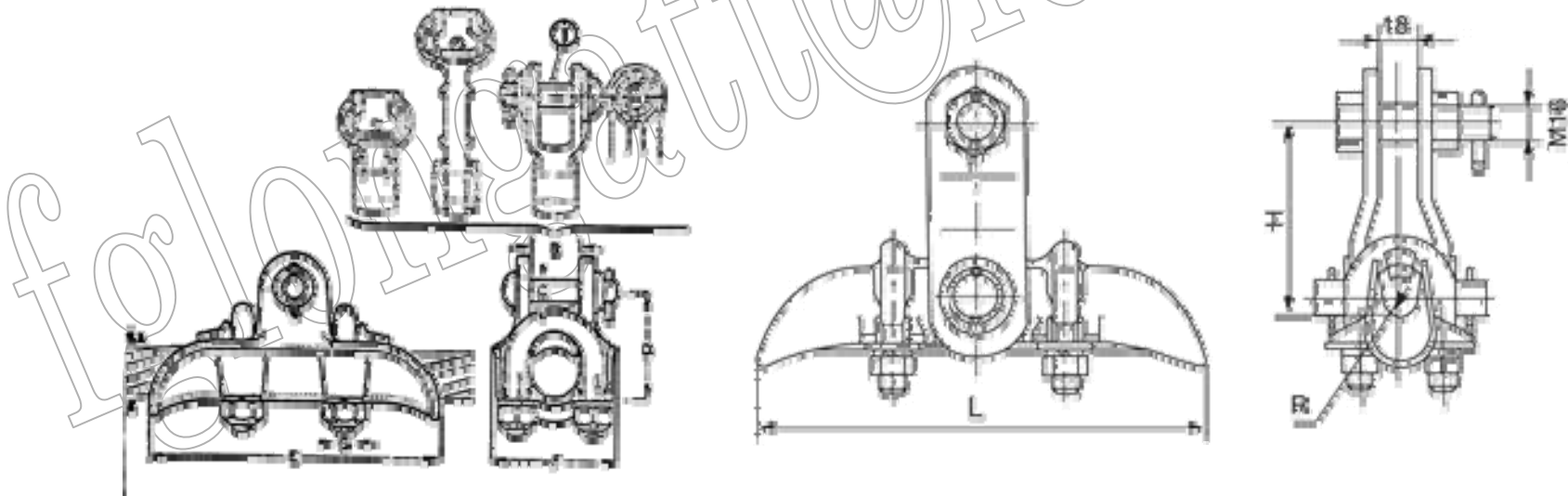
1.6.1.2. Herrajes de Unión

- Riostras o separaciones con Amortiguamiento



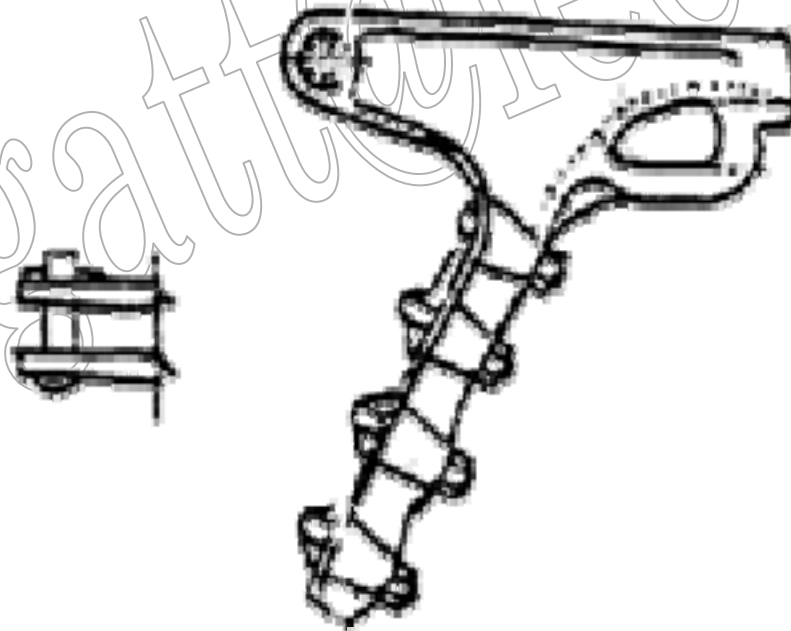
1.6.1.2. Herrajes de Unión

- Mordaza
- Las mordazas son los elementos de unión del conductor a las cadenas de aisladores y por lo tanto responden a las funciones de aquellas: hay dos tipos: de suspensión y de amarre;



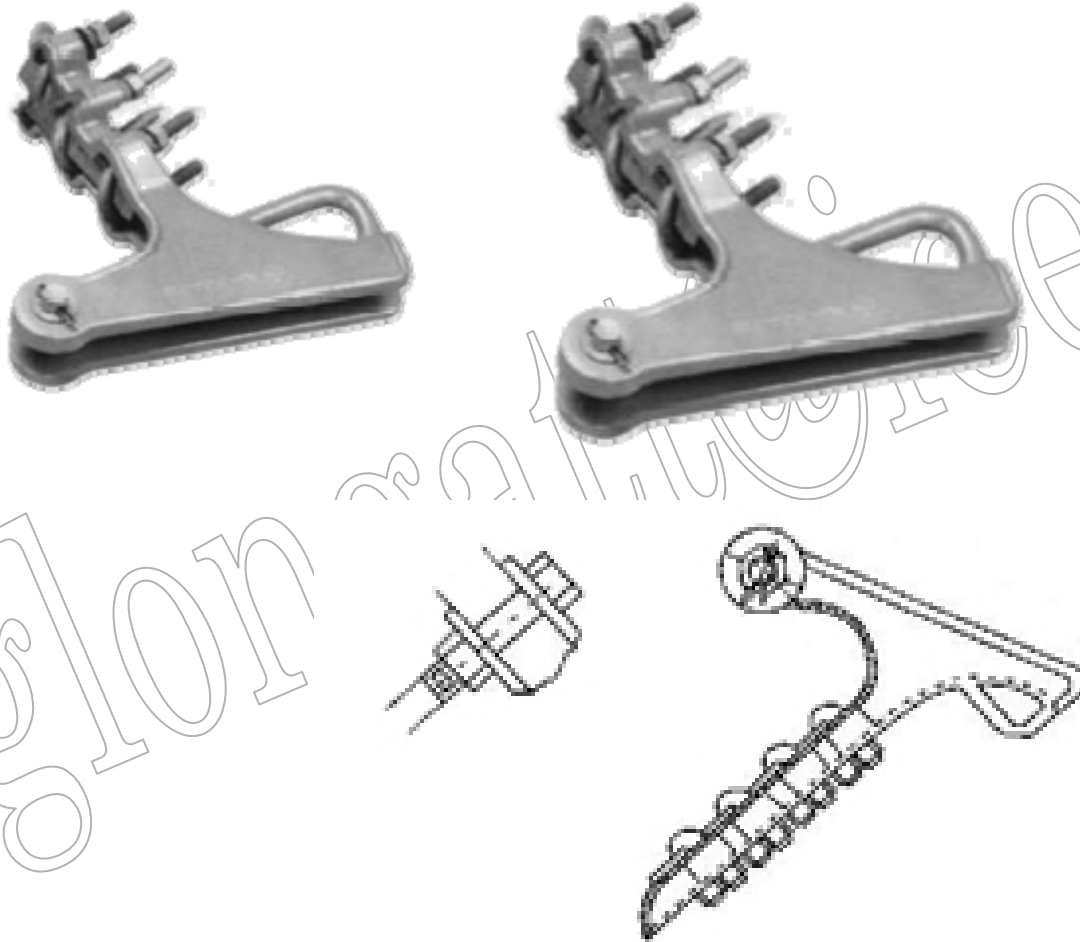
1.6.1.2. Herrajes de Unión

- Mordaza de Amarre
- La mordaza de amarre es el dispositivo que permite fijar o amarrar mecánicamente el conductor a la cadena de aisladores fijada a la torre.



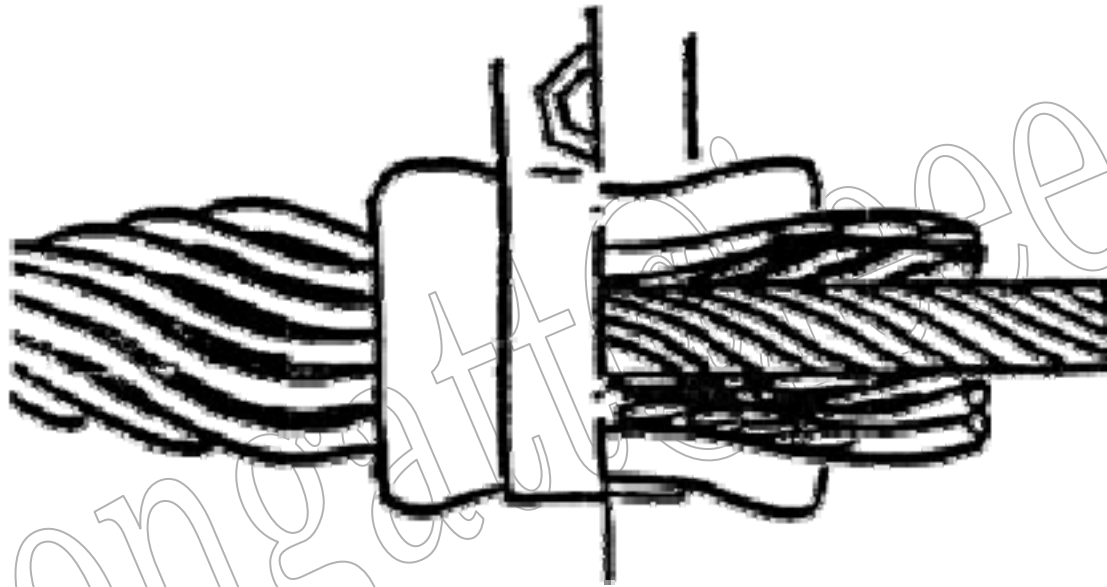
1.6.1.2. Herrajes de Unión

- Mordaza de Amarre



1.6.1.2. Herrajes de Unión

- Mordaza de Amortiguadora



Mordaza Amortiguada

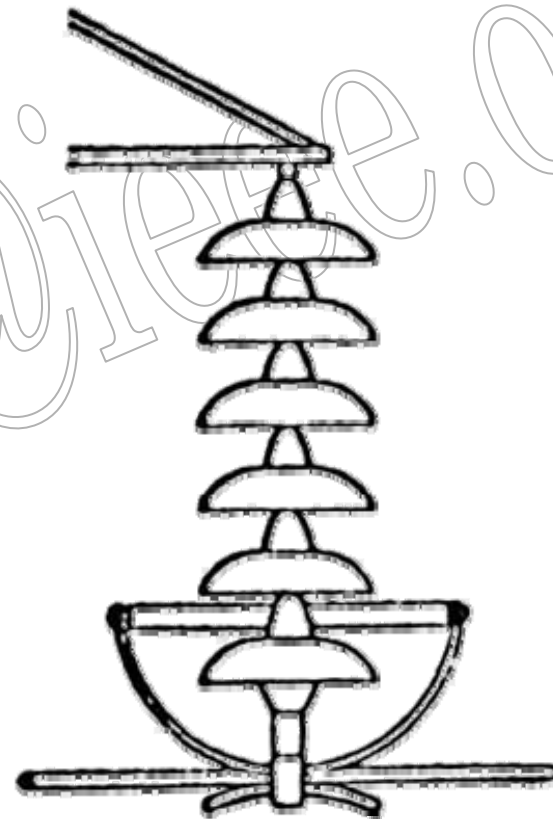
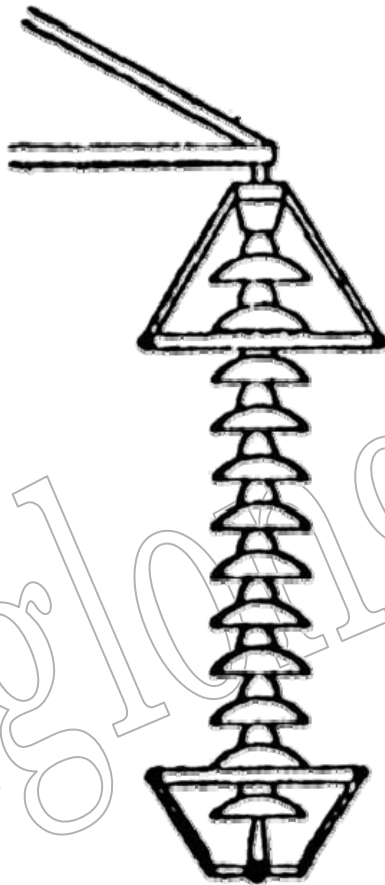
1.6.1.3. Herrajes para proteger los Aisladores

- Cuernos de Descarga (Spark Gaps)



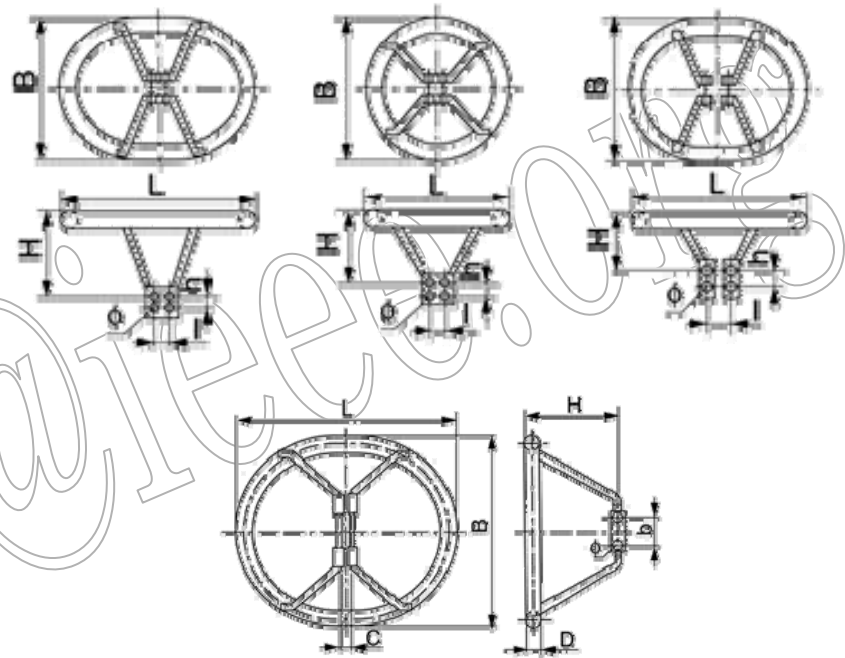
1.6.1.3. Herrajes para proteger los Aisladores

- Anillos de Proteccion

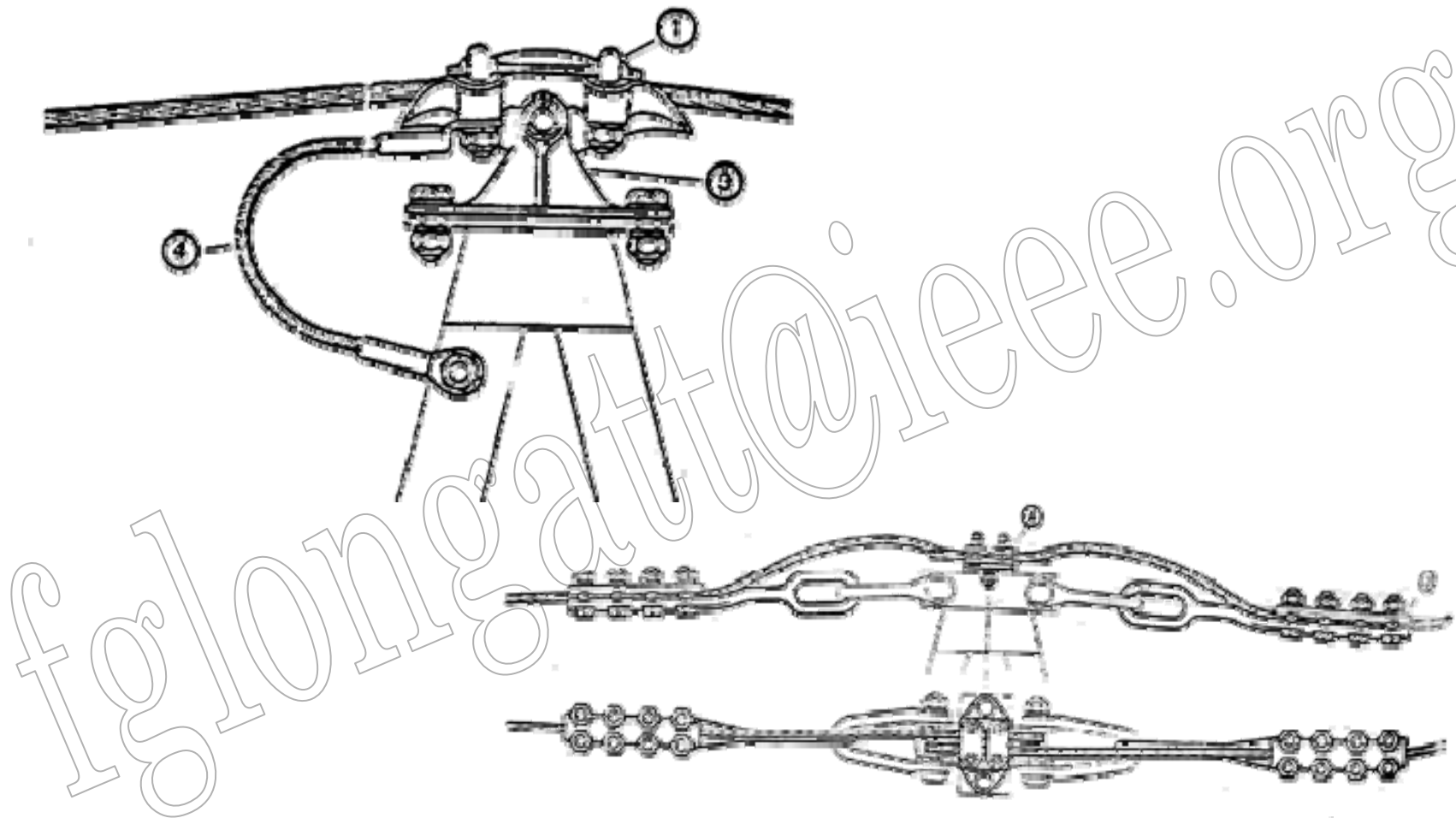


1.6.1.3. Herrajes para proteger los Aisladores

- Anillos de Protección

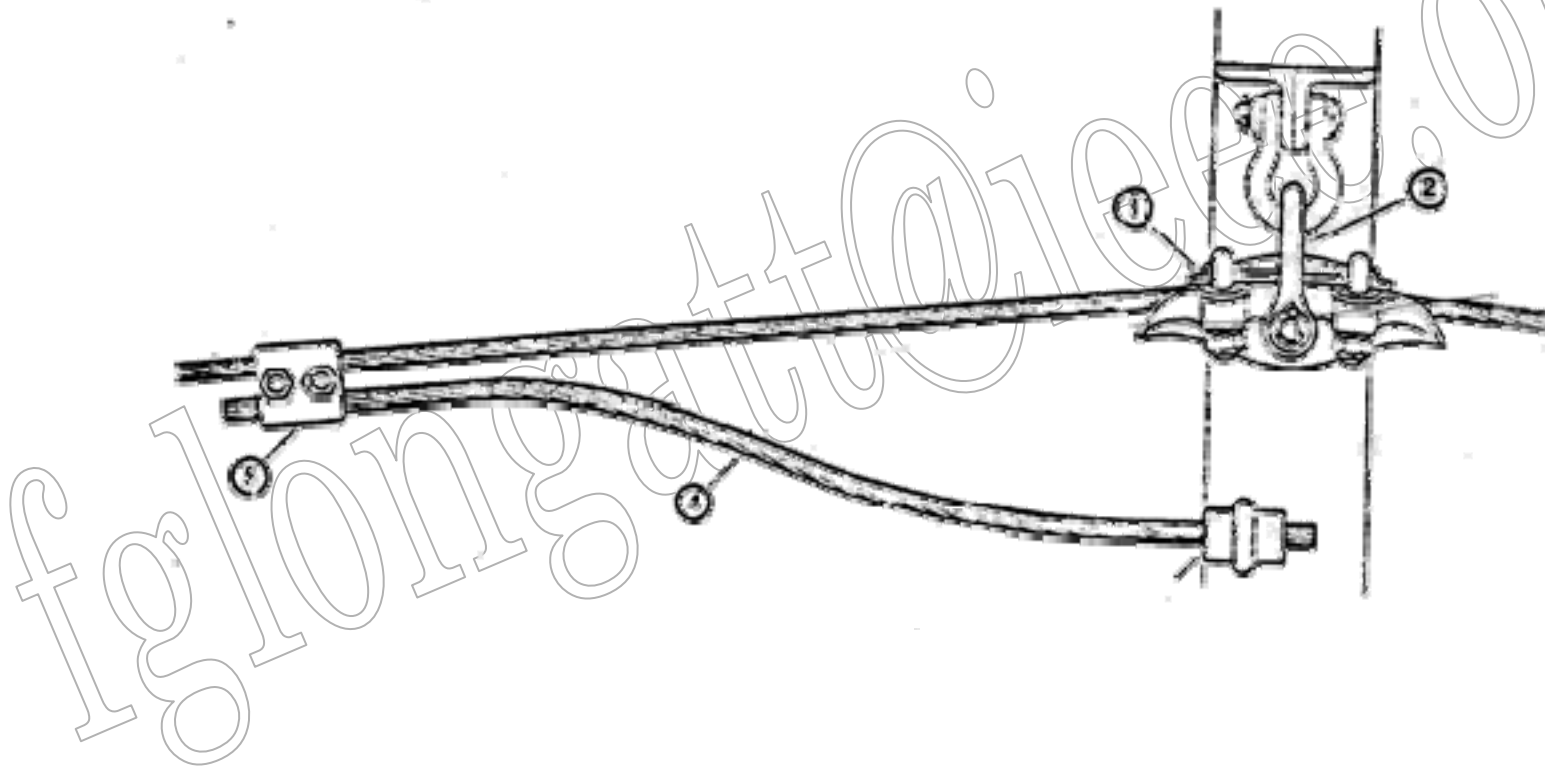


1.6.4. Herraje para el Cable de Guarda



1.6.1.3. Herrajes para proteger los Aisladores

- Suspensión de Cable de Guarda

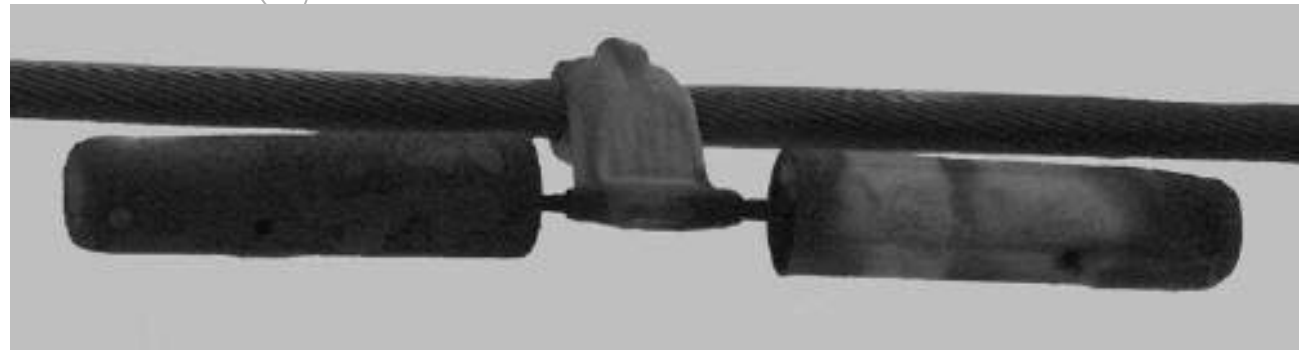
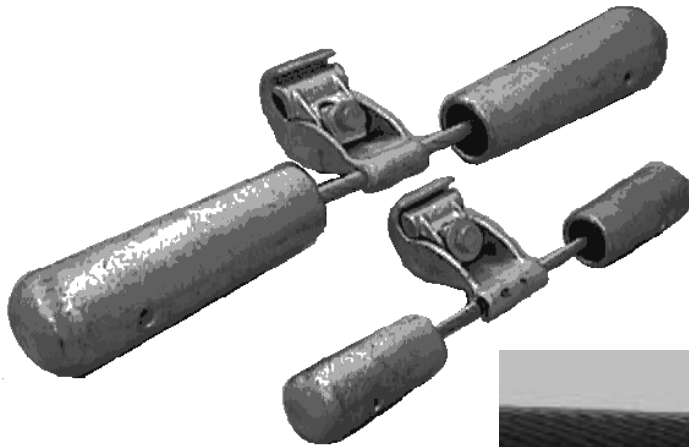


1.6.4. Herrajes Independientes

- Amortiguadores

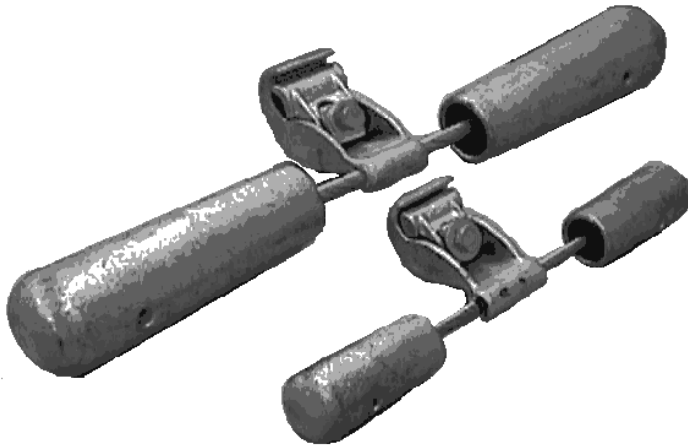


Amortiguador. *Vibration Damper*



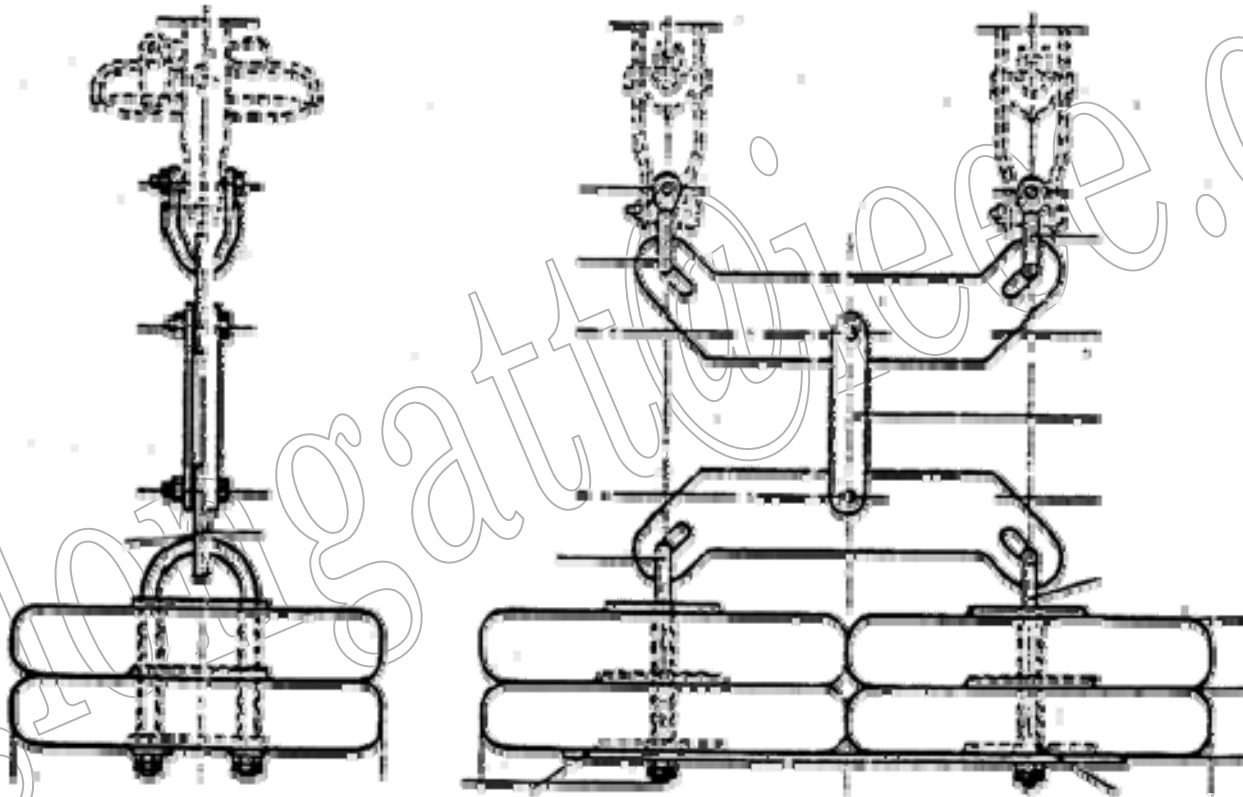
1.6.4. Herrajes Independientes

- Amortiguadores



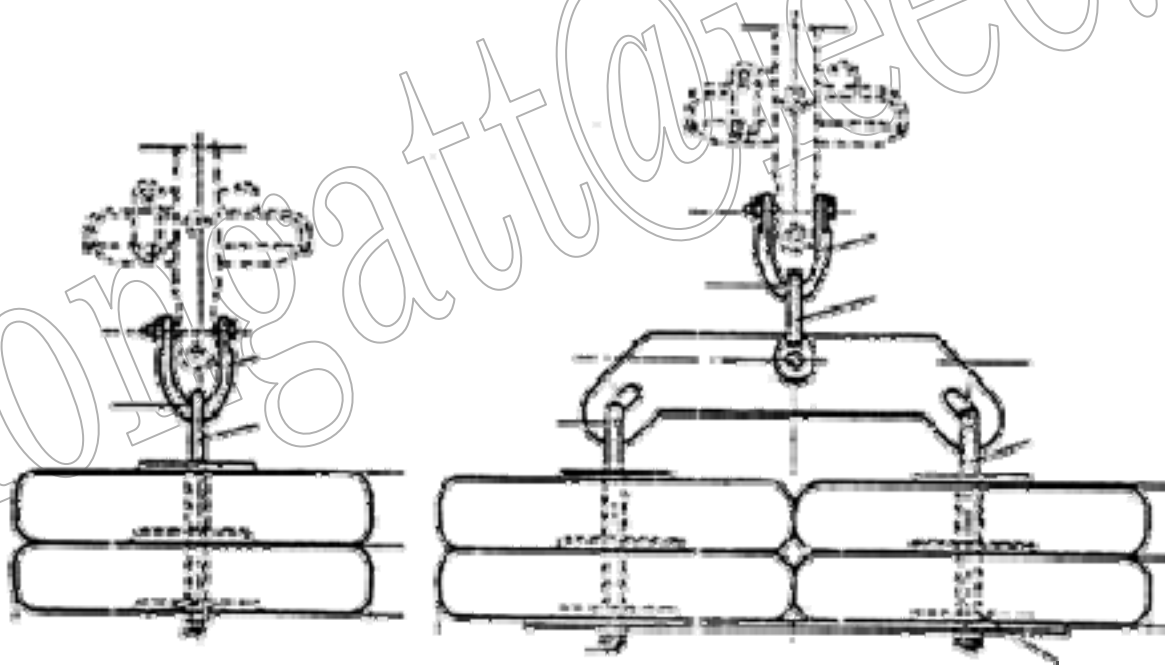
1.6.4. Herrajes Independientes

- Contrapesos y Portapesas



1.6.4. Herrajes Independientes

- Contrapesos y Portapesas
- En Francia se emplean discos elementales de 80 Kg. que se pueden apilar uno encima de otro. Generalmente no se excede de contrapeso de más de 320 Kg. (4 discos) en las líneas de 63 kV y 90 kV, y de 640 Kg. para las líneas de 225 kV.



1.6.4. Herrajes Independientes

- Las esferas de balizaje se colocan generalmente distribuidas en el trayecto de las líneas entre dos torres, con el fin de advertir a las aeronaves de la existencia de las líneas.
- Normalmente estas esferas son de aluminio o de material plástico, en colores llamativos. Para la fijación a las líneas se emplean unos herrajes especiales que fijan las esferas al conductor de manera segura y permanente.

1.6.4. Herrajes Independientes

- Las esferas de balizaje se colocan generalmente distribuidas en el trayecto de las líneas entre dos torres, con el fin de advertir a las aeronaves de la existencia de las líneas.
- Normalmente estas esferas son de aluminio o de material plástico, en colores llamativos. Para la fijación a las líneas se emplean unos herrajes especiales que fijan las esferas al conductor de manera segura y permanente.

ELC-30714
Líneas de Transmisión I

Capítulo 2
Impedancia Serie de
Sistemas de Transmisión
Parte 1

Prof. Francisco M. Gonzalez-Longatt

fglongatt@ieee.org

<http://www.giaelec.org/fglongatt/LT.htm>

1. Introducción

- Uno de los elementos más comunes y extensos en los sistemas eléctricos de potencia, es la línea de transmisión, su diseño eléctrico es un estudio apasionante, en el cual se persigue adaptar sus características a los requerimientos de transmisión del sistema de potencia.
- Durante el diseño eléctrico de la línea de transmisión, se suelen tomar en cuenta cuatro parámetros eléctricos básicos: *resistencia*, *inductancia*, *capacitancia* y *conductancia*.

2. Diseño de Líneas de Transmisión

- Fundamentalmente el diseño del sistema de transmisión, es la selección de los equipos necesarios para manejar el valor requerido de potencia con la *calidad de servicio* demandada por el *más bajo costo* global sobre el período de tiempo para el cual el servicio puede ser requerido o para la *vida del equipo*.

2. Diseño de Líneas de Transmisión

- Al mismo tiempo, el sistema debe ser capaz de expansión con un mínimo cambio de los recursos existentes. El diseño de la línea considera fundamentalmente cuatro aspectos:
 - Diseño Eléctrico
 - Diseño Mecánico
 - Diseño Estructural
 - Especificaciones Misceláneas

2. Diseño de Líneas de Transmisión

- *Diseño Eléctrico*: Este diseño en líneas de corriente alterna involucra los siguientes cálculos:
 - Selección del Voltaje,
 - Tamaño del Conductor,
 - Regulación de la Línea,
 - Pérdidas,
 - Efecto Corona,
 - Control de Voltaje,
 - Estabilidad del Sistema,
 - Sistema de Protección; el cual incluye: Capacidad de interruptores, Arreglo de Interruptores, Relés, Coordinación de Aislamiento, Pararrayos, Aterramiento del neutro, Aterramiento de la Subestación, Aterramiento de los cables de guarda.

2. Diseño de Líneas de Transmisión

- *Diseño Mecánico*: Esta etapa del estudio involucra:
 - Calculo de esfuerzos,
 - Composición del conductor;
 - Espacimientto entre conductores (el mínimo espaciamiento es determinado por el diseño eléctrico),
 - Clase y Tipo de Aislamiento,
 - Selección de equipos para el conductor.

2. Diseño de Líneas de Transmisión

- *Diseño Estructural*: Esto implica:
 - Selección del tipo de estructuras ha ser usadas,
 - Cálculos de esfuerzos,
 - Fundaciones.

2. Diseño de Líneas de Transmisión

- *Especificaciones Misceláneas:* Estos aspectos incluyen:
 - Localización de la línea,
 - adquisición del derecho de paso,
 - localización de estructuras,
 - Coordinación inductiva con las líneas envueltas en el trazado,
 - Medios de Comunicación,
 - Voltaje de Radio Influencia (*RIV: Radio Influence Voltage*) y ruido audible.

3. Parámetros Eléctricos de las LT

- Desde el punto de vista eléctrico, existen (4) cuatro parámetros básicos, que permiten modelar y simular una línea de transmisión, siendo estos factores lo que afectan la habilidad de transportar potencia de la línea de transmisión, estos son:
 - Resistencia.
 - Capacitancia.
 - Inductancia.
 - Conductancia.

3.1. Resistencia

- *Resistencia:* Es el efecto más importante en las pérdidas de la línea de transmisión, es originado por la resistencia de los materiales conductores que conforman la línea de transmisión.
- La resistencia eléctrica de los conductores, desencadena una disipación térmica sobre los mismos como consecuencia del *efecto Joule*, además de una caída de tensión.

3.2. Capacitancia

- *Capacitancia:* Se define como la carga sobre los conductores por unidad de diferencia de potencia entre los mismos, la capacitancia es una propiedad eléctrica que surge cuando cargas eléctricas de signos opuesto se encuentran separadas por una distancia y poseen entre sí una diferencia de potencial.
- La capacitancia depende de los siguientes factores:
 - Distancia entre conductores.
 - Dimensiones del conductor.
 - Dieléctrico entre los conductores.
- Es importante mencionar que el cable de guarda y la tierra influyen en forma apreciable en la capacitancia de la línea de transmisión.

3.3. Inductancia

- *Inductancia:* Este parámetro permite relacionar el campo magnético originado por la corriente que transporta la línea de transmisión, mediante un modelo eléctrico sencillo, que se denomina inductancia.

3.4. Conductancia

- *Conductancia:* Es el parámetro eléctrico de la línea de transmisión que toma en cuenta la corriente de fuga a través de los aislantes y los cables, debido a la posible ionización de los medios.
- Las corrientes de fuga en la línea de transmisión aérea son muy pequeñas, por lo general se desprecia, por ello se suele admitir que la conductancia es nula ($G \cong 0$).

3.5. Impedancias

- *Impedancia Serie:* Es la impedancia que toma en cuenta la resistencia y la reactancia inductiva uniformemente distribuida a lo largo de la línea.
- *Inductancia Shunt o Paralelo:* Esta constituida por la inductancia y la capacitancia entre los conductores en le caso de la línea monofásica y entre uno de ellos y el conductor de neutro, para el caso de las líneas trifásicas.

3.6. Parametros

- Los parámetros eléctricos de las líneas de transmisión son de *tipo distribuido*, esto se refiere al hecho que no se puede realizar una representación lineal única, en que se totaliza el efecto de todo el parámetro, de hecho su influencia depende de la longitud de la línea de transmisión.
- Se pueden realizar simplificaciones para modelarlo por *parámetros concentrados*, que guardan un comportamiento lineal, se debe recordar que una resistencia utilizada en un circuito eléctrico es un parámetro concentrado, porque su efecto es único

4. Conductores Utilizados en LT

- Los conductores en las líneas de transmisión son del *tipo multifilar* y constan de una serie de alambres conductores trenzados en forma helicoidal.
- La intención de que un conductor en las líneas de transmisión, sean de tipo trenzados y no un conductor único sólido, es el hecho de *agregar flexibilidad mecánica al conductor, proveyendo propiedades de resistencia mecánica.*

4. Conductores Utilizados en LT

- Los conductores trenzados, poseen alambres cilíndricos, que son trenzados en forma helicoidal conformando capas.
- En general un conductor de " n " capas, de alambres, que posea un centro de conductor único, puede ser determinado el número de alambres por medio de la ecuación:

$$\#alambres = 3n^2 - 3n + 1$$

$$\#alambres = 3(n^2 - n)^2 + 1$$

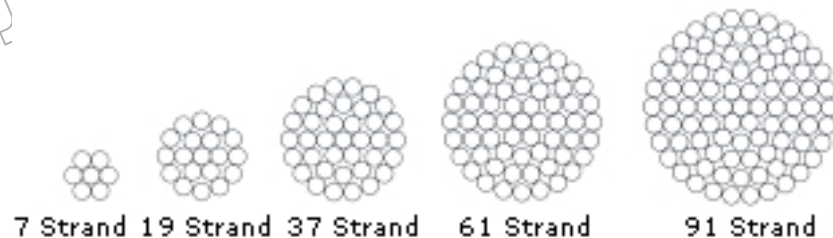
4. Conductores Utilizados en LT

- Un conductor de " n " capas, de alambres, :

$$\#alambres = 3n^2 - 3n + 1$$

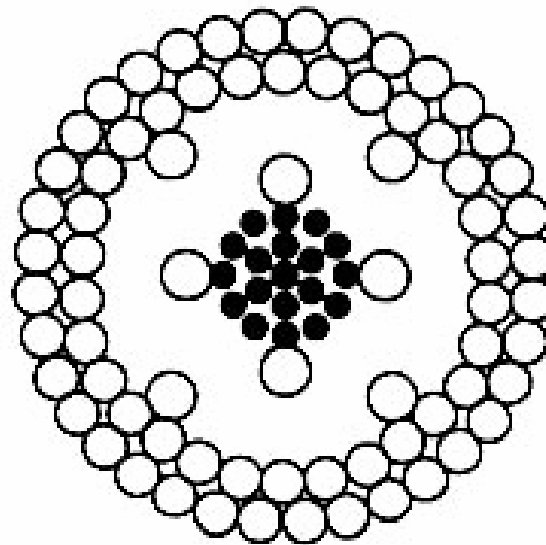
$$\#alambres = 3(n^2 - n) + 1$$

- Para un conductor de tipo multifilar, de conductor central único, posee una relación de alambres según el número de capas es: 7, 19, 37, 61, 91, 127,... etc.



4. Conductores Utilizados en LT

- Los conductores multifilares, pueden ser del *tipo dilatado*, cuando entre las capas de conductores se incluye papel, con la *intensión de aumentar el radio aparente de un conductor*, sin aumentar la cantidad total de material conductor.



Conductor ACSR/AE, Aluminium Conductor, Steel Reinforced, Air Expanded

4. Conductores Utilizados en LT

- En los comienzos de la transmisión eléctrica, se utilizó el cobre como material de construcción de los conductores trenzados, pero debido a su elevado costo y peso, fue paulatinamente sustituido por el aluminio.

4. Conductores Utilizados en LT

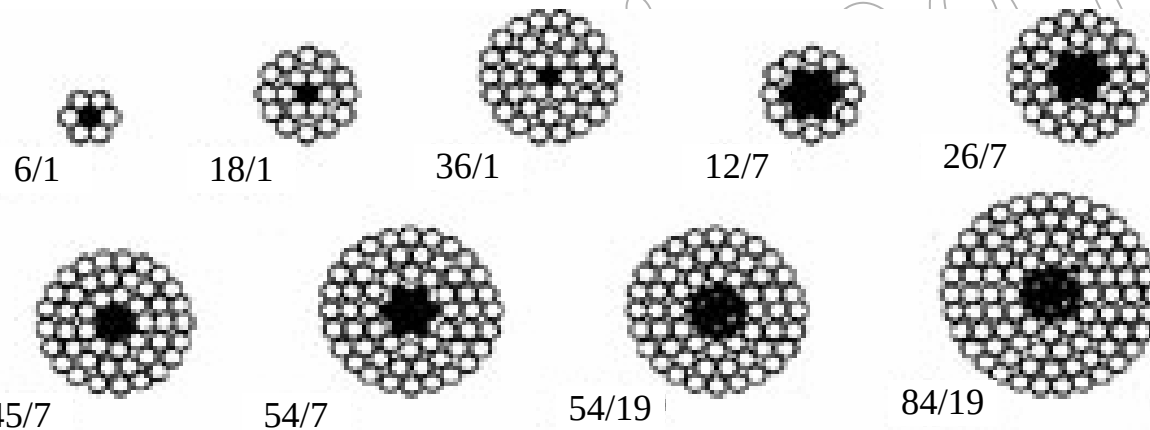
- *AAC*: Conductor de Aluminio (*All Aluminium Conductor*). Los conductores de aluminio Estandar 1350, son clasificados en:
 - *Clase AA*: Para conductores desnudos usados en líneas,
 - *Clase A*: como conductores ha ser recubiertos por materiales resistentes a la humedad, o para líneas de muy alta flexibilidad,
 - *Clase B*: para conductores ha ser aislados con varios materiales y para conductores indicados bajo la clase A donde la flexibilidad es requerida;
 - *Clase C*: son empleados para aplicaciones donde una gran flexibilidad es requerida; nótese que la flexibilidad va de mayor a menor de la clase AA a la C.

4. Conductores Utilizados en LT

- *ACSR*: Conductor de Aluminio con Aleación de Acero (*Aluminium Conductor Steel Reinforced*): Este conductor es empleado en líneas de transmisión y sistemas de distribución primaria.
- El ACSR ofrece el óptimo esfuerzo para el diseño de líneas.

4. Conductores Utilizados en LT

- El núcleo de acero es variable de acuerdo a los diseños de esfuerzo, sacrificando la capacidad de corriente del conductor.



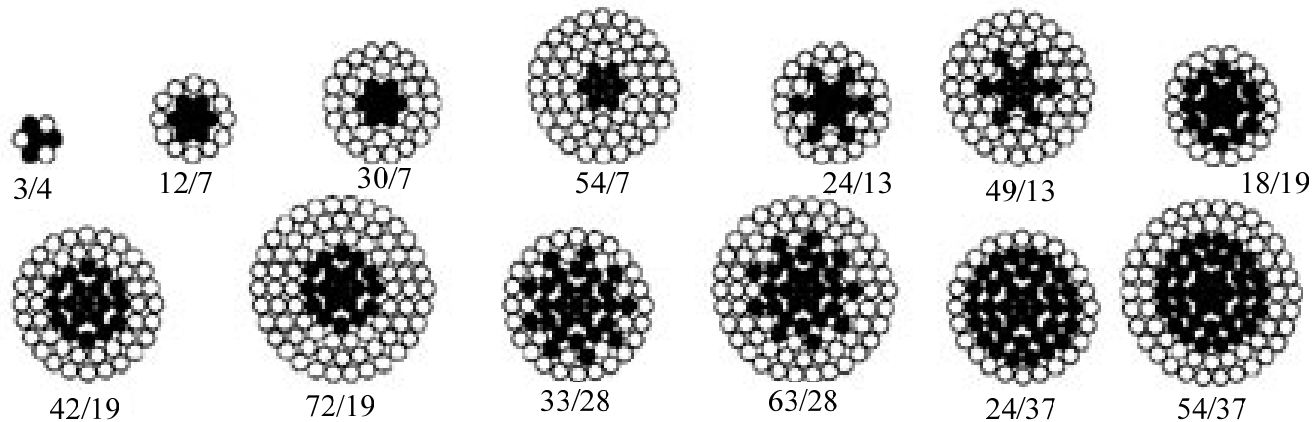
Estructura Típica de Conductores ACSR

4. Conductores Utilizados en LT

- *ACAR*: Conductor de Aluminio con Refuerzo de Aleación (*Aluminium Conductor Alloy Reinforced*): Es usado como conductor para sistemas de distribución primaria y secundaria, posee una buena relación de esfuerzo peso, y lo hace aplicable en aplicaciones donde tanto capacidad de corriente y esfuerzos son las consideraciones primarias en el diseño de la línea.

4. Conductores Utilizados en LT

- En Venezuela se prefiere la utilización de conductores con base de aluminio, debido a que nuestro país es un gran productor de este mineral, pero en esencia se utiliza en las líneas de transmisión aéreas reforzado con aleación ACAR.



Estructura Típica de Conductor ACAR

4. Conductores Utilizados en LT

- En distribución de energía eléctrica se suele utilizar un particular tipo de conductor denominado **ARVIDAL**, que corresponde a un conductor con 20% de aluminio (según el fabricante **ICONEL**), y en los Estados Unidos es usual utilizar el **AMES** hasta el **ALLIANCE**.

4. Conductores Utilizados en LT

- *Cables de Aluminio (ASC o ACC):* Son conductores hechos de alambres de aluminio, de sección circular, cableados en capas concéntricas. La empresa eléctrica venezolana CADAPE, exige que sus conductores de aluminio cumplan con la norma NORVEN 533-69 y ASTM B-53. (*American Society for Testing and Materials*)

4. Conductores Utilizados en LT

- *Cables de aluminio con refuerzo de acero (ACSR):*
Son cables formados por un cierto número de alambres de acero galvanizado o aluminizado y una o varias capas de alambres de aluminio, todos cableados en capas concéntricas. La empresa CADAFE, emplea en sus líneas de transmisión e, ACSR, que cumpla con las normas NORVEN 531-68 y ASTM B323, B262 y B230.

4. Conductores Utilizados en LT

- *Cables de aleación de aluminio (AAAC):* Son simplemente conductores hechos de alambres de aleación de aluminio de sección circular, cableados en capas concéntricas. En Venezuela la empresa CADAFE, utiliza el AAAC de aleación de aluminio 6201 con normas NORVEN 557-71 y ASTM B399.

4. Conductores Utilizados en LT

- *Cables de alambres de aluminio y de aleación de aluminio (ACAR):* Son conductores formados por la combinación de alambres de aluminio y alambres de aluminio 6201 trenzados.
- En Venezuela, CADAFE admite la norma ASM B524.

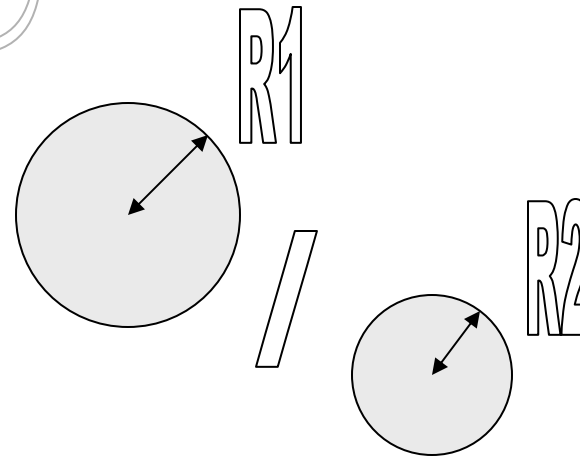
5.1. Calibre de Conductores

- Para especificar un conductor trenzado multifilar, se suele *utilizar su calibre como punto de partida*, se entiende por calibre, el área de la sección transversal, o cualquier parámetro que la defina (radio o diámetro).
- Existen dos sistemas internacionalmente aceptados, para definir el calibre de los conductores, estos son:
 - Sistema AWG
 - Sistema MCM

5.1. Calibre de Conductores

- El sistema AWG, proviene de las iniciales inglesas de *American Wire Gage*, en este sistema los calibres de los conductores son definidos por una escala numérica, que cumple con que la relación entre los números sucesivos de calibres es constante, entonces obedece a una progresión geométrica (cuya razón es 1.2610).

$$R1/R2=1.2610$$



5.1. Calibre de Conductores

- En el sistema AWG, mientras mayor es el número del conductor, menor es su diámetro, en este sistema existen definidos cuarenta (40) calibres diferentes, partiendo del número 36 (diámetro de 0.005 pulgadas) hasta llegar al calibre 0, 2/0, 3/0 y 4/0 (diámetro de 0.46 pulgada).

5.1. Calibre de Conductores

Características Físicas Típicas de Conductores desnudos

Tamaño AWG	Sección mm ²	Diámetro mm	Kg/Km	
			Cobre	Aluminio
36	0.0127	0.127	0.1126	
30	0.0507	0.254	0.4505	
24	0.205	0.511	1.820	
16	1.31	1.29	11.63	3.53
14	2.08	1.63	18.51	5.63
12	3.31	2.05	29.41	4.94
10	5.261	2.588	46.77	14.22
8	8.367	3.264	74.38	22.62
2	33.62	6.543	298.9	90.89
1	42.41	7.7348	377	114.6
1/0	53.49	8.252	475.5	144.6
4/0	107.2	11.68	953.2	289.8

5.1. Calibre de Conductores

- La clasificación de los conductores AWG, resulta bastante acertada para los conductores de aplicación general, residencial e industrial, *pero en la transmisión de grandes bloques de energía, en los sistemas de potencia, el calibre de los conductores superó los valores establecidos por la AWG, siendo necesario implementar un sistema que admitiera calibres mayores, y es donde nace el concepto de MILS.*

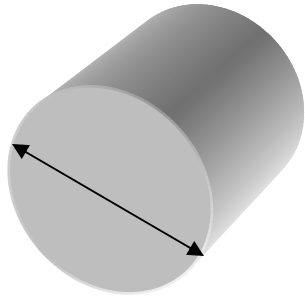
5.1. Calibre de Conductores

- Un *mils* es una unidad de longitud inglesa, que se define como la milésima parte de una pulgada

$$1\text{mil} = \frac{1}{1000} \text{ pulgada} = 0.001\text{pulgada}$$

- En función de esta unidad de longitud se puede definir el área de la sección transversal que especifican los conductores, por lo que se adopta el *circular mil*, que corresponde al área de una circunferencia cuyo diámetro es un mil (1/1000 pulg.).

5.1. Calibre de Conductores



$$1\text{mil} = \frac{1}{1000} \text{ pulgada} = 0.001\text{pulgada}$$

$$A_{\text{cmil}} = \frac{\pi d^2}{4}$$

$$A_{\text{cmil}} = \frac{\pi(0.001\text{ pulgada})^2}{4}$$

$$1\text{cm} = 0.00000007854 \text{ pulg}^2$$

- Entonces debe ser bien comprendido que un *circular mil* es una unidad de área que relaciona el calibre del conductor con su área.

5.1. Calibre de Conductores

- El circular mil es utilizado para especificar alambres sólidos y conductores trenzados, tiene la especial ventaja que las secciones especificadas guardan relación directa su el diámetro.
- Si se desea conocer el área de un conductor, siendo conocido su diámetro (d) en pulgadas, solo se debe operar por:

$$A[cmil] = 1000000 d^2$$

5.1. Calibre de Conductores

- Se puede realizar un equivalente entre las unidades inglesas y las americanas:

$$1\text{cmil} = 0.0000507\text{mm}^2$$

- Los conductores que transmiten grandes bloques de potencia, requieren de secciones transversales grandes, por lo que el cmil es una unidad muy reducida para la definición cotidiana de conductores, en ves de esta se ha definido el *mcmil*, que corresponde a mil cmil.

$$1\text{mcmil} = 1000\text{cmil} = 1\text{mcm}$$

5.1. Calibre de Conductores

- El menor calibre definido en el sistema de circular mils es de 250 mcm, siendo crecientes los calibres en pasos de 50 mcm.

Tabla de Alambres y Conductores Sólidos. Industria Venezolana de Cables Eléctricos. CABEL

<i>Tamaño MCM</i>	<i>Sección mm²</i>	<i>Diámetro mm</i>	<i>Kg./Km. Aluminio</i>
250	127	12.7	342.4
300	152	13.91	410.9
350	177	15.03	479.4
400	203	16.07	547.9
450	228	17.04	616.3
500	253	17.96	684.8

5.1. Calibre de Conductores

- En Venezuela como se ha indicado, el conductor utilizado es del tipo ACAR, distinguiéndose los calibres para conductores de fase.

Calibre de Conductores de Fase típico en Líneas de Transmisión venezolanas

<i>Voltaje de Operación</i>	<i>Calibre del Conductor Típico</i>
115	1f x 500 MCM
230	1f x 1100 MCM
400	2f x 1100 MCM
765	4xf 1100 MCM

5.1. Calibre de Conductores

- En Venezuela las Industrias de mayor importancia y renombre en la fabricación de conductores desnudos para líneas de transmisión son:
 - CABEL, Maracay, Edo. Aragua.
 - ICONEL, Valencia, Edo. Carabobo.
 - CABELUM, Ciudad Bolívar, Estado Bolívar.
 - SURAL, Puerto Ordaz, Estado Bolívar.

5.1. Calibre de Conductores

- ICONEL, CABELUM y SURAL: ACAR y Aluminio Reforzado, fabricándolos en un margen de calibres que dependen de la tensión: 350 a 500 MCM para líneas a 115 kV y 1100 MCM para líneas de 230 y 400 kV.
- El ACAR era vendido a un promedio de 1000 Bs/Kg (1994), siendo importante notar que el ACAR de 350 MCM pesa 0.5 Kg/m y el ACAR de 1100 MCM pasa 1.5 Kg/m.

5.1. Calibre de Conductores

- La empresa Venezolana CADAFE ha normalizado:
 - Líneas 115 kV: ACAR 350 o 500 MCM
 - Líneas 230 y 400 kV: ACAR 1100 MCM.
- Anterior a esta normalización, se empleaba el AAAC 927.2 MCM y el ACSR Drake 795 MCM, todavía quedan algunas líneas de transmisión con conductor AAAC Arvidal 4/0 para 115 kV, en el vano Villa de Cura - San Juan de los Morros.

5.1. Calibre de Conductores

				Capacidad de Carga para Conductores en Amperios	
<i>Tipo</i>	<i>Código</i>	<i>Calibre</i>	<i>Trenzado</i>	<i>Capacidad</i>	<i>Uso/KV</i>
ACSR	Penguin	4/0	6/1	365	D-13.8
ACSR	Pantridge	266.8	26/7	455	LT-115
ACSR	Linnet	336.4	26/7	530	LT-115
ACSR	Drake	795	26/7	910	LT-230
AAAC	Arvidal	4/0	7	395	D-13.8
AAAC	Canton	394.5	19	530	LT-115
AAAC	Greely	927.2	37	900	LT-230
AAC	Oxlip	4/0	7	380	Barras Aéreas S/E
AAC	Tulip	336.4	19	510	Barras Aéreas S/E
AAC	Orchid	636	37	760	Barras Aéreas S/E
ACAR		350	12/7	543	LT-115
ACAR		500	12/7	637	LT-115
ACAR		1100	30/7	1090	LT-400

6. Resistencia Eléctrica en LT

- La *resistencia eléctrica* es la propiedad de los materiales de oponerse al paso de la corriente eléctrica.
- En los sistemas de transmisión eléctrica, la resistencia se transforma en un factor a eliminar y erradicar, debido a que la *resistencia eléctrica se transforma en la causa principal de pérdidas de la energía transmitida.*

6. Resistencia Eléctrica en LT

- la *resistividad eléctrica* es una particularidad de cada material pese a que se utilicen los mejores conductores que económicamente sean aceptables.
- Para tratar de disminuir las pérdidas por efecto Joule en la resistencia de los conductores, se han elevado los niveles de tensión de transmisión, con el objetivo de reducir apreciablemente la corriente que circula por la línea para un mismo valor de potencia a transmitir.

6. Resistencia Eléctrica en LT

- La conducción eléctrica se ve afectada por una serie de fenómenos que provocan la distribución no uniforme de la corriente en el conductor (efecto piel, proximidad, etc.)
- Dos (2) tipos de resistencias eléctricas:
 - Resistencia de Corriente Continua (R_{cd}).
 - Resistencia de Corriente Alterna (R_{ac}).

6.1. Resistencia DC

- La resistencia eléctrica es una propiedad de los cuerpos que *depende de los materiales además de la geometría del mismo*.
- En el caso de la corriente continua se *logra una distribución uniforme de la corriente en la sección transversal de conductor*, lo que permite la máxima conducción a través del material.

6.1. Resistencia DC

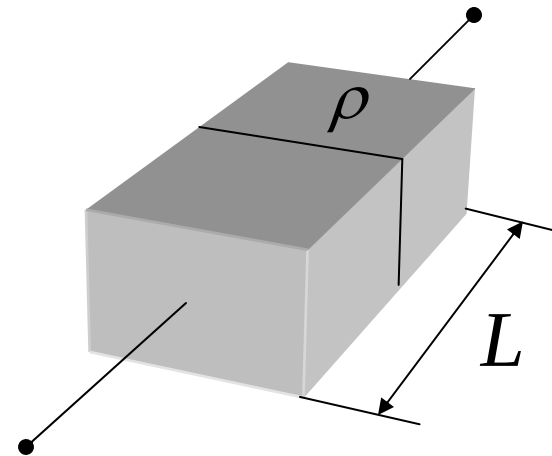
- La resistencia en corriente continua (R_{dc}) de un cuerpo puede ser estimada por la ecuación:

$$R_{dc} = \rho \frac{L}{A}$$

ρ : Resistividad del conductor.

L : Longitud del conductor.

A : Área de la sección transversal



6.1. Resistencia DC

- Los valores de resistividad de esta tabla están referidas a una temperatura de 20° Celcius, porque como se explicara en lo siguiente, la temperatura modifica la resistividad de los materiales.

Resistividad Eléctrica de los Materiales

<i>Material</i>	<i>Resistividad</i>
Cobre Estirado en Frío	10.66 Ω mil/pies 1.77 x 10 ⁻⁸ Ω . m
Aluminio	17.00 Ω mil/pies 2.83 x 10 ⁻⁸ Ω .m

6.1. Resistencia DC

- La ecuación de resistencia eléctrica antes expresada, solo es válida para conductores de tipo sólido, pero en la realidad los conductores están constituidos por alambres de tipo sólido que se trenzan en forma helicoidal para conformar conductores multifilares, pero debido al trenzado, los conductores de este tipo poseen mayor longitud que la aparente, resultando una resistencia mayor.

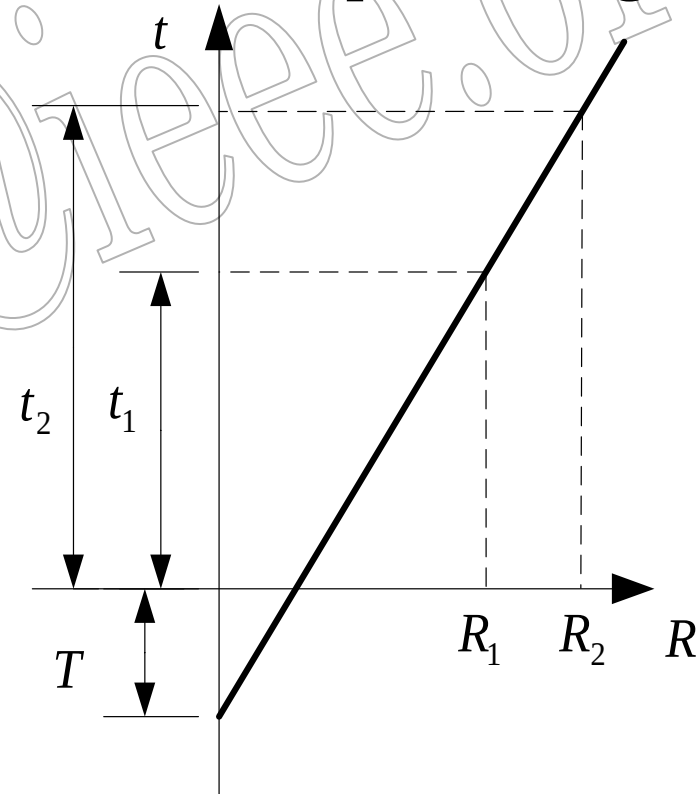
Conductor Trifilar: $R_{dc} + 1\%$

Conductor Trenzado: $R_{dc} + 2\%$

6.2. Variación R con la Temperatura

- Experimentalmente se ha demostrado que la variación de la resistencia en función de la temperatura, corresponde a una relación lineal, esto para márgenes aceptables de operación.

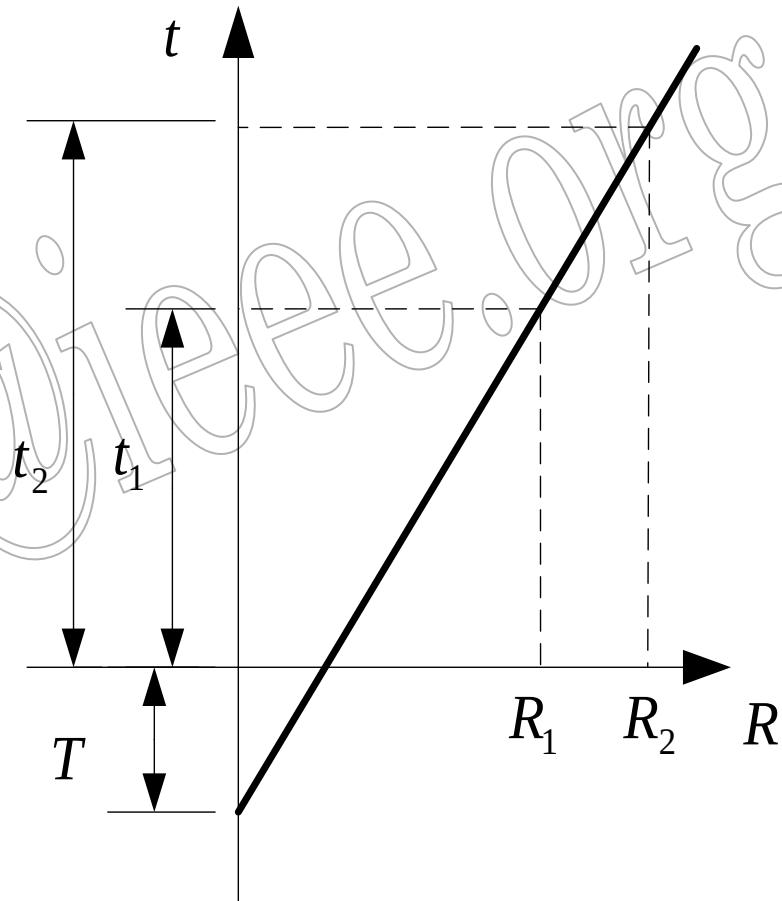
$$\frac{R_2}{R_1} = \frac{(T + t_2)}{(T + t_1)}$$



6.2. Variación R con la Temperatura

$$\frac{R_2}{R_1} = \frac{(T + t_2)}{(T + t_1)}$$

R_2 y R_1 son las resistencias a las temperaturas t_2 y t_1 respectivamente. El parámetro T , es un valor constante que depende del material, obtenido del hecho de extrapolar el valor de la resistencia hasta una temperatura de cero grados Celcius.

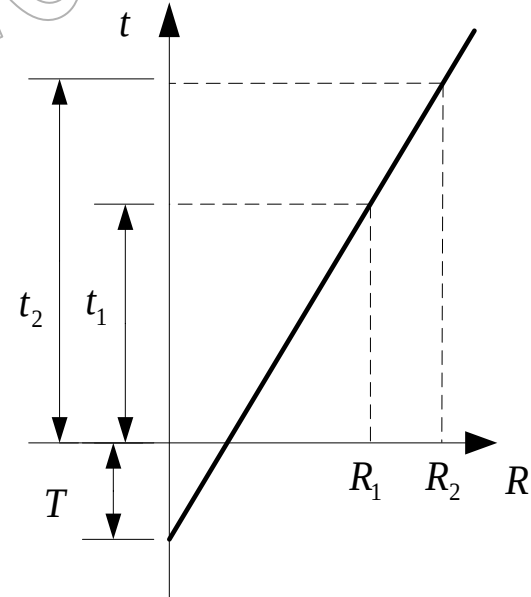


6.2. Variación R con la Temperatura

Constante de Temperatura T

<i>Material</i>	<i>T</i>
Cobre Recocido	234.5
Cobre Estirado en Frío	241
Aluminio Estirado en Frío	228

$$\frac{R_2}{R_1} = \frac{(T + t_2)}{(T + t_1)}$$



6.2. Resistencia AC (R_{ac})

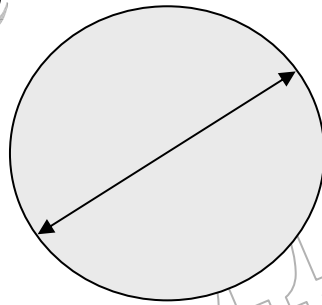
- La resistencia de corriente alterna (R_{ac}) se diferencia de su homóloga la de corriente continua (R_{dc}), en el hecho que la primera considera la distribución no uniforme de la corriente a lo largo de la sección transversal de conductor, como consecuencia de los fenómenos que se hacen presente al trabajar con corriente alterna.

6.2. Resistencia AC (R_{ac})

- Los valores de resistencia de corriente alterna, se apoyan en considerar la acción del fenómeno piel (*Skin Effect*) el cual indica que en los conductores con sección transversal circular, aumenta la densidad de corriente del interior al exterior, sin embargo en conductores de radio suficientemente grande, se pueden presentar densidades de corriente oscilante a lo largo del radio.

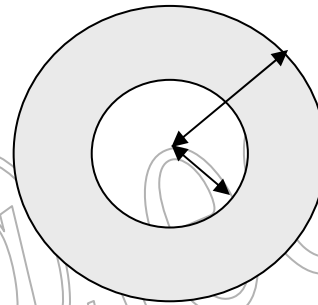
6.2. Resistencia AC (R_{ac})

R_{dc}



dc

R_{ac}



ac

Efecto Piel
Skin Effect

6.3. Valores Tabulados de R

- Aunque existen métodos analíticos para calcular los valores de resistencia de corriente alterna para los distintos tipos de conductores y materiales y su posible variación con la temperatura, la mayoría de los fabricantes suministran junto a su producto una cantidad de tablas donde se incluyen los posibles valores de resistencias en corriente continua y alterna para ciertas temperaturas

6.3. Valores Tabulados de R

- *Ejemplo*
- *Supóngase un conductor de ACSR del tipo Pheasant, constituido por 3 capas de aluminio 54/19, con una resistencia 0.0135 Ω /1000 pies a una temperatura de 20 Celcius, una resistencia de corriente alterna de 0.0762 Ω /milla a la misma temperatura o 0.0821 a 50 grados centígrados.*

6.3. Valores Tabulados de R

- *La resistencia de corriente continua puede ser calculada por:*

$$R_{dc} = 0.0135 \, \Omega/1000 \text{ pies} \times 5279.99 \text{ pies} / \text{milla}$$

$$R_{dc} = 0.712799 \, \Omega/\text{milla}$$

a 20° centígrados.

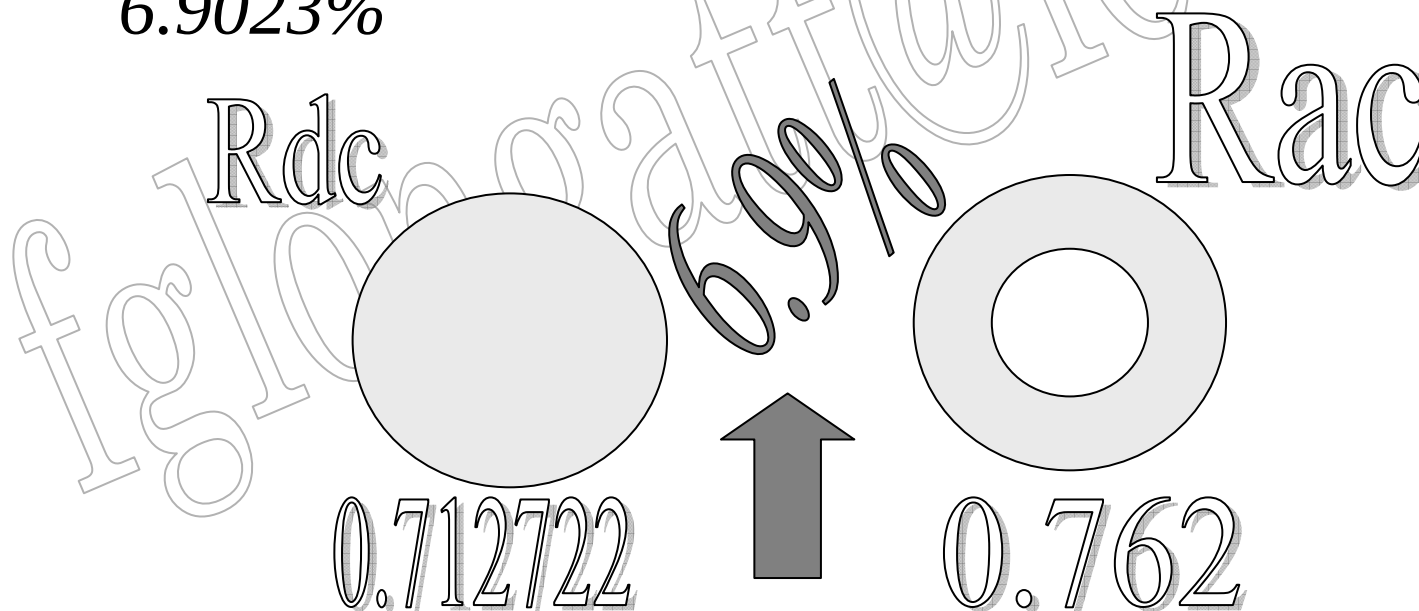
$$R_{ac} = 0.762 \, \Omega/\text{milla}$$

6.3. Valores Tabulados de R

$$R_{ac} / R_{dc} = 0.762 / 0.712799$$

$$R_{ac} / R_{dc} = 1.069023$$

- *El efecto piel causa un aumento de la resistencia de 6.9023%*



ELC-30714
Líneas de Transmisión I

Capítulo 2
Impedancia Serie de
Sistemas de Transmisión
Parte 2

Prof. Francisco M. Gonzalez-Longatt

fglongatt@ieee.org

<http://www.giaelec.org/fglongatt/LT.htm>

1. Definición de Inductancia

- En el año de 1831, el físico inglés Michael Faraday, postulo a partir de resultados experimentales una de las leyes más importantes del electromagnetismo y que lleva su nombre, *Ley de inducción de Faraday*.
- La mencionada ley establece que la fuerza electromotriz inducida es igual a la rapidez de cambio del flujo de campo magnético a través del circuito excepto por un signo negativo:

$$V = -\frac{d\Psi}{dt}$$

Ψ el número de *enlaces de flujo* número de líneas de inducción del circuito [Weber - Vueltas].

1. Definición de Inductancia

- Asumiendo la *permeabilidad del medio en que actúa el campo magnético es constante*, entonces bajo esta circunstancia, el número de enlaces de flujo de campo es directamente proporcional a la corriente, siendo la constante de proporcionalidad conocida con el nombre de *inductancia* (L):

$$\Psi = Li$$

1. Definición de Inductancia

- La fuerza electromotriz inducida, es proporcional a rapidez de cambio de la corriente, siendo la constante de proporcionalidad la inductancia del circuito, pudiéndose escribir:

$$V = \frac{d\Psi}{dt} = \frac{d(Li)}{dt}$$

- Si el número de líneas de enlace de flujo varía linealmente con la corriente, suponiendo un medio de permeabilidad constante, entonces la inductancia (L) puede salir de la derivada.

$$V = L \frac{di}{dt}$$

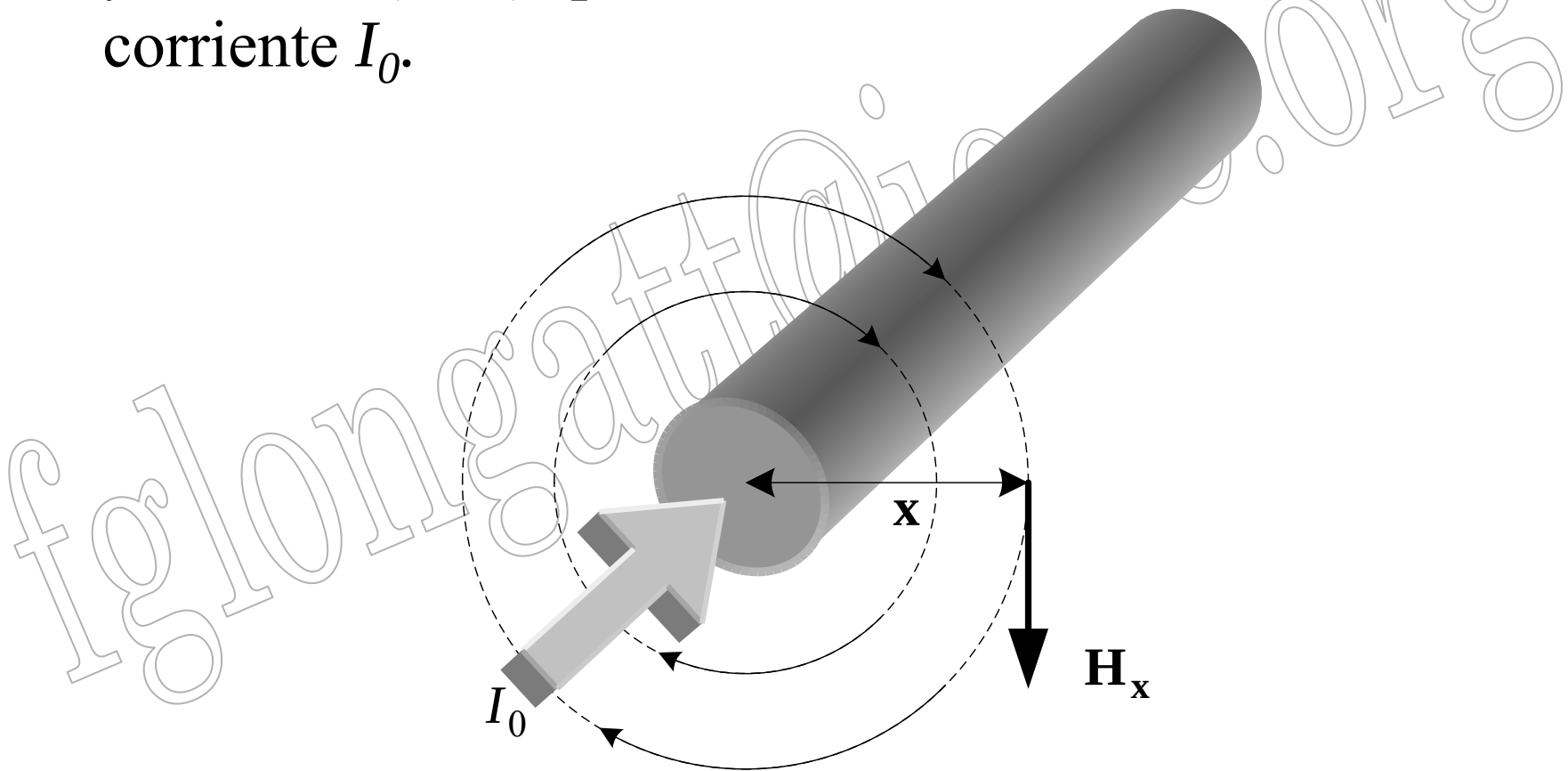
1. Definición de Inductancia

- L : La inductancia o coeficiente de autoinducción. La unidad de la inductancia lleva el nombre del científico americano Joseph Henry, quien desarrolló estudios paralelos a los de Michael Faraday.

$$V = \frac{d\Psi}{dt} = \frac{d(Li)}{dt}$$

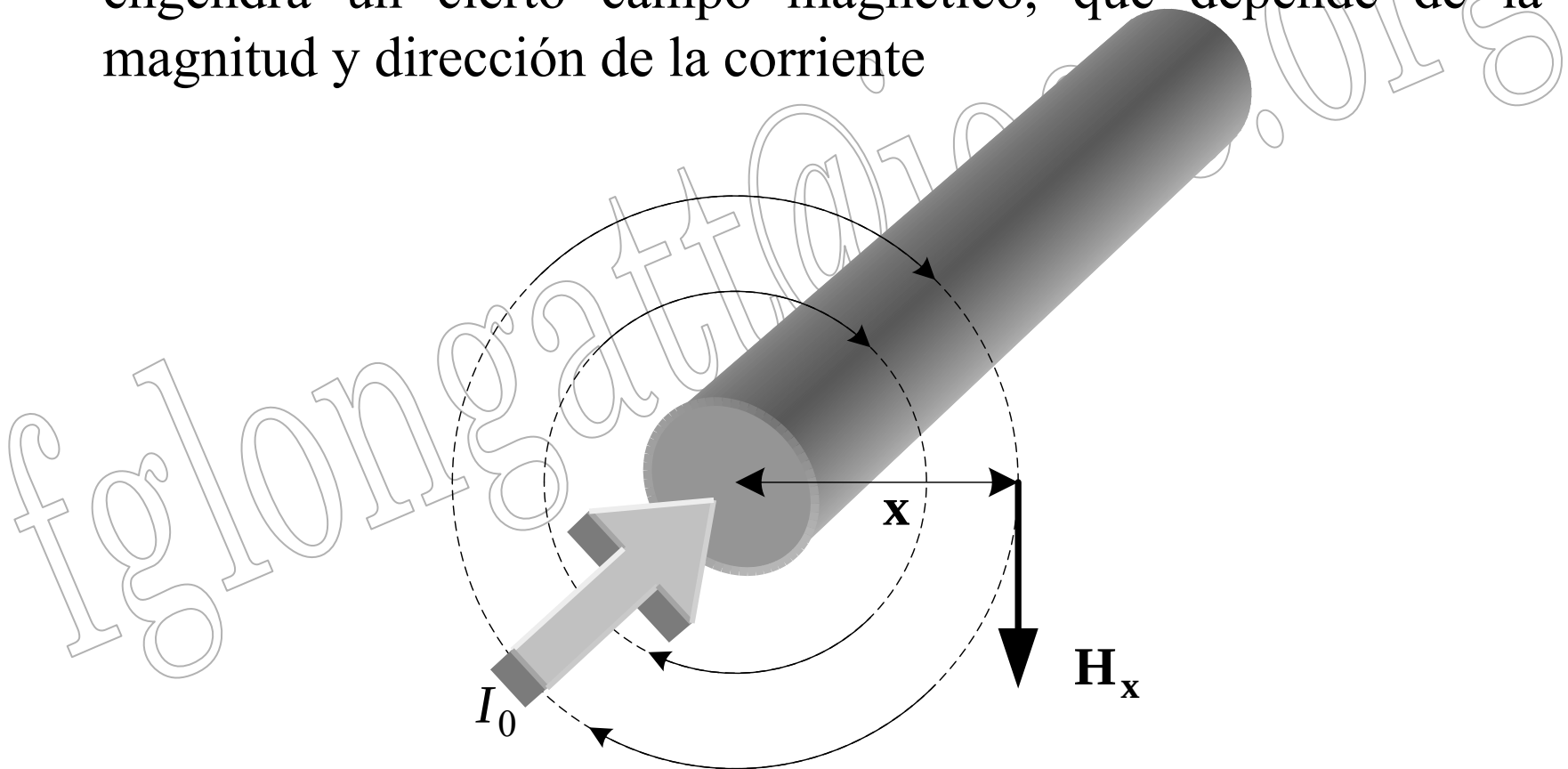
2. Campo Magnético de un Conductor Infinitamente Largo

- Imagínese un conductor cilíndrico de longitud infinita y radio R ($R > 0$), por medio del cual circula una cierta corriente I_0 .



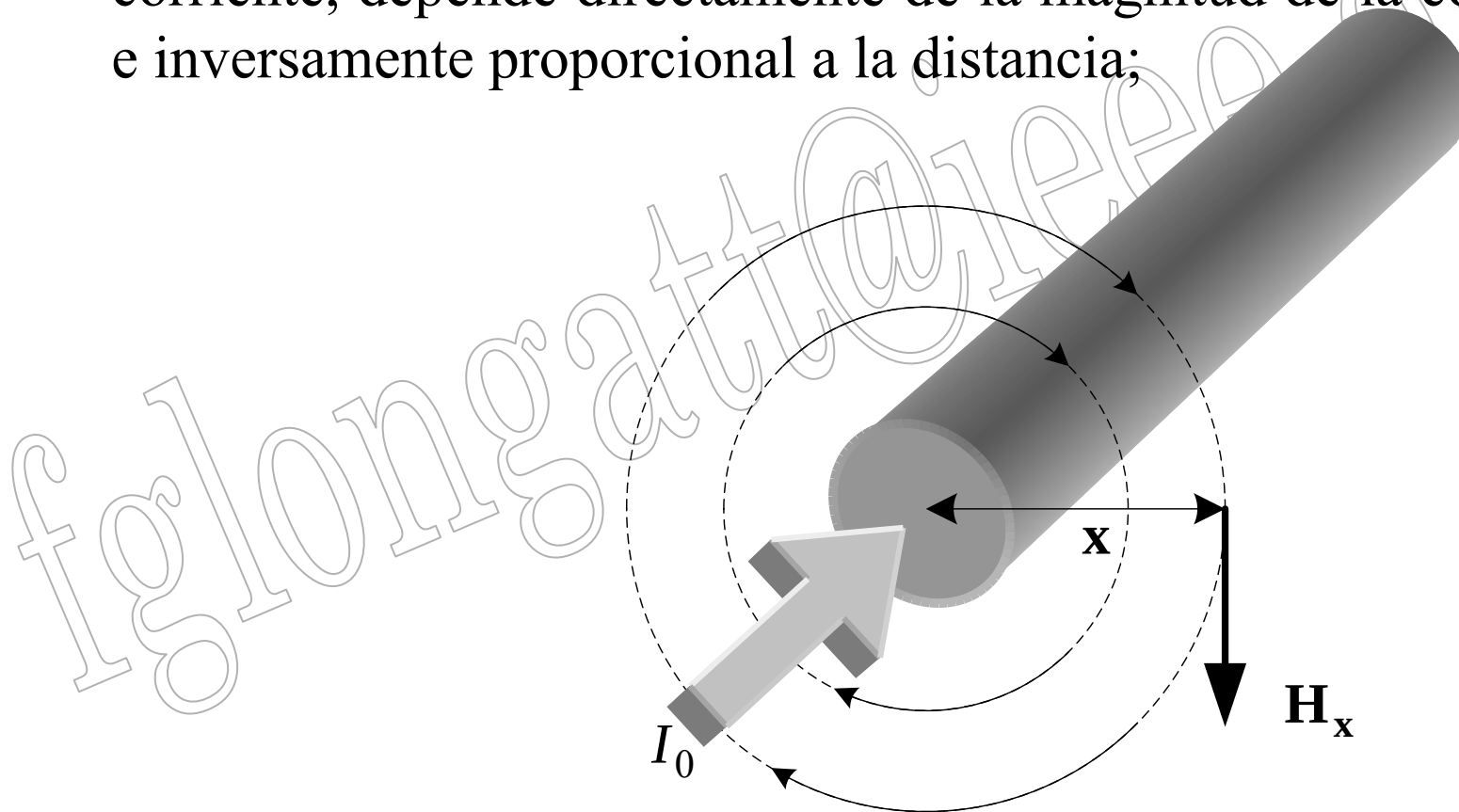
2. Campo Magnético de un Conductor Infinitamente Largo

- *Hans Critiam Oersted (1777-1851)*, cuando por un conductor circula una corriente, en el espacio alrededor del conductor se engendra un cierto campo magnético, que depende de la magnitud y dirección de la corriente



2. Campo Magnético de un Conductor Infinitamente Largo

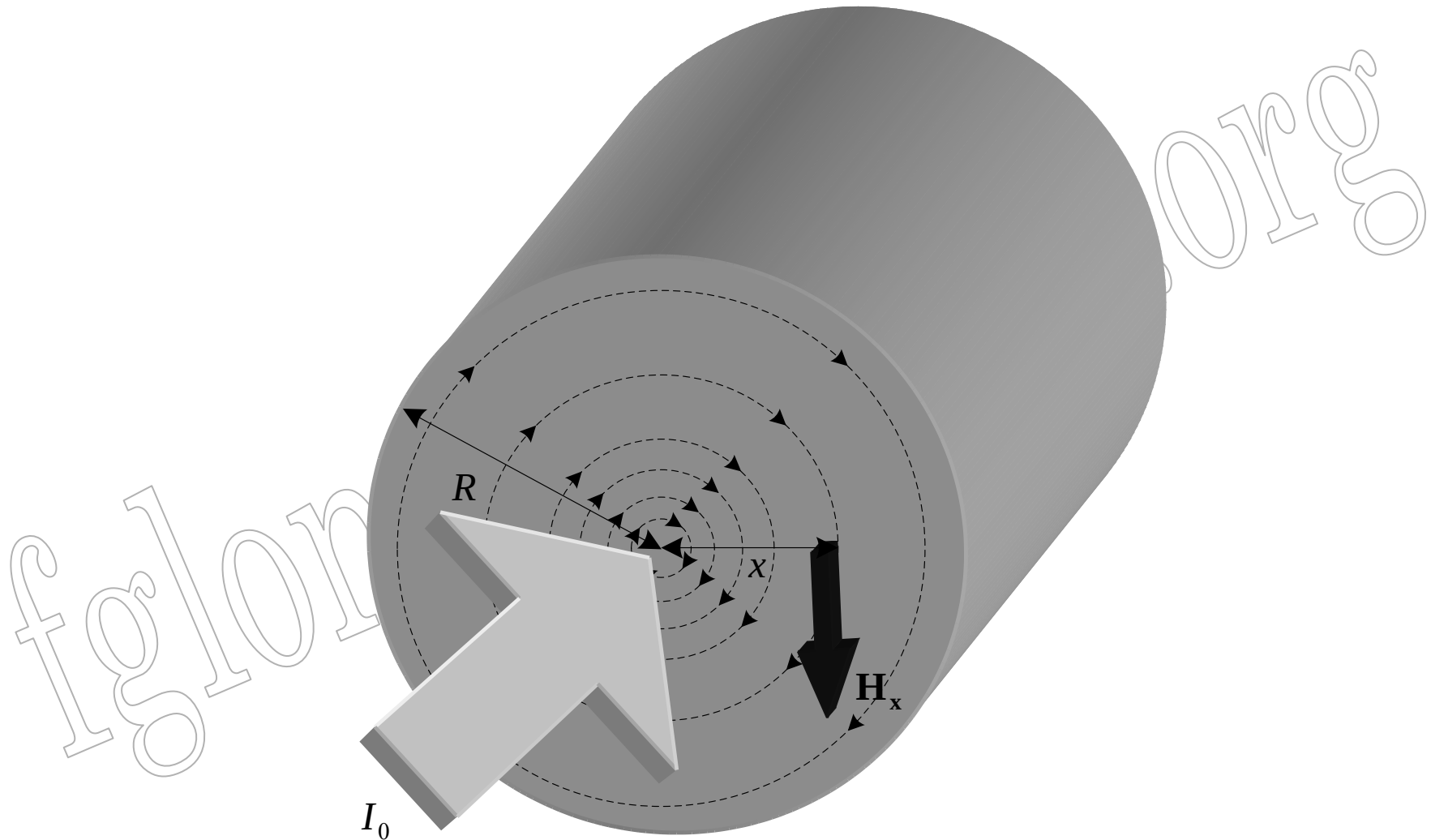
- *André Marie Ampere* (1775-1836), concluye que el campo magnético en torno de un conductor por donde circula corriente, depende directamente de la magnitud de la corriente e inversamente proporcional a la distancia;



2.1. Inductancia de un conductor debido al flujo interno

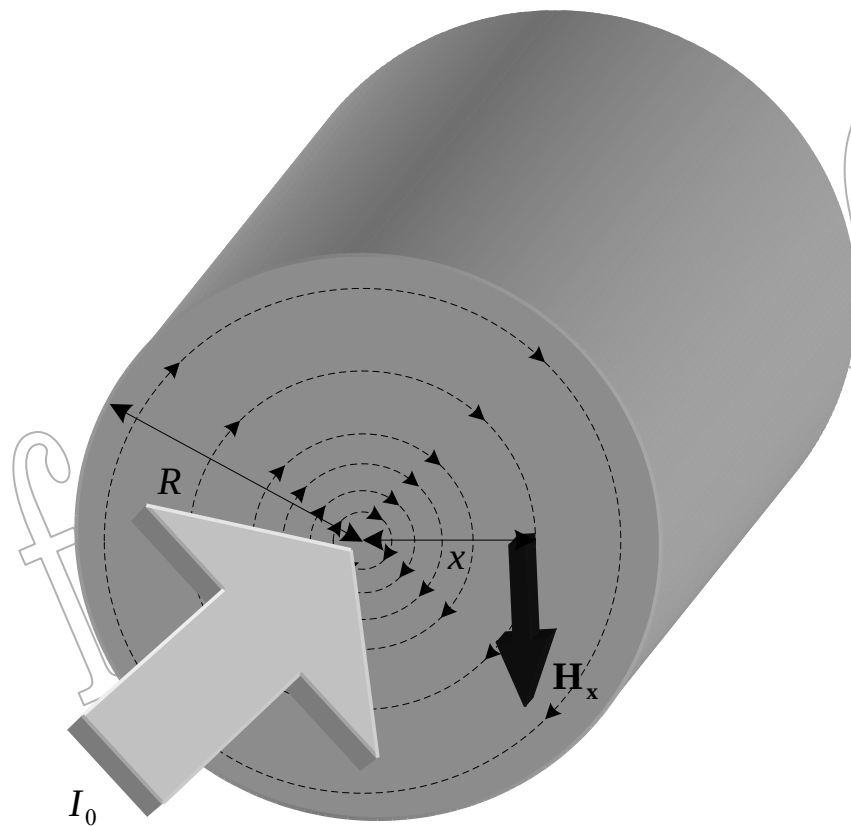
- Imagínese un cierto conductor cilíndrico macizo de radio R ($R > 0$) e infinitamente largo, colocado en el espacio a una distancia muy grande respecto a tierra, o cualquier otra fuente de campo magnético (con el fin de evitar el efecto proximidad).
- Supóngase que por dicho conductor se transporta una corriente constante positiva I_0 .
- Se supone que el conductor de retorno de dicha corriente se encuentra tan alejado que no influye su campo magnético de este conductor en el de estudio.

2.1. Inductancia de un conductor debido al flujo interno



2.1. L debido al flujo interno

- Aplicando la Ley de Ampere:



$$\oint_L \mathbf{H} \cdot d\mathbf{L} = I_0$$

$$\oint_L \mathbf{H}_x \cdot d\mathbf{L} = I_x$$



$$|\mathbf{H}_x| \int |d\mathbf{L}| = I_x$$

2.1. L debido al flujo interno

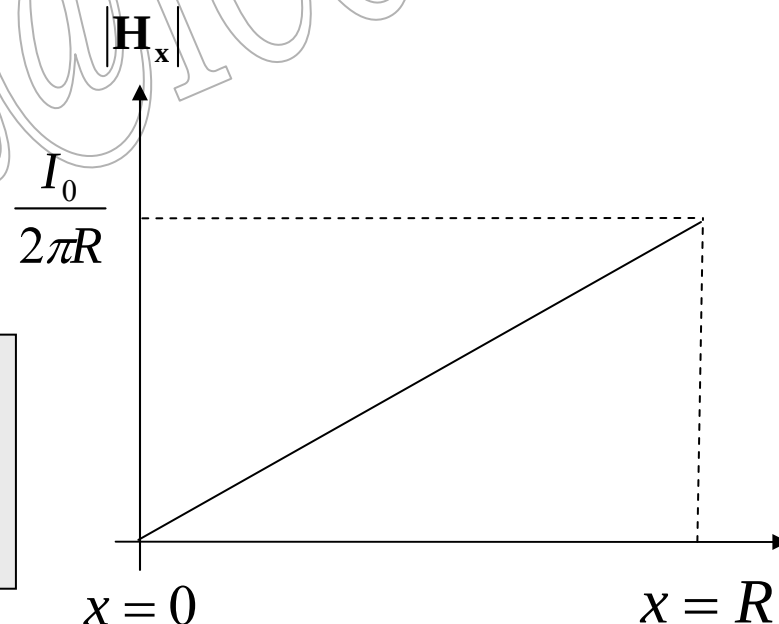
- El campo magnético puede salir de la integral debido a que su magnitud es constante a lo largo de la trayectoria de integración, resultando finalmente:

$$|\mathbf{H}_x| \int |d\mathbf{L}| = I_x \quad |\mathbf{H}_x| = \frac{xI_0}{2\pi R^2}$$

$$\mathbf{B}_x = \mu \mathbf{H}_x$$

$$\mu = \mu_0 \cdot \mu_r$$

$$|\mathbf{B}_x| = \frac{\mu x I_0}{2\pi R^2} \quad (0 < x < R)$$



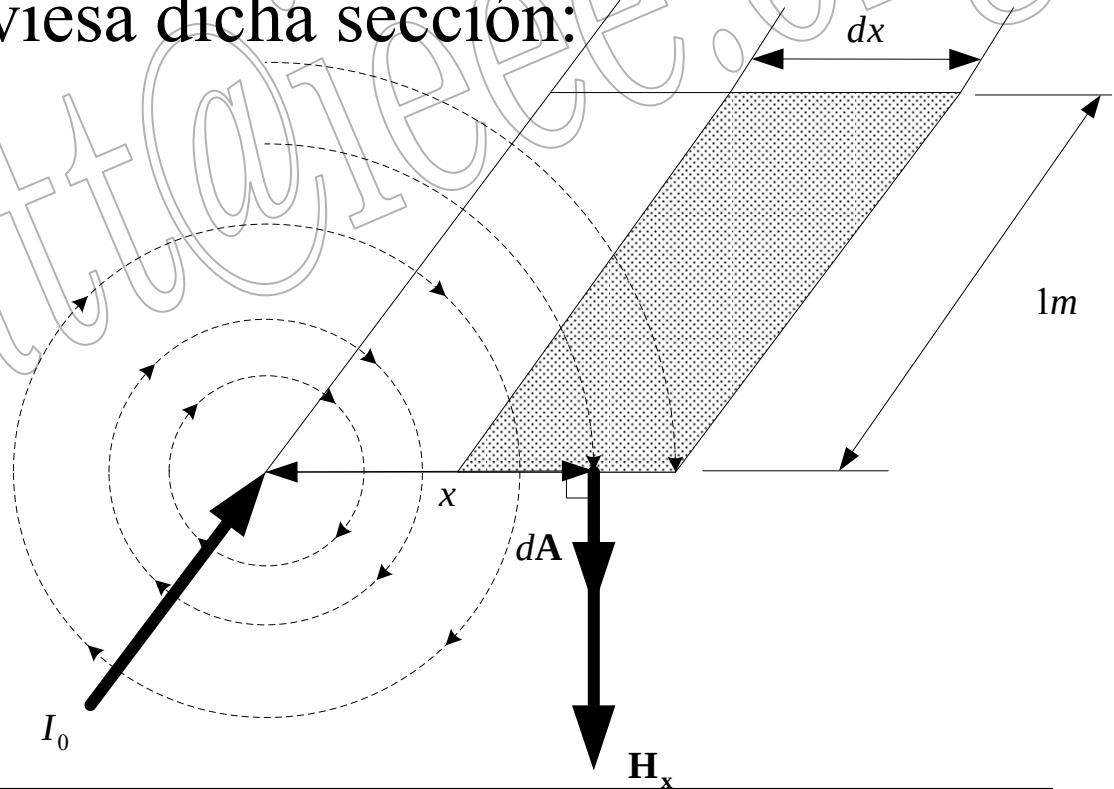
2.1. L debido al flujo interno

- Supóngase que se selecciona una cierta sección transversal del conductor de longitud 1m, de manera que se desea estimar el valor del flujo de campo magnético que atraviesa dicha sección:

$$\phi_B = \oint_S \mathbf{B}_x \cdot d\mathbf{A}$$



$$|d\mathbf{A}| = dx$$



2.1. L debido al flujo interno

$$\phi_B = \oint_S \mathbf{B}_x \cdot d\mathbf{A} \quad \left\{ \begin{array}{l} |\mathbf{B}_x| = \frac{\mu x I_0}{2\pi R^2} \\ |d\mathbf{A}| = dx \end{array} \right. \quad d\phi_b = \frac{\mu x I_0 dx}{2\pi R^2}$$

- Si se considera el flujo concatenado, por metro de longitud, producidos por el flujo del elemento tubular son el producto del flujo por metro de longitud por la fracción de corriente enlazada.

$$d\Psi = \frac{\pi x^2}{\pi R^2} d\phi_b = \frac{\mu x^3 I_0 dx}{2\pi R^4}$$

2.1. L debido al flujo interno

- Finalmente para obtener los enlaces de flujo totales dentro del conductor, se puede integrar desde el centro del conductor ($x = 0$), hasta el extremo exterior ($x = R$), resultado:

$$\Psi_{\text{int}} = \frac{\mu I_0}{2\pi R^4} \int_{x=0}^{x=R} x^3 dx \quad [\text{Weber-Vueltas/m}]$$

$$\Psi_{\text{int}} = \frac{\mu I_0}{2\pi R^4} \frac{x^4}{4} \Big|_{x=0}^{x=R} = \frac{\mu I_0}{2\pi R^4} \frac{R^4}{4} \Big|_{x=0}^{x=R}$$

$$\Psi_{\text{int}} = \frac{\mu I_0}{8\pi}$$

2.1. L debido al flujo interno

- Si se considera que $\mu_r = 1$, entonces sustituyendo se tiene:

$$\Psi_{\text{int}} = \frac{1}{2} \times 10^{-7} I_0$$

- Finalmente utilizando el concepto de inductancia resulta que:

$$L_{\text{int}} = \frac{\Psi_{\text{int}}}{I_0}$$

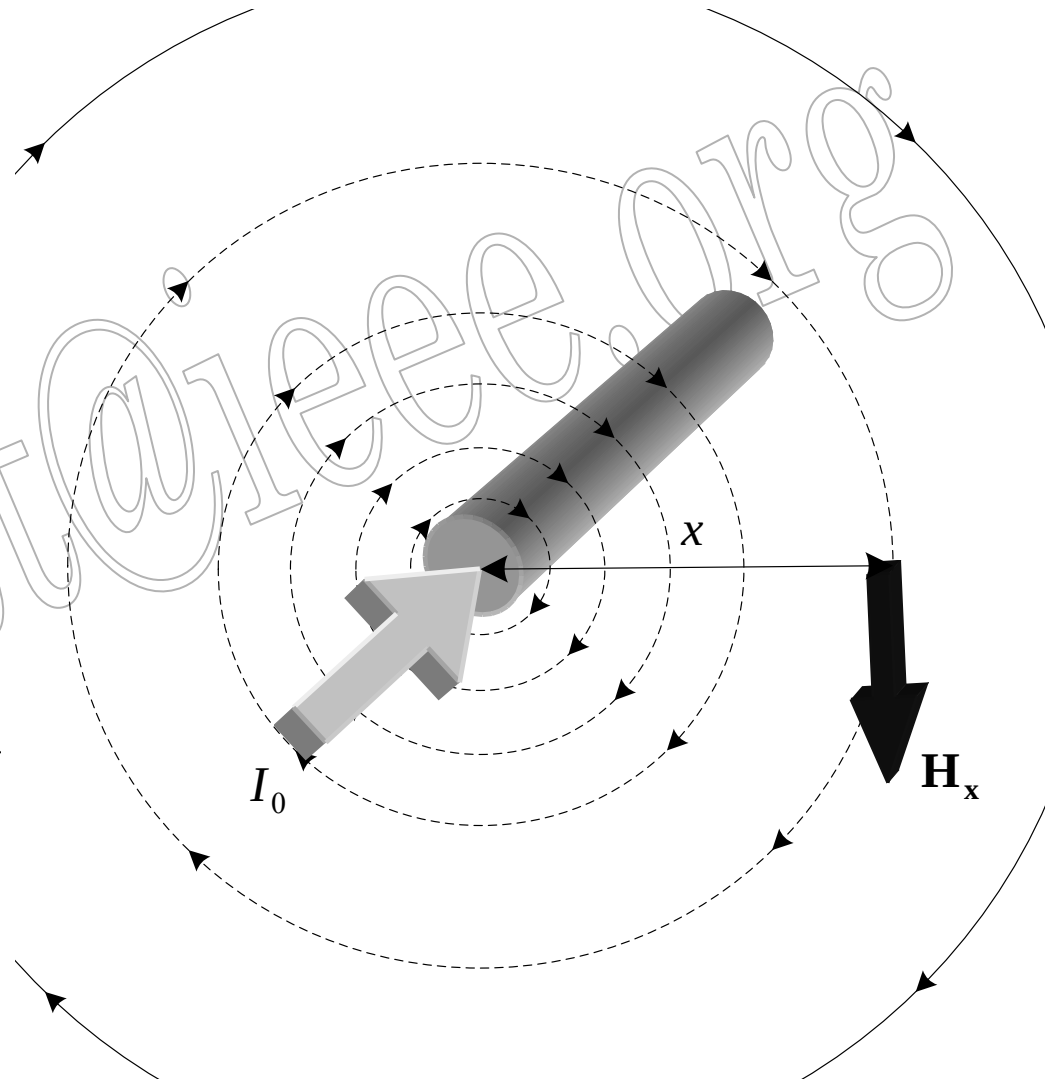
$$L_{\text{int}} = \frac{1}{2} 10^{-7} \text{ [Hy/m]}$$

2.2. Enlaces de Flujo entre Dos Puntos Externos a Un Conductor Aislado

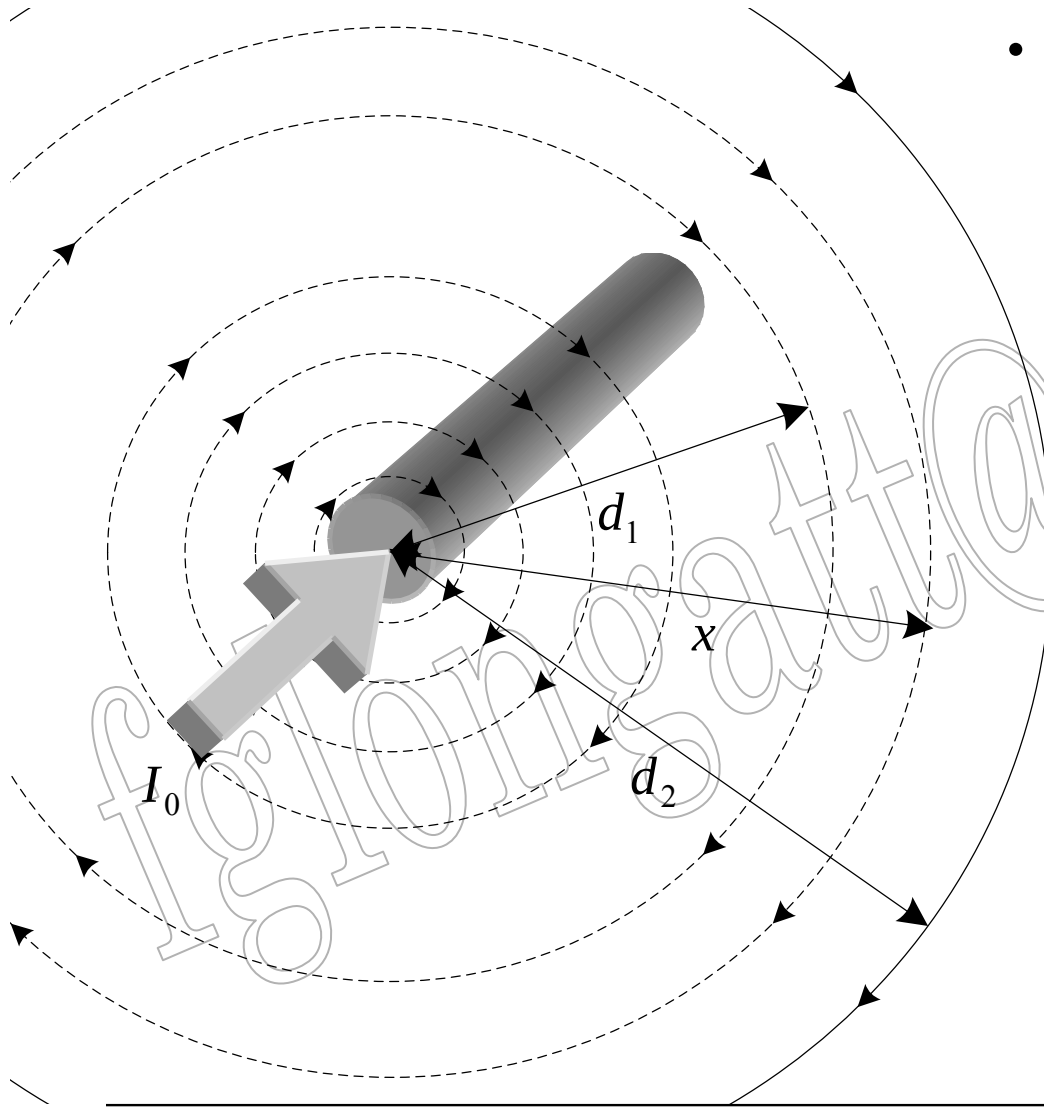
- Imagínese un cierto conductor cilíndrico macizo de radio R ($R>0$) e infinitamente largo, colocado en el espacio a una distancia muy grande respecto a tierra, o cualquier otra fuente de campo magnético (con el fin de evitar el efecto proximidad).
- Supóngase que por dicho conductor se transporta una corriente constante positiva I_0 .
- Se supone que el conductor de retorno de dicha corriente se encuentra tan alejado que no influye su campo magnético de este conductor en el de estudio.

2.2. Enlaces de Flujo entre Dos Puntos Externos a Un Conductor Aislado

- Si se imagina que la corriente entra al conductor, entonces el sentido de las líneas de campo puede ser establecido por la regla de la mano derecha, resultando que el campo se encuentra en el sentido horario.
- Ahora imagínese dos (2) puntos externos al conductor, tal que se encuentran a distancias d_1 y d_2 , medidas desde el centro del conductor, siendo $d_2 > d_1$.



2.2. Enlaces de Flujo entre Dos Puntos Externos a Un Conductor Aislado

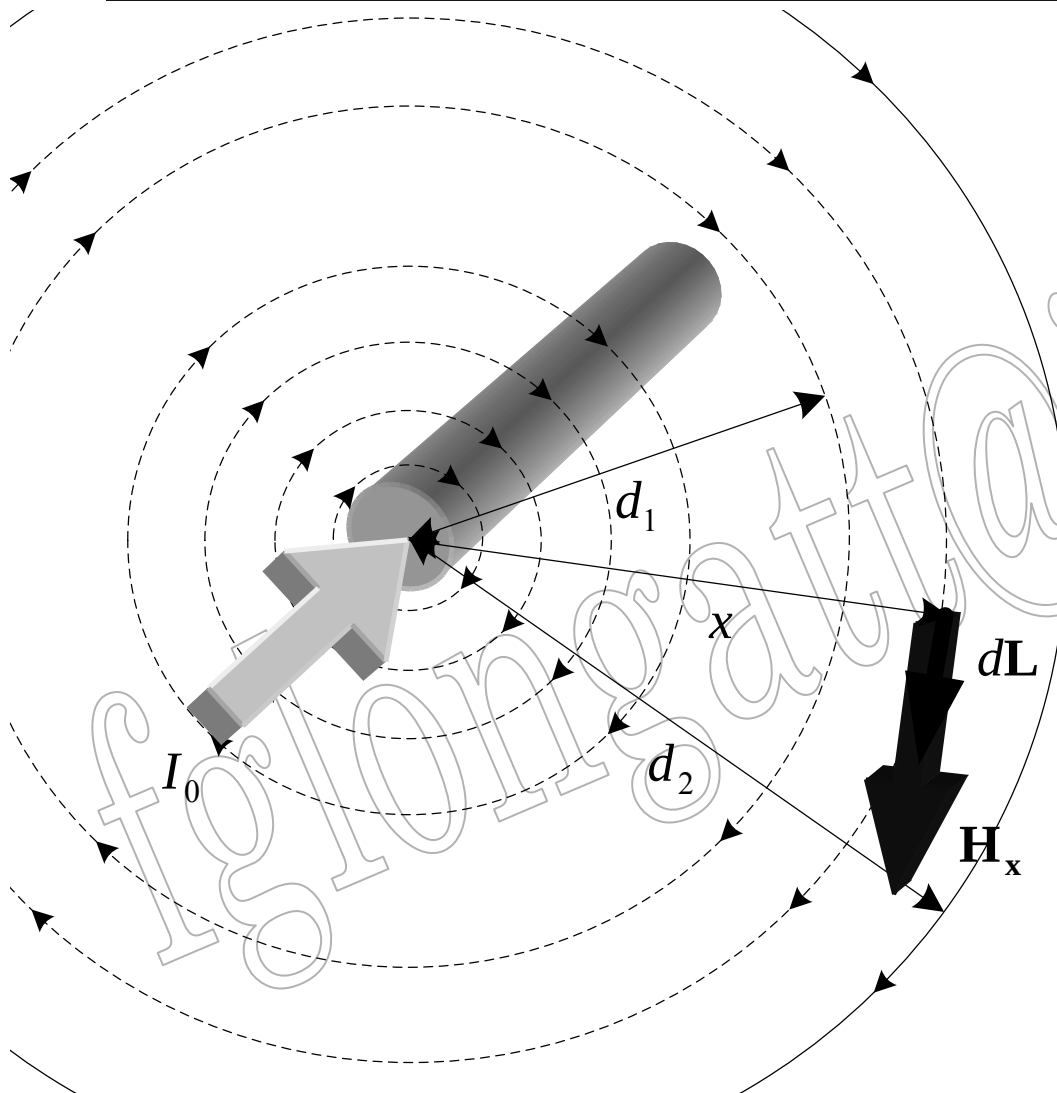


- Supóngase que se desea la magnitud del campo magnético en un punto x a una distancia x ($d_1 < x < d_2$), entonces aplicando la Ley de Ampere resulta:

$$\oint_L \mathbf{H}_x \cdot d\mathbf{L} = I_x$$

$$|\mathbf{H}_x| \int |d\mathbf{L}| = I_x$$

2.2. Enlaces de Flujo entre Dos Puntos Externos a Un Conductor Aislado



- En esta situación el campo magnético $\mathbf{H}_x$ y el diferencial de longitud $d\mathbf{L}$, son paralelos, por lo cual luego del desarrollo del producto escalar de los dos vectores resulta.

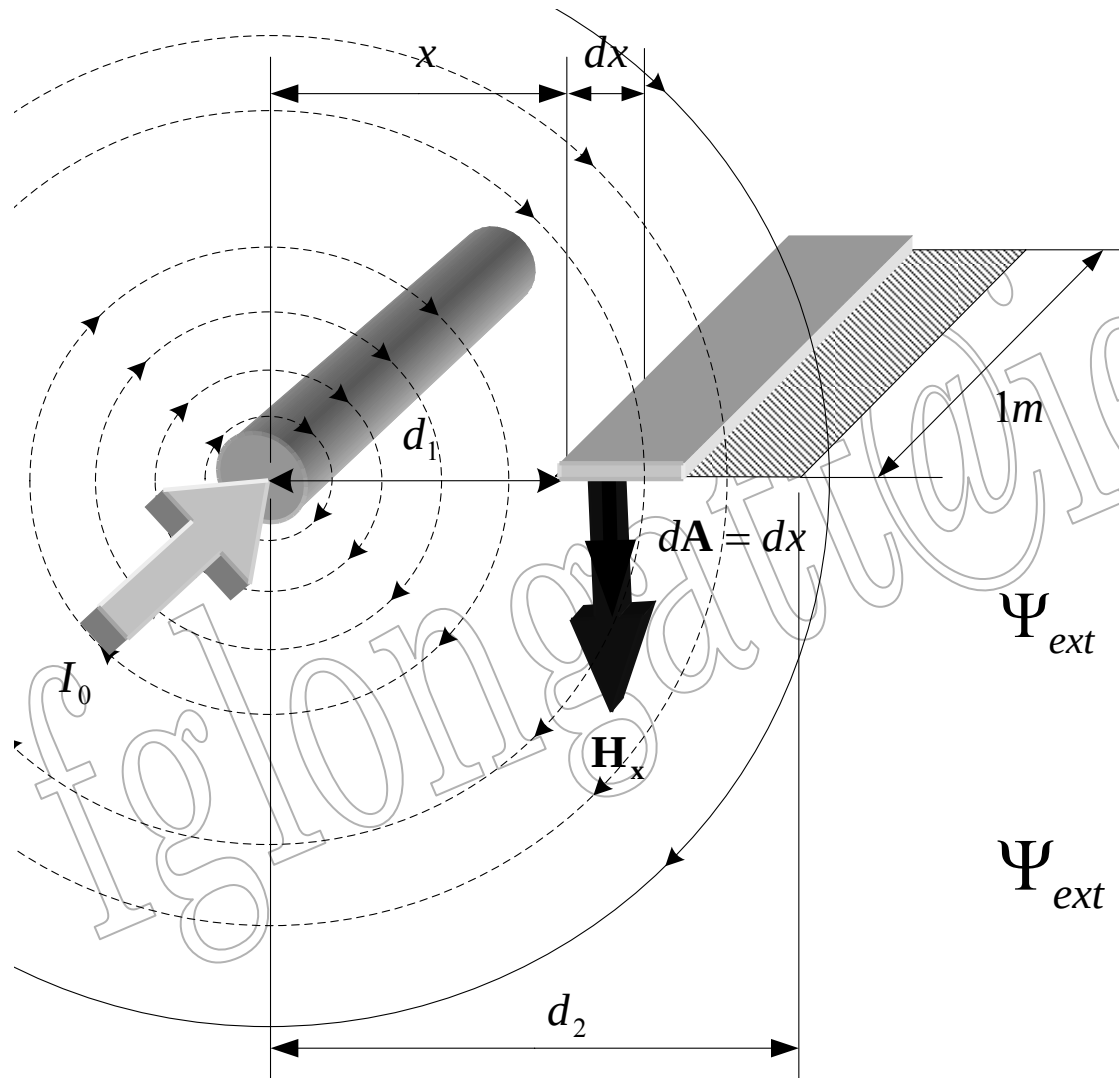
$$|\mathbf{H}_x| \int |d\mathbf{L}| = I_x$$

$$|\mathbf{H}_x| = \frac{I_0}{2\pi x} \quad (x > R)$$

$$\mathbf{B}_x = \mu \mathbf{H}_x$$

$$|\mathbf{B}_x| = \frac{\mu I_0}{2\pi x} \quad \text{para } x > R$$

2.2. Enlaces de Flujo entre Dos Puntos Externos a Un Conductor Aislado



$$|d\mathbf{A}| = dx$$

$$d\phi_b = \frac{\mu I_0 dx}{2\pi x}$$

$$d\Psi = \frac{\mu I_0 dx}{2\pi x}$$

$$\Psi_{ext} = \mu I_0 \int_{x=d_1}^{x=d_2} \frac{dx}{x}$$

$$\Psi_{ext} = 2.10^{-7} I_0 L n \left(\frac{d_2}{d_1} \right)$$

2.2. Enlaces de Flujo entre Dos Puntos Externos a Un Conductor Aislado

- Recurriendo a la definición de inductancia resulta

$$L_{ext} = \frac{\Psi_{ext}}{I_0}$$

$$L_{ext} = 2 \cdot 10^{-7} \ln\left(\frac{d_2}{d_1}\right) \quad [\text{Hy/m}]$$

$$L_{ext} = 0.7411 \log_{10}\left(\frac{d_2}{d_1}\right) \quad [\text{mHy/milla}]$$

ELC-30714
Líneas de Transmisión I

Capítulo 3
Parámetro Capacitivo de
Líneas de Transmisión
Parte 1

Prof. Francisco M. Gonzalez-Longatt

fglongatt@ieee.org

<http://www.giaelec.org/fglongatt/LT.htm>

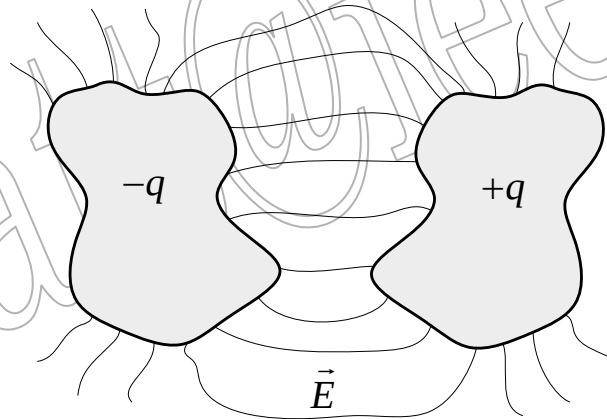
1. Definición de Capacitancia

- Los efectos de la carga eléctrica sobre la materia son muy importante en la predicción del comportamiento de los cuerpos que forman parte de la naturaleza y en especial de los fenómenos eléctricos.
- En principios la capacitancia fue estudiada por el gran científico inglés *Michael Faraday* (1791-1967).



1. Definición de Capacitancia

- Detectando que esta es una característica eléctrica muy específica originada cuando dos conductores aislados A y B con cargas iguales en magnitud pero de polaridades antagónicas se encuentran separadas una distancia fija.



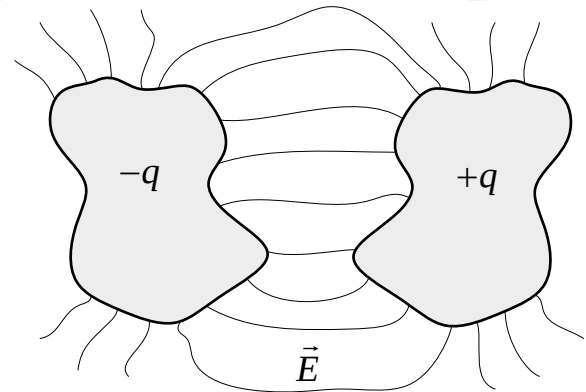
- La configuración anterior recibe el nombre de *capacitor* y la característica eléctrica que la representa recibe el nombre de *capacitancia*.

1. Definición de Capacitancia

- En general para un capacitor como el antes descrito, donde cada cuerpo adquiere una carga de magnitud q , pero de signos contrarios, posee una capacitancia que puede ser representada operacionalmente como:

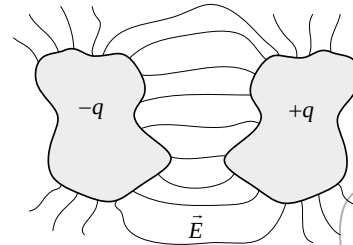
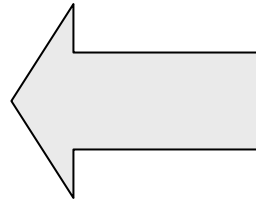
$$C = \frac{q}{V}$$

- V : el potencial eléctrico del capacitor cuando posee una carga q .



1. Definición de Capacitancia

$$C = \frac{q}{V}$$



- La capacitancia de un capacitor cuya configuración no varíe, es una constante independiente de la diferencia de potencial y la carga (V y q respectivamente).
- La unidad de la capacitancia recibe el nombre de Faradio, en honor al científico inglés Michael Faraday.



1. Definición de Capacitancia

- El efecto de la capacitancia se hace especialmente marcado, en el caso de las líneas de transmisión con longitudes mayores a los 240 Km., considerándose largas a estas líneas; pero en alta tensión y extra alta tensión la capacitancia de hace más que perceptible.

1. Definición de Capacitancia

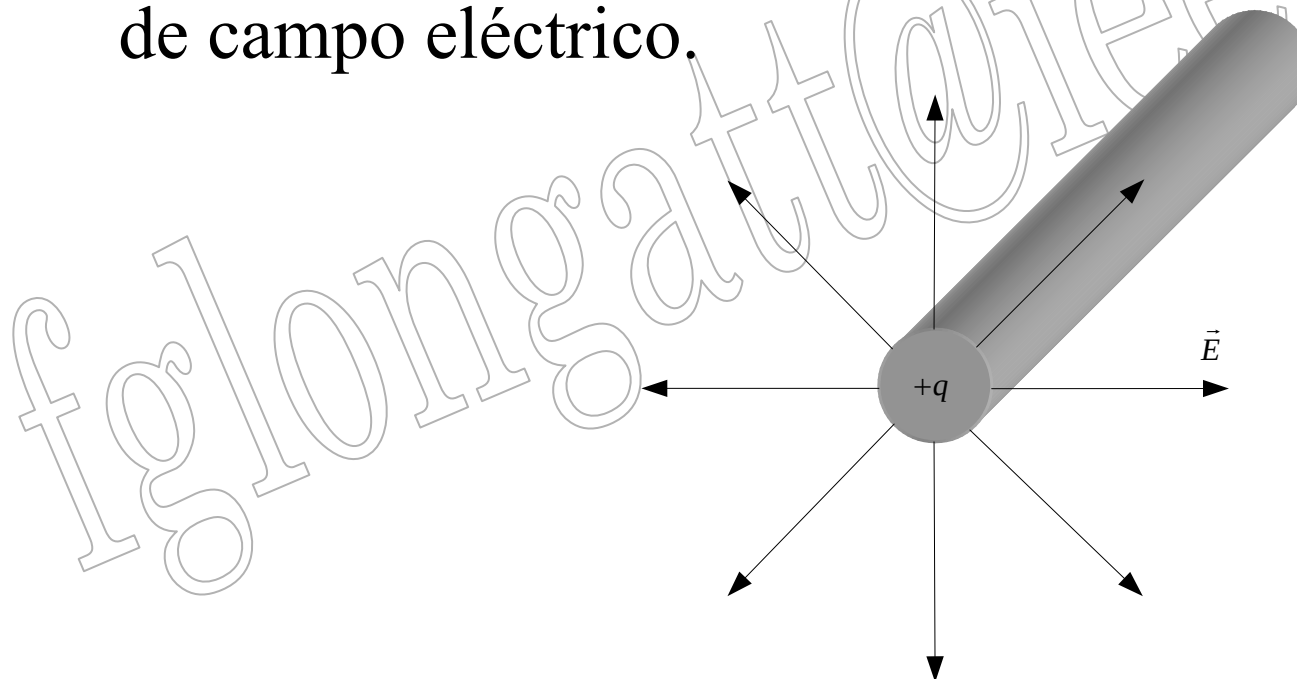
- La capacitancia en las líneas de transmisión largas, ocasionan efectos muy variados desde las caídas de tensión debido a las corrientes que circulan por la capacitancia en derivación, afecta el rendimiento de la línea, modifica factor de potencia entre los extremos de la línea, y por último, la capacitancia puede jugar un papel fundamental en la estabilidad del sistema de potencia.

1. Definición de Capacitancia

- Un análisis físico de la capacitancia, permite inferir que su valor depende de la *geometría del dispositivo* y del *medio dieléctrico* que separa los cuerpos que lo conforman.
- El efecto capacitivo, se encuentra presente en muchos elementos de la naturaleza (nubes y tierra; cuerpos conductores, etc.), y las líneas de transmisión de potencia no escapan a este efecto.

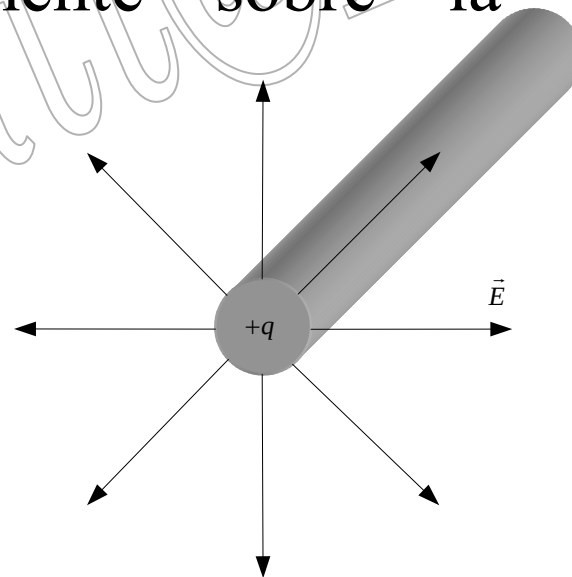
2. Campo Eléctrico de un Conductor Recto de Gran Longitud

- Imagínese un conductor cilíndrico recto, infinitamente largo, el cual se encuentra situado en un medio uniforme, (por ejemplo el aire), y a una distancia muy grande de cualquier otra fuente externa de campo eléctrico.



2. Campo Eléctrico de un Conductor Recto de Gran Longitud

- Suponiendo que el conductor posee una carga positiva (q) distribuida uniformemente en toda la longitud del conductor, y que además se encuentra aislada de cualquier otro manantial de carga, bajo esta suposición y como es conocido la carga eléctrica se reparte uniformemente sobre la superficie del material conductor.



2. Campo Eléctrico de un Conductor Recto de Gran Longitud

- La carga repartida sobre la superficie del conductor engendra en el espacio alrededor del mismo un cierto campo eléctrico, cuyas *líneas de campo son radiales extendiéndose hacia el exterior del material conductor*.
- El campo eléctrico, es un campo vectorial, al cual se le puede definir una cierta cantidad escalar denominada *flujo de campo eléctrico*, siendo numéricamente igual al número de Coulomb por unidad de superficie (metros cuadrados por ejemplo).

2. Campo Eléctrico de un Conductor Recto de Gran Longitud

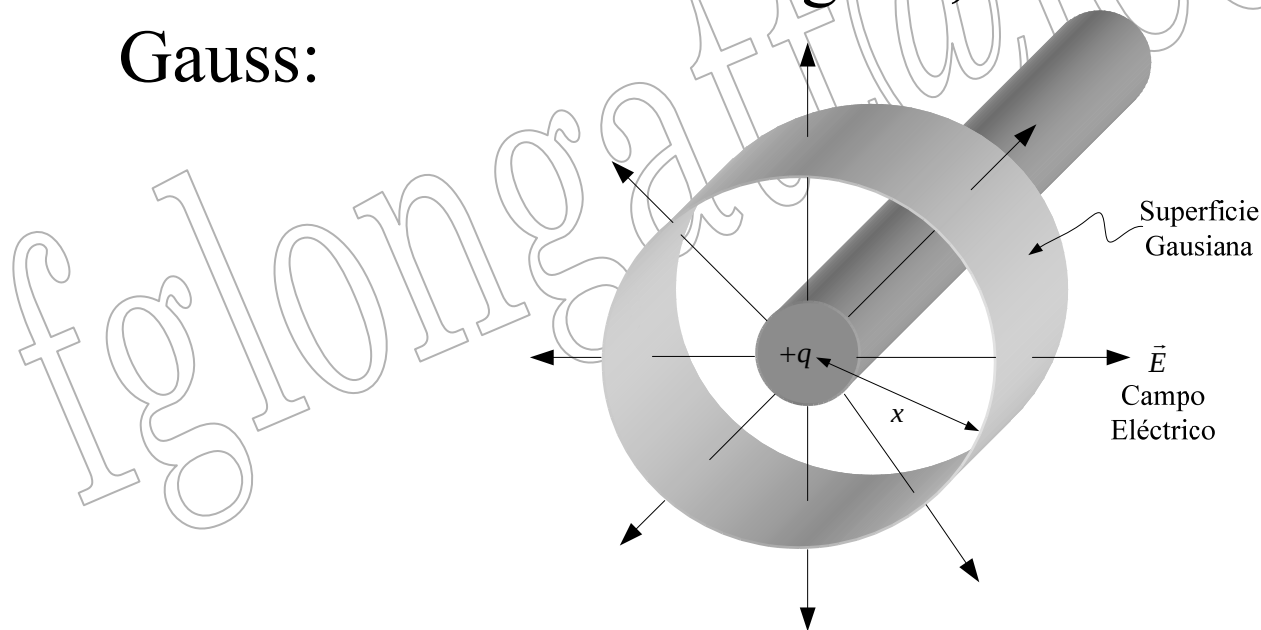
- El flujo de campo eléctrico (Φ) puede ser estudiado sencillamente por medio de la aplicación de la *Ley de Gauss*:

$$\Phi_e = \oint_S \vec{D} \cdot d\vec{S} = q$$

- siendo la integral planteada en esta ley, una integral de superficie, que infiere la existencia de una supuesta e hipotética superficie que rodea el cuerpo bajo estudio, dicha figura recibe el nombre de *superficie Gaussiana*.
- La ley de Gauss establece que el flujo de campo eléctrico que atraviesa dicha superficie Gaussiana depende de la carga eléctrica encerrada por la misma (q).

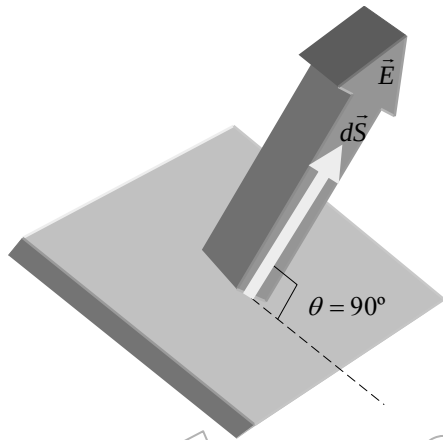
2. Campo Eléctrico de un Conductor Recto de Gran Longitud

- Se puede aplicar la *Ley de Gauss*, por simetría de los cuerpos, se toma como superficie Gaussiana un supuesto cilindro concéntrico al cilindro recto conductor cargado, pero con un radio x , mayor al radio del cilindro cargado; entonces por la ley de Gauss:



2. Campo Eléctrico de un Conductor Recto de Gran Longitud

- Aplicando la definición matemática del producto punto entre dos vectores resulta:



$$\Phi_e = \oint_S \vec{D} \cdot d\vec{S} = q$$

$$\Phi_e = \oint_S |\vec{D}| |d\vec{S}| \cos \theta = q$$

- siendo q el ángulo entre el vector densidad de campo eléctrico (D) y el diferencial de superficie (dS) sobre el cilindro hipotético Gaussiano.

2. Campo Eléctrico de un Conductor Recto de Gran Longitud

$$\Phi_e = |\vec{D}| 2\pi x L = q$$

- Si se asume que se desea estimar el campo eléctrico por unidad de longitud, tómese por metro, ($L = 1$ metro):

$$|\vec{D}| = \frac{q}{2\pi x} \text{ [Coulomb/m]}$$

- como se conoce la densidad de campo eléctrico (D) guarda una relación constante con el vector densidad de campo eléctrico (E):

$$\vec{E} = \frac{\vec{D}}{\epsilon}$$

2. Campo Eléctrico de un Conductor Recto de Gran Longitud

- Siendo ε la *permitividad del medio*, la cual guarda una relación:

$$\varepsilon = \varepsilon_r \varepsilon_0 \quad \left\{ \begin{array}{l} \varepsilon_0 = 8.854 \cdot 10^{12} \text{ Faradio/m} \\ \varepsilon_r = 1 \\ \varepsilon_r = \frac{\varepsilon}{\varepsilon_0} = 1.00554 \end{array} \right.$$

$$|\vec{E}| = \frac{q}{2\pi\varepsilon x} \text{ Volt/m}$$

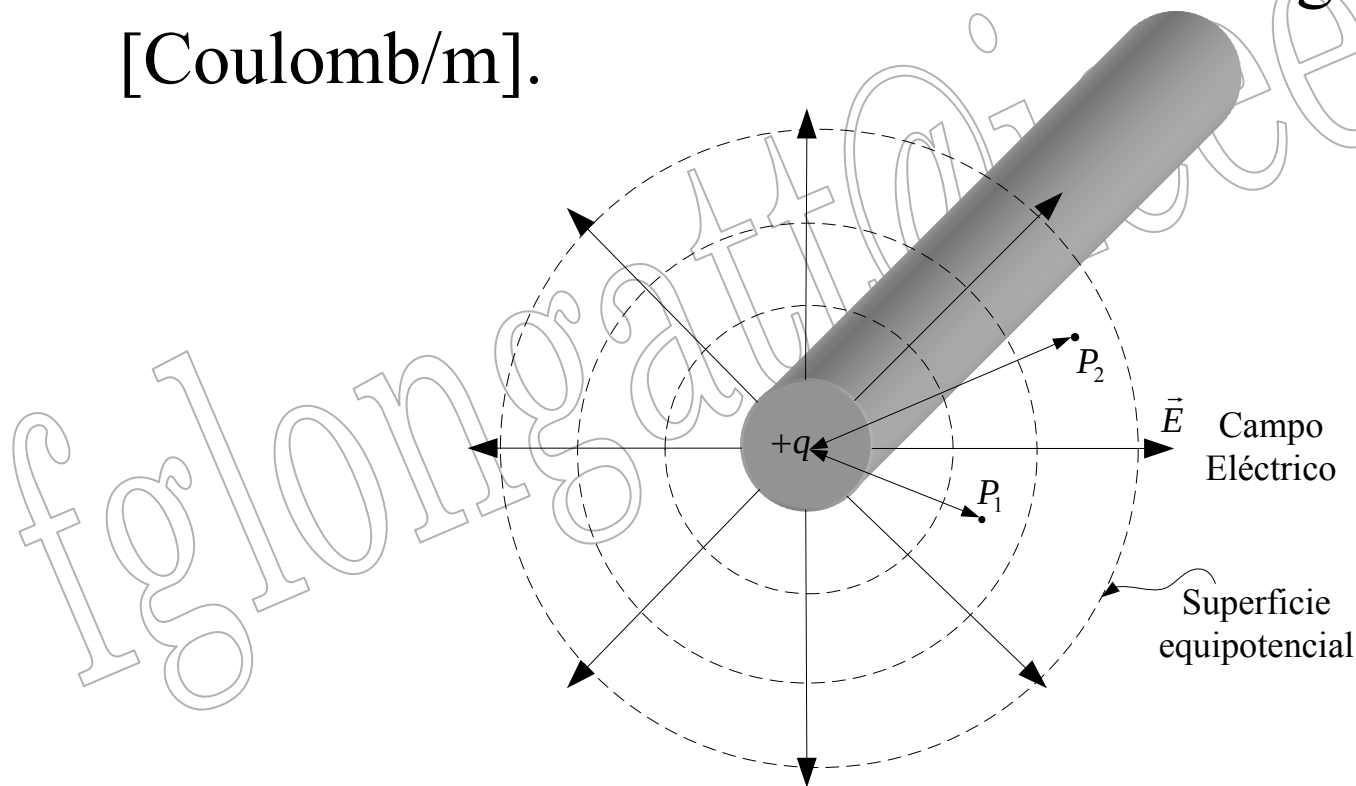
3. Diferencia de Potencial entre Dos Puntos Externos, debido a una Carga

- El potencial eléctrico, es un concepto que se encuentra estrechamente relacionado con el concepto de trabajo y energía. Se suele definir la diferencia de potencial entre dos (02) puntos como la cantidad de energía necesaria para desplazar una carga de prueba positiva (q_0) entre dos puntos (P_1 a P_2), y como el trabajo es numéricamente igual a la energía, se acostumbra definirla la diferencia de potencial en función del trabajo.

$$V_2 - V_1 = -\int_1^2 \vec{E} \cdot d\vec{L}$$

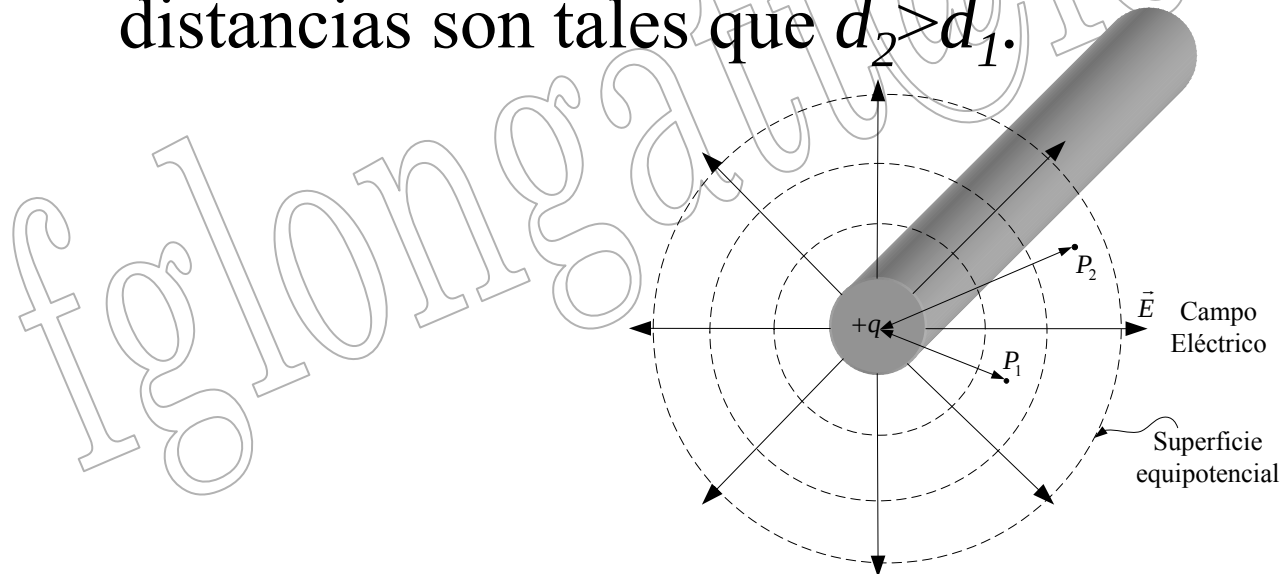
3. Diferencia de Potencial entre Dos Puntos Externos, debido a una Carga

- Imagínese un cierto conductor cilíndrico recto, infinitamente largo, sobre el cual se distribuye uniformemente lineal una cierta carga positiva q [Coulomb/m].



3. Diferencia de Potencial entre Dos Puntos Externos, debido a una Carga

- Ahora imagínese dos (02) puntos externos al cilindro recto conductor cargado, definidos como " P_1 " a una distancia d_1 , medida radialmente del centro del conductor y otro cierto punto " P_2 " a una distancia d_2 medida radialmente del centro del conductor, y las distancias son tales que $d_2 > d_1$.



3. Diferencia de Potencial entre Dos Puntos Externos, debido a una Carga

- Supóngase de manera unánime, que se presenta un desplazamiento entre el punto " P_1 " y " P_2 ", pero se escoge como trayectoria, por simplicidad un recorrido radial entre las superficies que delimitan igual potencial (equipotencial).

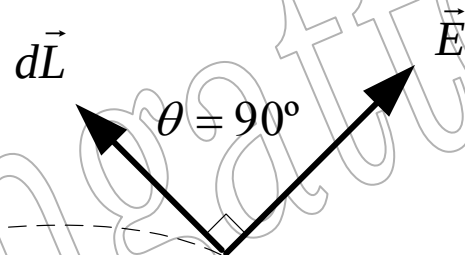
$$V_2 - V_1 = -\int_1^2 \vec{E} \cdot d\vec{L}$$

$$|\vec{E}| = \frac{q}{2\pi\epsilon x}$$

$$V_2 - V_1 = -\int_1^2 |\vec{E}| |d\vec{L}| \cos \theta$$

3. Diferencia de Potencial entre Dos Puntos Externos, debido a una Carga

- siendo θ el ángulo medido entre el campo eléctrico (E) y el diferencial de longitud (dL) sobre la trayectoria de integración, debido a la simplicidad de la trayectoria tomada este ángulo siempre es de cero (0°) grados, por lo que su coseno es máximo.



$$V_2 - V_1 = -\int_1^2 |\vec{E}| |d\vec{L}|$$

$$V_2 - V_1 = -\int_1^2 \frac{q}{2\pi\epsilon x} |d\vec{L}|$$

Trayectoria de
integración

3. Diferencia de Potencial entre Dos Puntos Externos, debido a una Carga

- Si se toma que el diferencial de longitud en el sentido de la trayectoria se denomina convenientemente dx , por el sentido mismo de la trayectoria, resulta

$$V_2 - V_1 = - \int_1^2 \frac{q dx}{2\pi\epsilon x}$$

$$V_2 - V_1 = - \frac{q}{2\pi\epsilon} \ln \left(\frac{d_2}{d_1} \right)$$

3. Diferencia de Potencial entre Dos Puntos Externos, debido a una Carga

- La expresión:

$$V_2 - V_1 = -\frac{q}{2\pi\epsilon} \ln\left(\frac{d_2}{d_1}\right)$$

- Puede ser modificada reordenando los términos:

$$V_1 - V_2 = \frac{q}{2\pi\epsilon} \ln\left(\frac{d_2}{d_1}\right)$$

3. Diferencia de Potencial entre Dos Puntos Externos, debido a una Carga

- Se observa fácilmente que cumple:

$$V_1 - V_2 > 0$$

$$\frac{q}{2\pi\epsilon} \ln\left(\frac{d_2}{d_1}\right) > 0$$

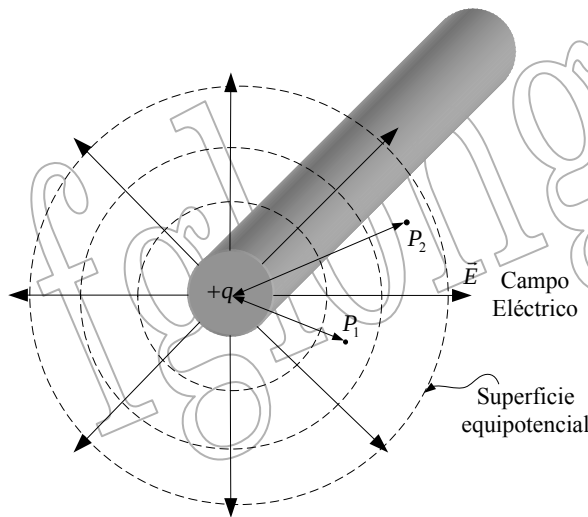
$$\frac{d_2}{d_1} > 1$$

$$d_2 > d_1$$

3. Diferencia de Potencial entre Dos Puntos Externos, debido a una Carga

- De tal modo que resulta simple decir que:

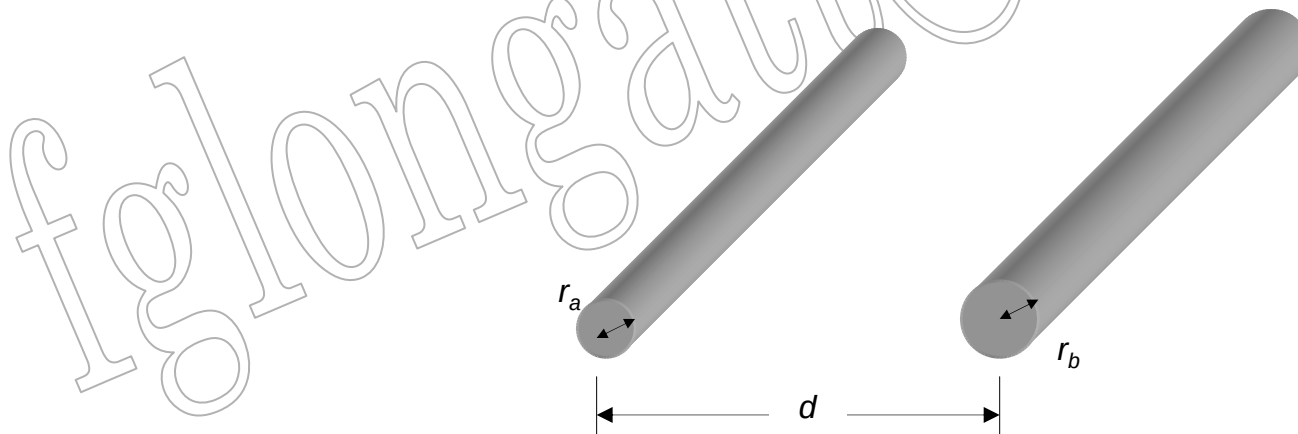
$$V_1 - V_2 = \frac{q}{2\pi\epsilon} \ln\left(\frac{d_2}{d_1}\right)$$



$$\int_2^1 dV = V_1 - V_2 = - \int_2^1 \frac{q dx}{2\pi\epsilon x}$$

4. Capacitancia de una Línea Bifilar Monofásica

- Imagínese una línea bifilar, que como su nombre indica consta de dos (02) conductores paralelos, cilíndricos, rectos de longitud muy grande radios r_a y r_b respectivamente, los cuales se encuentran separados una distancia d , tal que es mucho mayor que cualquiera de los radios ($d \gg r_a, r_b$).

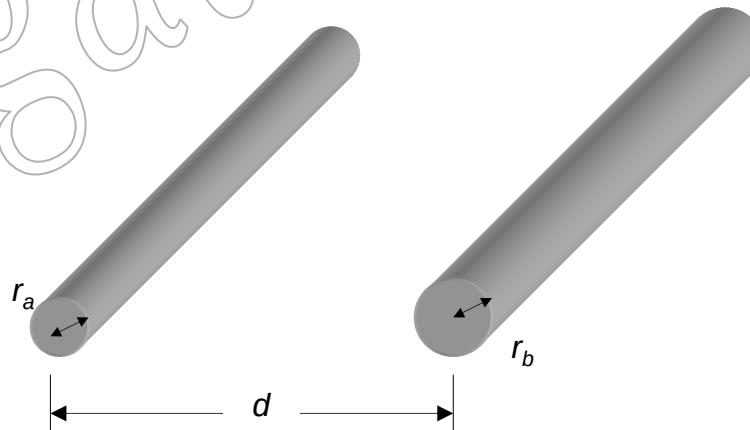


4. Capacitancia de una Línea Bifilar Monofásica

- La capacitancia que se establece entre dos (02) conductores de una línea bifilar queda definida por:

$$C_{ab} = \frac{q}{V_{ab}}$$

- siendo la carga de la línea (q) y V_{ab} la diferencia de potencial entre los conductores que conforman la línea.



4. Capacitancia de una Línea Bifilar Monofásica

- En el estudio de la capacitancia de una línea bifilar se debe estudiar ambos conductores actuando conjuntamente.
- Considérese inicialmente el conductor "A", y la diferencia de potencial que ocasiona su carga eléctrica en los puntos hasta el otro conductor:

$$V_{abA} = \frac{q_a}{2\pi\epsilon} \ln\left(\frac{d}{r_a}\right)$$

4. Capacitancia de una Línea Bifilar Monofásica

- de manera análoga la diferencia de potencial que produce el conductor "B" es:

$$V_{abB} = \frac{q_b}{2\pi\epsilon} \ln\left(\frac{r_b}{d}\right)$$

- finalmente la diferencia de potencia entre los conductores de las líneas de transmisión queda estimada:

$$V_{ab} = V_{abA} + V_{abB}$$

4. Capacitancia de una Línea Bifilar Monofásica

- Si se supone, que la carga en una línea bifilar cumple que:

$$q_b = -q_a = q$$

- entonces se puede agrupar y aplicando propiedades de logaritmos:

$$V_{ab} = \frac{q}{2\pi\epsilon} \ln\left(\frac{d^2}{r_a r_b}\right)$$

4. Capacitancia de una Línea Bifilar Monofásica

- Si se suponen que los radios de los conductores son iguales, lo cual es una suposición cierta en la mayoría de las líneas de transporte bifilar, entonces:

$$r_b = r_a = r$$

$$V_{ab} = \frac{q}{\pi\epsilon} \ln\left(\frac{d}{r}\right)$$

4. Capacitancia de una Línea Bifilar Monofásica

- Aplicando la definición de capacitancia, resulta:

$$C_{ab} = \frac{q}{V_{ab}}$$

$$C_{ab} = \frac{\pi\epsilon}{\ln\left(\frac{d}{r}\right)}$$

4. Capacitancia de una Línea Bifilar Monofásica

- Sustituyendo los valores de las constantes en las unidades apropiada resulta:

$$C_{ab} = \frac{0.04473}{\ln\left(\frac{d}{r}\right)} \quad [\mu\text{Faradio/milla}]$$

$$C_{ab} = \frac{0.0278}{\ln\left(\frac{d}{r}\right)} \quad [\mu\text{Faradio/Km}]$$

4. Capacitancia de una Línea Bifilar Monofásica

- Es importante señalar que la capacitancia encontrada, se refiere a la que se establece respecto a los dos (02) conductores, pero en ciertas situaciones se requiere determinar la capacidad a un punto neutro.

$$C_{ab} = \frac{q_a}{V_{an}}$$

$$C_{ab} = \frac{q_a}{\left(\frac{V_{ab}}{2} \right)}$$

4. Capacitancia de una Línea Bifilar Monofásica

- Finalmente resulta:

$$C_{an} = 2C_{ab}$$

- Entonces se obtiene:

$$C_{an} = \frac{0.08947}{\ln\left(\frac{d}{r}\right)} \quad [\mu\text{Faradio/milla}]$$

$$C_{an} = \frac{0.05556}{\ln\left(\frac{d}{r}\right)} \quad [\mu\text{Faradio/Km}]$$

4. Reactancia Capacitiva de Conductor y Neutro

- La reactancia capacitiva de una línea de transmisión, queda igualmente definida, al caso de un capacitor rudimentario, es decir:

$$X_c = \frac{1}{\omega C}$$

- siendo ω la frecuencia angular (en radianes por segundo) de la señal de tensión, que se suele definir como $2\pi f$ (f es la frecuencia en Hertz).

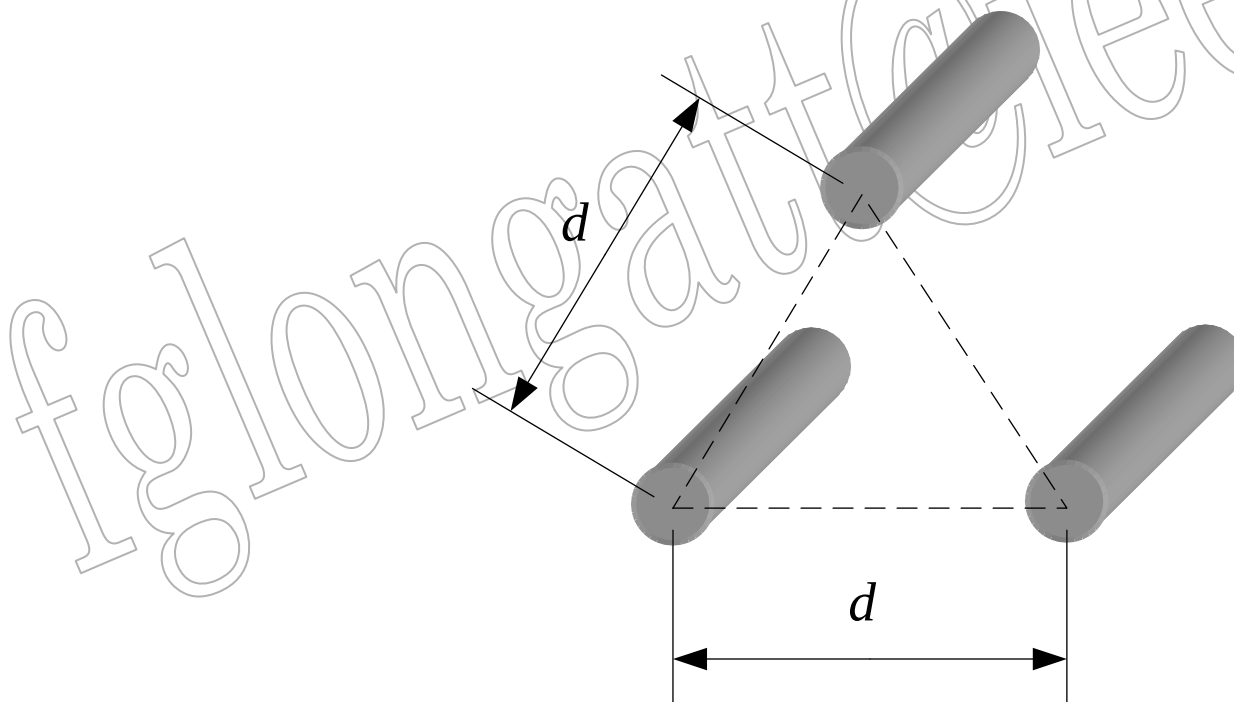
4. Reactancia Capacitiva de Conductor y Neutro

$$X_{cn} = \frac{1.779 \times 10^6}{f} \operatorname{Ln}\left(\frac{d}{r}\right) \text{ [\Omega-milla]}$$

$$X_c = \frac{2.862 \times 10^9}{f} \operatorname{Ln}\left(\frac{d}{r}\right) \text{ [\Omega-m]}$$

5. Capacitancia de una Línea de Transmisión Trifásica en Disposición de Triángulo Equilátero

- Imagínese una línea de transmisión trifásica, cuyos conductores se colocan en los vértices de un triángulo equilátero de lado d , y en donde todos los conductores de fase, poseen igual radio r .



5. Capacitancia de una Línea de Transmisión Trifásica en Disposición de Triángulo Equilátero

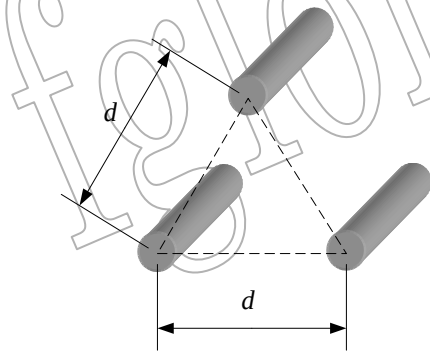
- En este sistema trifásico se asume balanceado y simétrico, de manera que en todo momento se satisface la sumatoria de la carga instantánea de cada conductor es nula:

$$\sum_{j=1}^{j=3} q_j = 0 \quad q_a + q_b + q_c = 0$$

5. Capacitancia de una Línea de Transmisión Trifásica en Disposición de Triángulo Equilátero

- La tensión que se establece entre dos (02) de los conductores cualquiera de fase debido a la interacción de los campos eléctricos originados por los tres conductores puede ser escrito por:

$$V_{ab} = \frac{1}{2\pi\epsilon} \left[q_a \ln\left(\frac{d}{r}\right) + q_b \ln\left(\frac{r}{d}\right) + q_c \ln\left(\frac{d}{d}\right) \right]$$



5. Capacitancia de una Línea de Transmisión Trifásica en Disposición de Triángulo Equilátero

- De manera semejante para el resto de las interacciones se deduce:

$$V_{bc} = \frac{1}{2\pi\epsilon} \left[q_a \ln\left(\frac{d}{d}\right) + q_b \ln\left(\frac{d}{r}\right) + q_c \ln\left(\frac{r}{d}\right) \right]$$
$$V_{ab} = \frac{1}{2\pi\epsilon} \left[q_a \ln\left(\frac{d}{r}\right) + q_b \ln\left(\frac{r}{d}\right) + q_c \ln\left(\frac{d}{d}\right) \right]$$
$$V_{ac} = \frac{1}{2\pi\epsilon} \left[q_a \ln\left(\frac{d}{r}\right) + q_b \ln\left(\frac{d}{d}\right) + q_c \ln\left(\frac{r}{d}\right) \right]$$

5. Capacitancia de una Línea de Transmisión Trifásica en Disposición de Triángulo Equilátero

- Sumando dos ecuaciones resulta:

$$V_{ab} + V_{ac} = \frac{1}{2\pi\epsilon} \left[q_a \ln\left(\frac{d}{r}\right) + (q_b + q_c) \ln\left(\frac{r}{d}\right) \right]$$

- por la suposición inicial que la carga instantánea repartida sobre los conductores en todo momento suma cero se tiene:

$$q_a + q_b + q_c = 0$$

$$q_b + q_c = -q_a$$

5. Capacitancia de una Línea de Transmisión Trifásica en Disposición de Triángulo Equilátero

- sustituyendo en la ecuación antes escrita:

$$V_{ab} + V_{ac} = \frac{q_a}{2\pi\epsilon} \ln\left(\frac{d}{r}\right)^3$$

$$V_{ab} + V_{ac} = \frac{3q_a}{2\pi\epsilon} \ln\left(\frac{d}{r}\right)$$

- aplicando propiedades de números complejos a los tres (03) fasores de tensión trifásicos resulta:

$$V_{ab} + V_{ac} = \sqrt{3}V_{an}\angle 30^\circ + \sqrt{3}V_{an}\angle -30^\circ$$

5. Capacitancia de una Línea de Transmisión Trifásica en Disposición de Triángulo Equilátero

$$3V_{an} = \frac{3q_a}{2\pi\epsilon} \ln\left(\frac{d}{r}\right)$$

$$V_{an} = \frac{q_a}{2\pi\epsilon} \ln\left(\frac{d}{r}\right)$$

- por último aplicando la definición de capacitancia resulta:

$$C_{an} = \frac{q_a}{V_{an}}$$

$$C_{an} = \frac{0.08947}{\ln\left(\frac{d}{r}\right)}$$

6. Corriente de Descarga de la Línea (*Descharge Current*)

- La capacitancia de la línea de transmisión posee asociada una cierta corriente de carga, que corresponde al flujo de carga que se produce cuando en cualquier punto de las líneas una variación de la tensión.
- La corriente de carga o descarga de la línea de transmisión posee la misma frecuencia de la tensión aplicada y además adelanta en noventa (90°) grados eléctricos a la tensión.

6. Corriente de Descarga de la Línea (*Descharge Current*)

- La corriente de carga (I_{chg}) de un circuito monofásico, esta equivale al producto de la tensión entre los conductores por la suceptancia entre ellos,

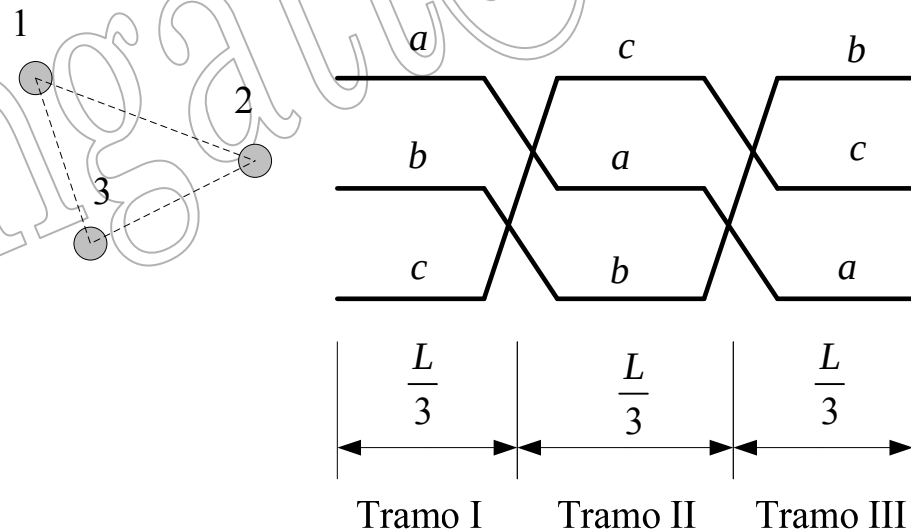
$$I_{chg} = j\omega C_{ab} V_{ab}$$

- Para el caso de una línea de transmisión trifásica, la corriente de carga queda descrita por como la tensión de fase por la susceptancia de fase de la línea:

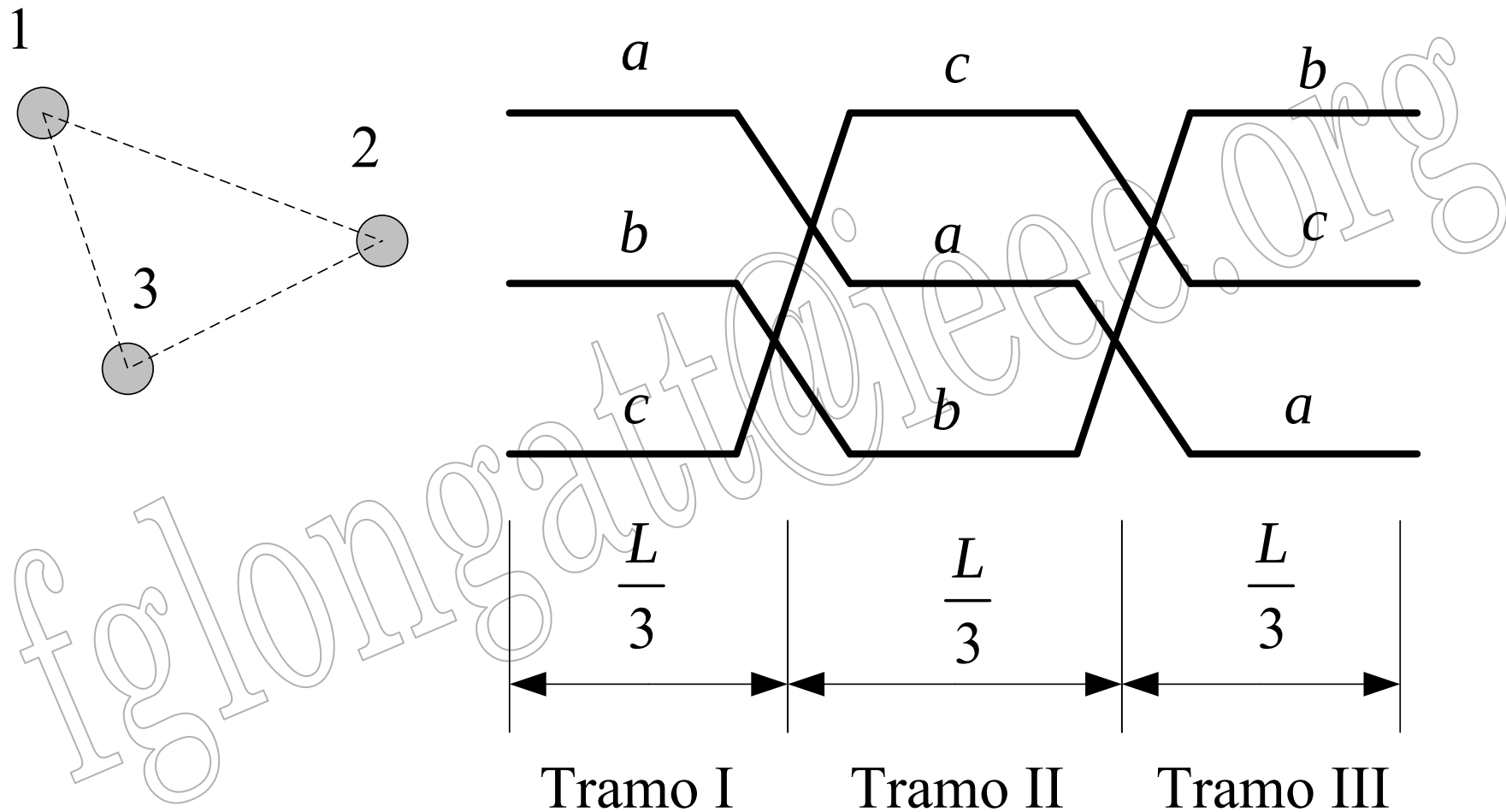
$$I_{chg} = j\omega C_{an} V_{an}$$

7. Capacitancia de una Línea de Transmisión Trifásica con disposición Asimétrica

- En una línea de transmisión trifásica con disposición asimétrica, la capacitancia por fase con respecto al neutro es diferente. Si la línea es transpuesta la capacitancia media de una fase es igual en todos los puntos de la transposición, ya que el conductor ocupa todas las posiciones de los otros conductores.



7. Capacitancia de una Línea de Transmisión Trifásica con disposición Asimétrica



7. Capacitancia de una Línea de Transmisión Trifásica con disposición Asimétrica

- En la realidad práctica las líneas no son transpuestas, pero la asimetría que se genera es pequeña, de modo que para los cálculos se puede realizar suponiendo una transposición perfecta. Se procede al calculo de la tensión entre las fases a y b en cada uno de los tramos de transposición resultando.

$$V_{ab}^{TramoI} = \frac{1}{2\pi\epsilon} \left(q_a \ln \left(\frac{d_{12}}{R} \right) + q_b \ln \left(\frac{R}{d_{21}} \right) + q_c \ln \left(\frac{d_{23}}{d_{31}} \right) \right)$$

$$V_{ab}^{TramoII} = \frac{1}{2\pi\epsilon} \left(q_a \ln \left(\frac{d_{23}}{R} \right) + q_b \ln \left(\frac{R}{d_{23}} \right) + q_c \ln \left(\frac{d_{31}}{d_{12}} \right) \right)$$

$$V_{ab}^{TramoIII} = \frac{1}{2\pi\epsilon} \left(q_a \ln \left(\frac{d_{31}}{R} \right) + q_b \ln \left(\frac{R}{d_{31}} \right) + q_c \ln \left(\frac{d_{12}}{d_{23}} \right) \right)$$

7. Capacitancia de una Línea de Transmisión Trifásica con disposición Asimétrica

$$V_{ab}^{TramoI} = \frac{1}{2\pi\epsilon} \left(q_a \ln\left(\frac{d_{12}}{R}\right) + q_b \ln\left(\frac{R}{d_{21}}\right) + q_c \ln\left(\frac{d_{23}}{d_{31}}\right) \right)$$

$$V_{ab}^{TramoII} = \frac{1}{2\pi\epsilon} \left(q_a \ln\left(\frac{d_{23}}{R}\right) + q_b \ln\left(\frac{R}{d_{23}}\right) + q_c \ln\left(\frac{d_{31}}{d_{12}}\right) \right)$$

$$V_{ab}^{TramoIII} = \frac{1}{2\pi\epsilon} \left(q_a \ln\left(\frac{d_{31}}{R}\right) + q_b \ln\left(\frac{R}{d_{31}}\right) + q_c \ln\left(\frac{d_{12}}{d_{23}}\right) \right)$$

7. Capacitancia de una Línea de Transmisión Trifásica con disposición Asimétrica

- **NOTA:** Se supone que la caída de tensión a lo largo de la línea es despreciable; se supondrá que la carga del conductor por unidad de longitud es igual en los diferentes tramos de transposición por lo que la tensión entre conductores son diferentes:

$$V_{ab} = \frac{(V_{ab}^{TramoI} + V_{ab}^{TramoII} + V_{ab}^{TramoIII})}{3}$$

7. Capacitancia de una Línea de Transmisión Trifásica con disposición Asimétrica

- Sustituyendo resulta:

$$V_{ab} = \frac{1}{3} \frac{1}{2\pi\epsilon} \left(q_a \ln \left(\frac{d_{12} d_{23} d_{13}}{R^3} \right) + q_b \ln \left(\frac{R^3}{d_{12} d_{23} d_{13}} \right) + q_c \ln \left(\frac{d_{12} d_{23} d_{31}}{d_{12} d_{23} d_{31}} \right) \right)$$

$$DMG = \sqrt[3]{d_{12} d_{23} d_{31}}$$

$$V_{ab} = \frac{1}{2\pi\epsilon} \left(q_a \ln \left(\frac{DMG}{R} \right) + q_b \ln \left(\frac{R}{DMG} \right) \right)$$

$$V_{ac} = \frac{1}{2\pi\epsilon} \left(q_a \ln \left(\frac{DMG}{R} \right) + q_c \ln \left(\frac{R}{DMG} \right) \right)$$

7. Capacitancia de una Línea de Transmisión Trifásica con disposición Asimétrica

- sumando las ecuaciones:

$$V_{ac} + V_{ab} = \frac{1}{2\pi\epsilon} \left(2q_a \ln\left(\frac{DMG}{R}\right) + (q_b + q_c) \ln\left(\frac{R}{DMG}\right) \right)$$

$$\begin{cases} -q_a = q_b + q_c \\ V_{ab} + V_{ac} = 3V_{an} \end{cases}$$

7. Capacitancia de una Línea de Transmisión Trifásica con disposición Asimétrica

$$3V_{an} = \frac{1}{2\pi\epsilon} \left(2q_a \ln\left(\frac{DMG}{R}\right) - q_a \ln\left(\frac{R}{DMG}\right) \right)$$

- y la capacitancia resulta:

$$C_{an} = \frac{q_a}{V_{an}}$$

$$C_{an} = \frac{2\pi\epsilon}{\ln\left(\frac{DMG}{R}\right)}$$

7. Capacitancia de una Línea de Transmisión Trifásica con disposición Asimétrica

$$C_{an} = \frac{2\pi\epsilon}{\ln\left(\frac{DMG}{R}\right)}$$

$$DMG = \sqrt[3]{d_{12}d_{23}d_{31}}$$

ELC-30714
Líneas de Transmisión I

Capítulo 3
Parámetro Capacitivo de
Líneas de Transmisión
Parte 2

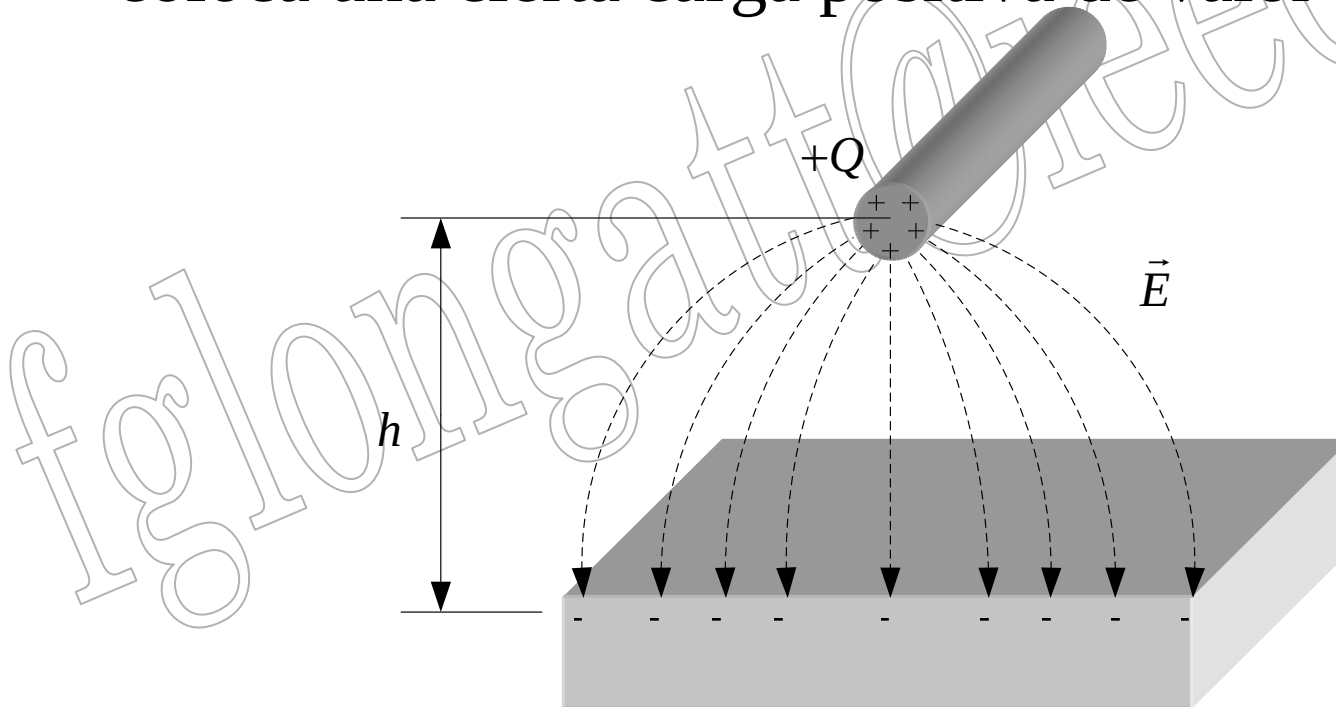
Prof. Francisco M. Gonzalez-Longatt

fglongatt@ieee.org

<http://www.giaelec.org/fglongatt/LT.htm>

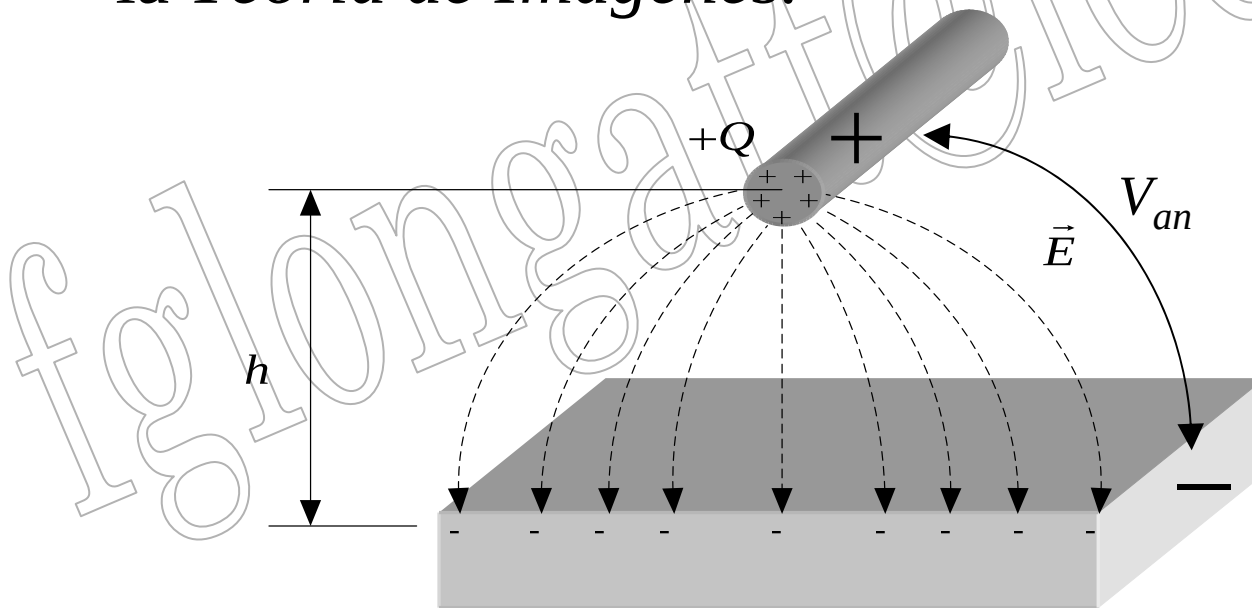
1. Capacitancia de un Conductor Cilíndrico Paralelo al Plano de Tierra

- Imagínese un cilindro conductor de radio R , el cual se encuentra en el espacio suspendido paralelo sobre el plano de tierra a una altura h ; sobre este cilindro se coloca una cierta carga positiva de valor Q .



1. Capacitancia de un Conductor Cilíndrico Paralelo al Plano de Tierra

- En esta situación para determinar el parámetro capacitivo debe determinarse primeramente la diferencia de potencial entre el conductor cilíndrico y el plano de tierra; para ello se hace necesario aplicar la *Teoría de Imágenes*.

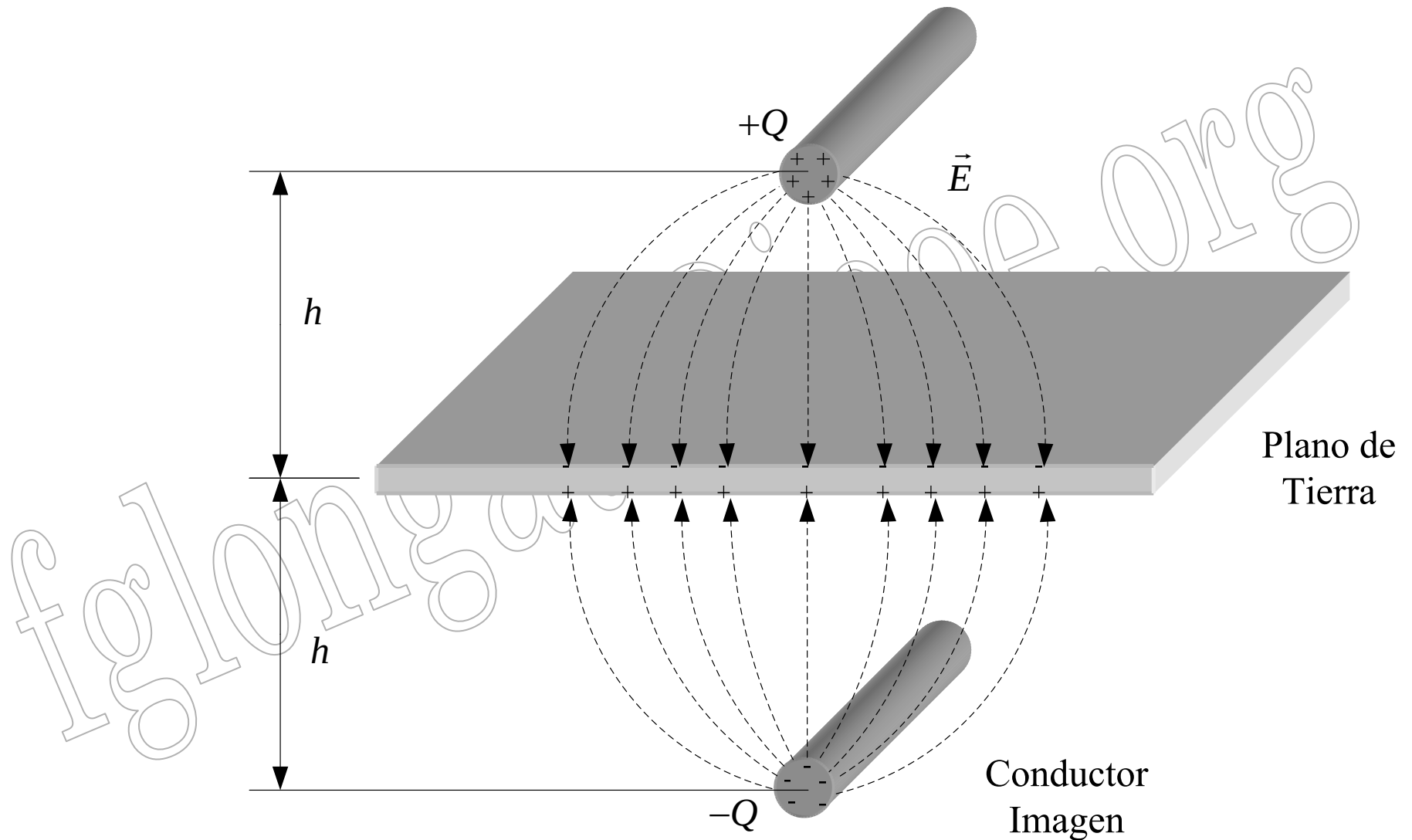


$$C_{an} = \frac{Q}{V_{an}}$$

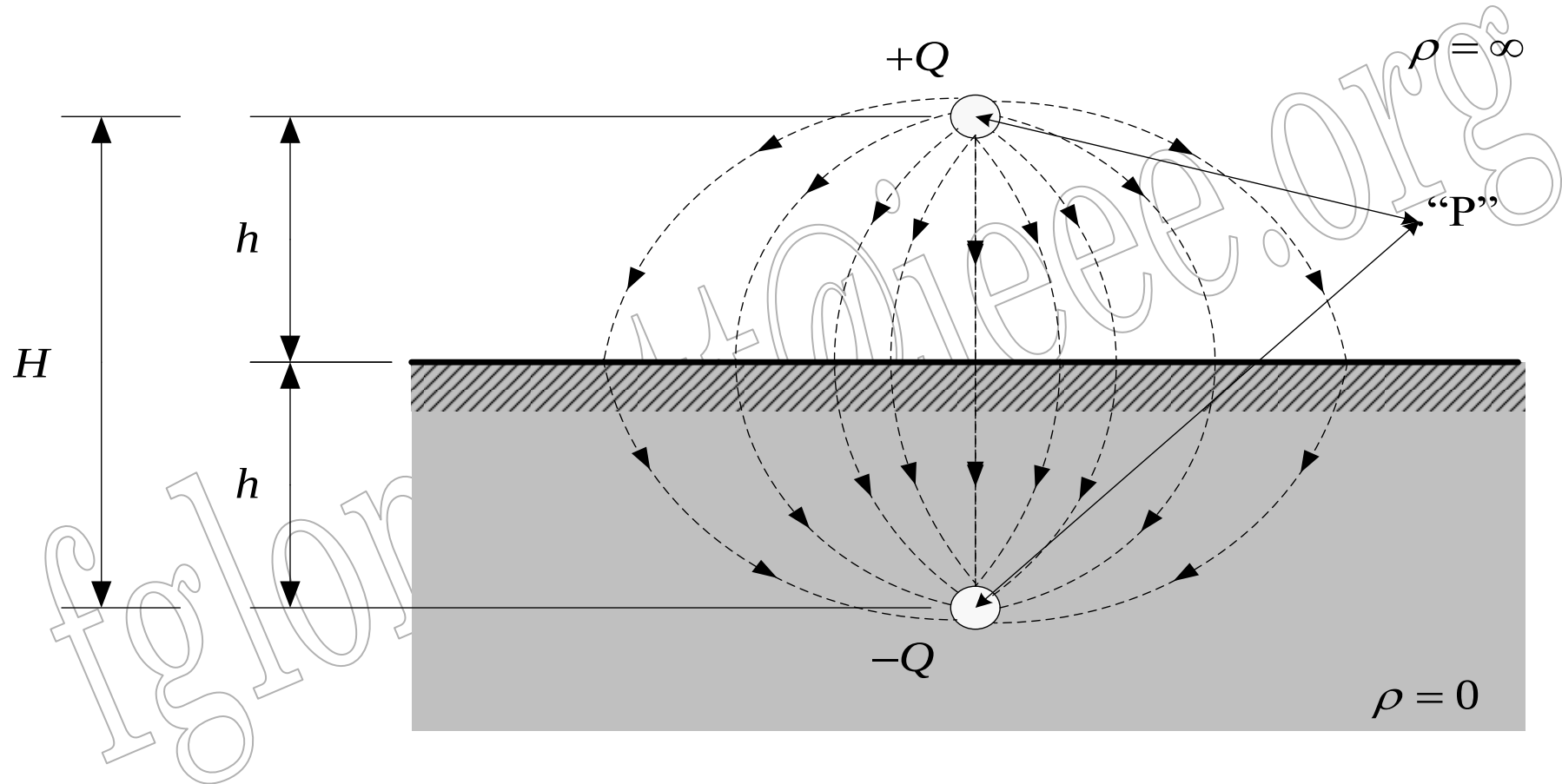
1. Capacitancia de un Conductor Cilíndrico Paralelo al Plano de Tierra

- Para ello, para simular el campo eléctrico que surge entre el conductor cilíndrico y el plano de tierra, se coloca una carga imagen que es *otro conductor ficticio, que se ubica a una distancia h por debajo del plano de tierra, y al cual se le asigna carga opuesta a la del cilindro $(-Q)$* , de modo que el efecto del terreno es reemplazado por el conductor imagen, y el problema queda en condiciones semejantes a al anterior, con la única salvedad que se considera para efectos de la solución solo el efecto por encima del plano de tierra.

1. Capacitancia de un Conductor Cilíndrico Paralelo al Plano de Tierra

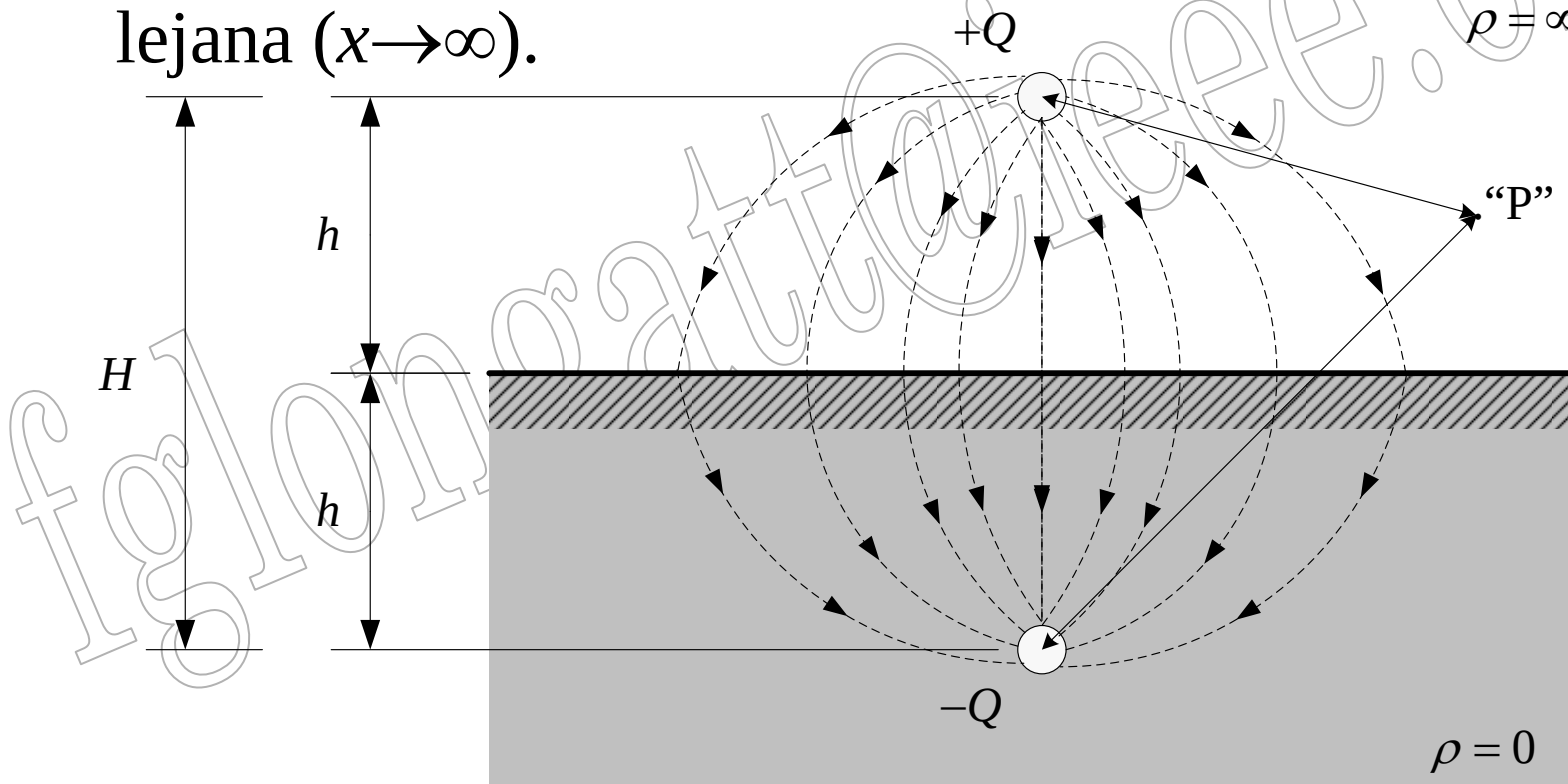


1. Capacitancia de un Conductor Cilíndrico Paralelo al Plano de Tierra



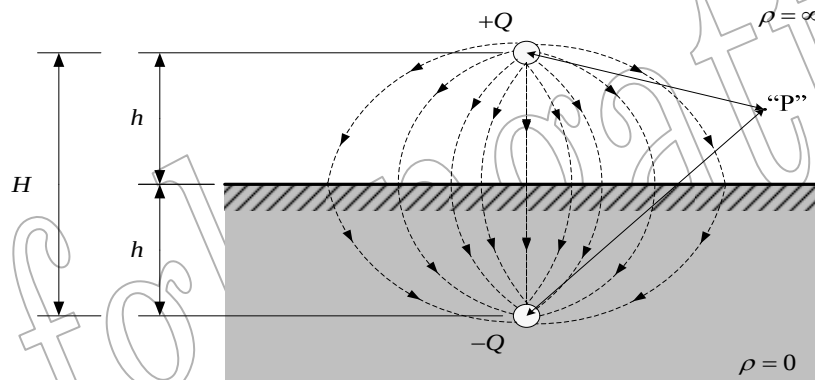
1. Capacitancia de un Conductor Cilíndrico Paralelo al Plano de Tierra

- Ahora bien si se define un punto “P” en el espacio, sobre el plano de tierra, se puede determinar el potencial en el mismo, tomando una referencia muy lejana ($x \rightarrow \infty$).



1. Capacitancia de un Conductor Cilíndrico Paralelo al Plano de Tierra

- El potencial eléctrico en el punto “P”, puede ser escrito como; como la combinación lineal de los potenciales eléctricos debido a la carga depositada sobre el cilindro conductor y su imagen.



$$V_p = V_{p1} + V_{p2}$$

1. Capacitancia de un Conductor Cilíndrico Paralelo al Plano de Tierra

- El potencial que produce la el cilindro con carga por encima del plano de tierra, con respecto a la referencia remota queda dado por la siguiente expresión:

$$V_{p1} = \frac{+Q}{2\pi\epsilon} \ln\left(\frac{x}{r}\right)$$

- donde x es la distancia entre el centro del cilindro el punto de referencia remota ($x \rightarrow \infty$);

1. Capacitancia de un Conductor Cilíndrico Paralelo al Plano de Tierra

- El potencial que produce la el cilindro con carga imagen por debajo del plano de tierra, con respecto a la referencia remota puede ser determinado de forma análoga.

$$V_{p2} = \frac{-Q}{2\pi\epsilon} \ln\left(\frac{x}{r'}\right)$$

1. Capacitancia de un Conductor Cilíndrico Paralelo al Plano de Tierra

$$V_p = V_{p1} + V_{p2}$$

$$V_p = \frac{Q}{2\pi\epsilon} \left[\text{Ln}\left(\frac{x}{r}\right) - \text{Ln}\left(\frac{x}{r'}\right) \right]$$

$$V_p = V_{12} = \frac{Q}{2\pi\epsilon} \left[\text{Ln}\left(\frac{x}{R}\right) - \text{Ln}\left(\frac{x}{H}\right) \right]$$

1. Capacitancia de un Conductor Cilíndrico Paralelo al Plano de Tierra

- La diferencia de potencia entre el conductor cilíndrico y el plano de tierra (V_{12}).
- Este resultado era fácilmente deducible teóricamente, debido a que por teoría de imágenes, la diferencia de potencial entre el conductor y el plano conductor paralelo de tierra es la mitad de la obtenida entre la de dos conductores donde uno es la imagen.

$$V_{12} = \frac{Q}{2\pi\epsilon} \ln\left(\frac{H}{R}\right)$$

1. Capacitancia de un Conductor Cilíndrico Paralelo al Plano de Tierra

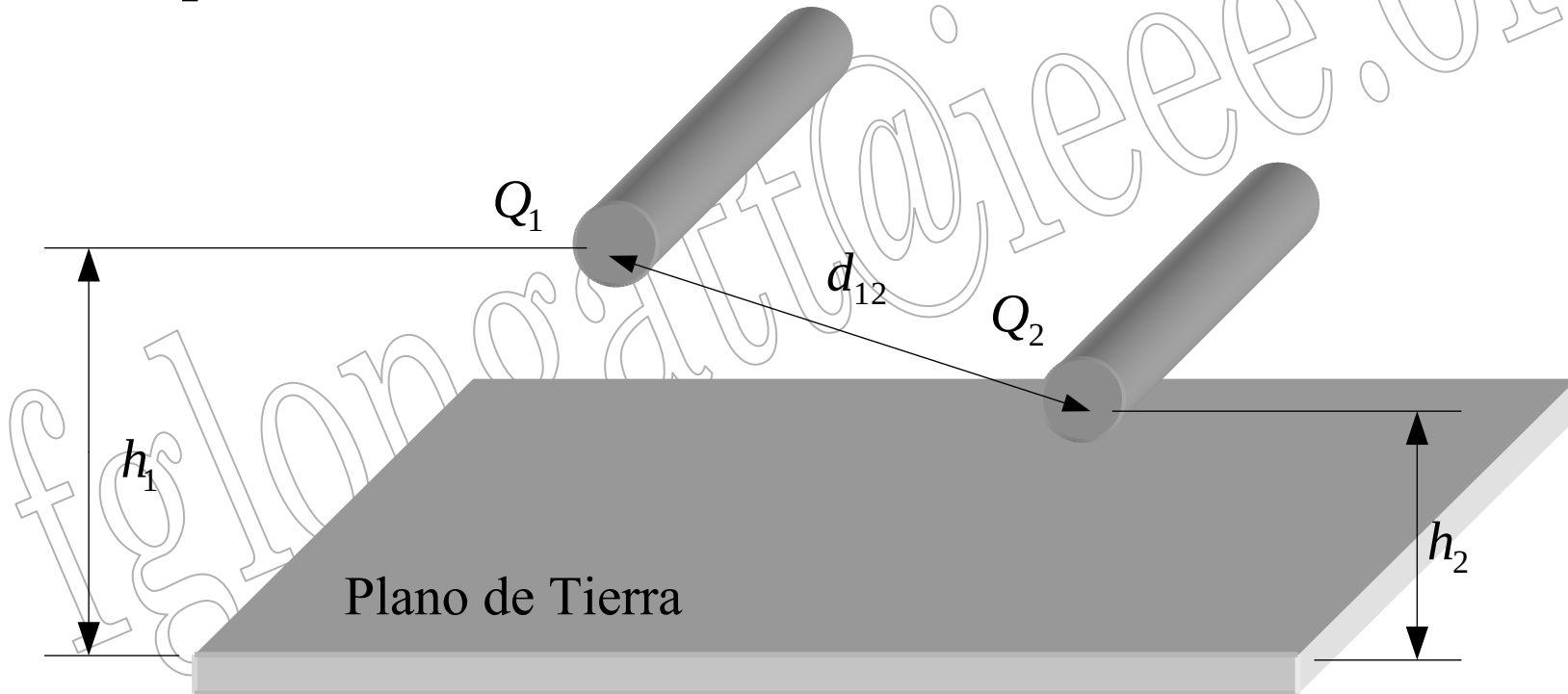
- La capacitancia por unidad de longitud, del conductor paralelo al plano de tierra; puede ser calculado, como el cociente de la carga involucrada, y la tensión entre el cilindro y el plano de tierra.

$$C_{1T} = \frac{Q}{V_{12}}$$

$$C_{1T} = \frac{2\pi\epsilon}{Ln\left(\frac{H}{R}\right)}$$

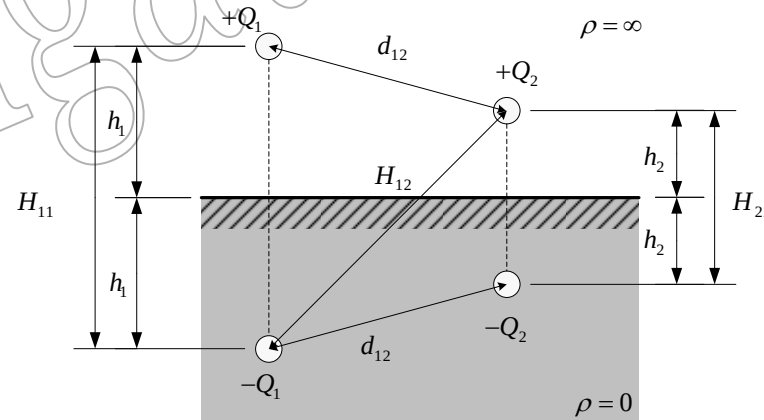
2. Capacitancia de Dos Conductores Cilíndricos Paralelos al Plano de Tierra

- Imagínese dos cilindros conductores de radio R , los cuales se encuentran paralelos entre sí y con respecto al plano de tierra.

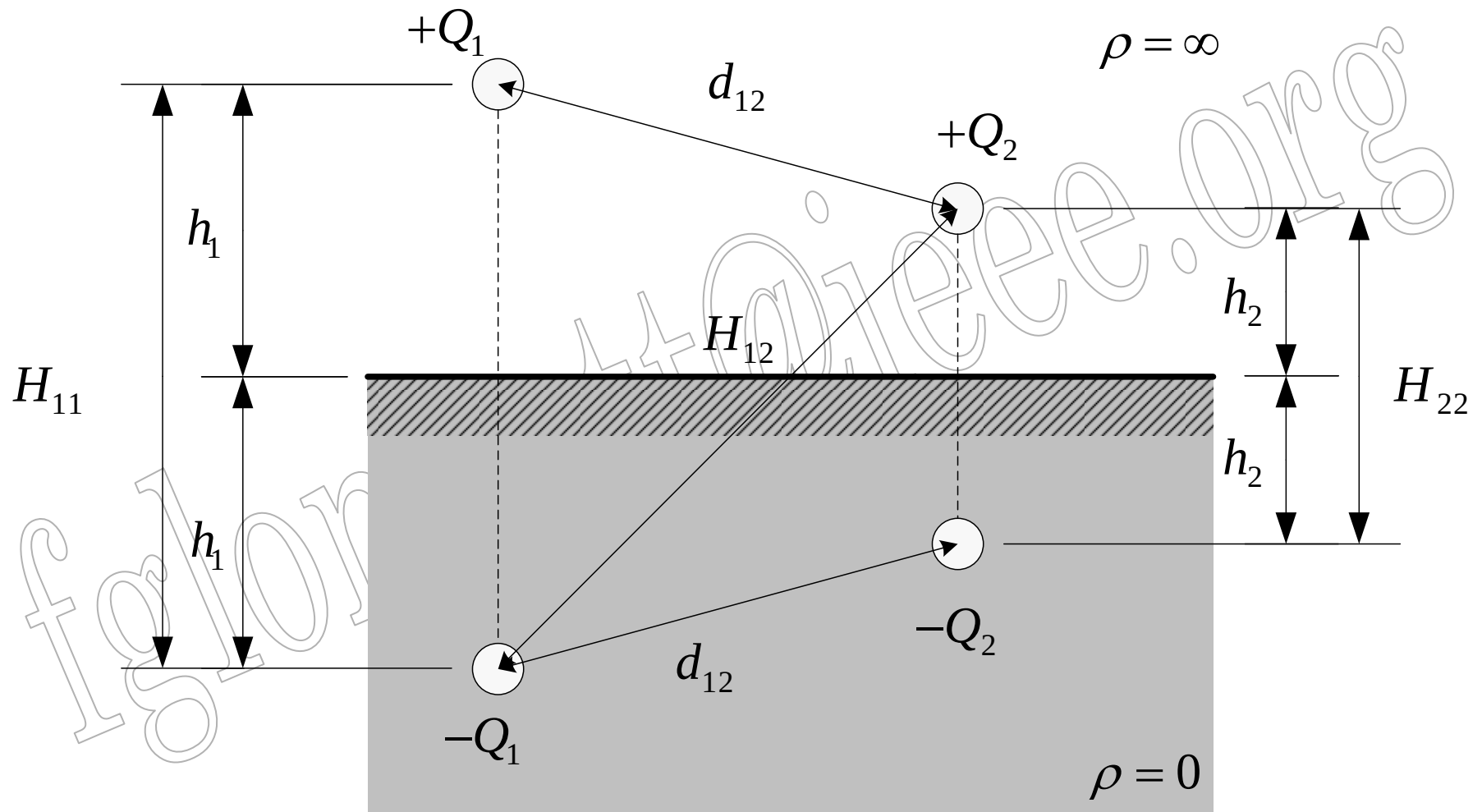


2. Capacitancia de Dos Conductores Cilíndricos Paralelos al Plano de Tierra

- La solución de la capacitancia de dos conductores cilíndricos, sobre un plano semi-infinito, puede ser encontrada por medio de la teoría de imágenes, de modo que se reemplaza el plano conductor, por dos cilindros ficticios situados simétricos, por debajo del plano de tierra, y con carga de signos opuesto a las de los cilindros por encima del plano de tierra.



2. Capacitancia de Dos Conductores Cilíndricos Paralelos al Plano de Tierra



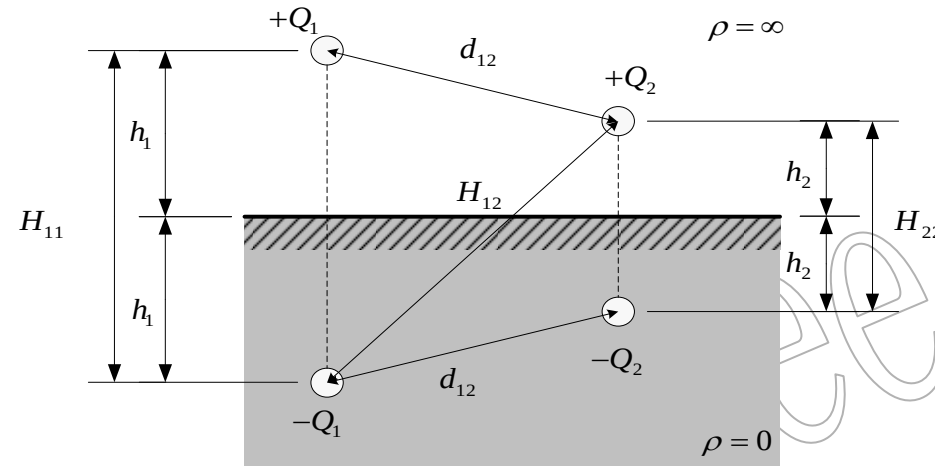
2. Capacitancia de Dos Conductores Cilíndricos Paralelos al Plano de Tierra

- Ahora bien, la tensión del conductor 1, respecto a un punto muy alejado ($x \rightarrow \infty$), puede ser calculado, bajo esta configuración de la teoría de imágenes, como la combinación lineal de las contribuciones de los cuatro cuerpos cargados:

$$V_1 = V_{11} + V_{12} + V_{13} + V_{14}$$

- V_{11} ; la tensión entre el conductor 1 y un punto de referencia remoto producido por el conductor 1; V_{12} ; la tensión entre el conductor 1 y un punto de referencia remoto producido por el conductor 2; V_{13} ; la tensión entre el conductor 1 y un punto de referencia remoto producido por el conductor 1 imagen; V_{14} , la tensión entre el conductor 1 y un punto de referencia remoto producido por el conductor 2 imagen.

2. Capacitancia de Dos Conductores Cilíndricos Paralelos al Plano de Tierra



$$V_1 = V_{11} + V_{12} + V_{13} + V_{14}$$

$$V_1 = \frac{Q_1}{2\pi\epsilon} \ln\left(\frac{x}{R}\right) + \frac{Q_2}{2\pi\epsilon} \ln\left(\frac{x}{d_{12}}\right) - \frac{Q_1}{2\pi\epsilon} \ln\left(\frac{x}{H_{11}}\right) - \frac{Q_2}{2\pi\epsilon} \ln\left(\frac{x}{H_{12}}\right)$$

2. Capacitancia de Dos Conductores Cilíndricos Paralelos al Plano de Tierra

- Se procede a aplicar propiedades de logaritmos.

$$V_1 = \frac{Q_1}{2\pi\epsilon} \ln\left(\frac{H_{11}}{R}\right) + \frac{Q_2}{2\pi\epsilon} \ln\left(\frac{H_{12}}{d_{12}}\right)$$

- Se procede al cálculo de la tensión del conductor 2, respecto al punto de referencia remoto.

$$V_2 = V_{21} + V_{22} + V_{23} + V_{24}$$

$$V_2 = \frac{Q_1}{2\pi\epsilon} \ln\left(\frac{x}{d_{12}}\right) + \frac{Q_2}{2\pi\epsilon} \ln\left(\frac{x}{R}\right) - \frac{Q_1}{2\pi\epsilon} \ln\left(\frac{x}{H_{12}}\right) - \frac{Q_2}{2\pi\epsilon} \ln\left(\frac{x}{H_{22}}\right)$$

$$V_2 = \frac{Q_1}{2\pi\epsilon} \ln\left(\frac{H_{12}}{d_{12}}\right) + \frac{Q_2}{2\pi\epsilon} \ln\left(\frac{H_{22}}{R}\right)$$

2. Capacitancia de Dos Conductores Cilíndricos Paralelos al Plano de Tierra

- El potencial sobre el plano de tierra es cero, de modo que la diferencia de potencia entre los conductores y el plano de tierra:

$$\left\{ \begin{array}{l} V_1 = \frac{Q_1}{2\pi\epsilon} \ln\left(\frac{H_{11}}{R}\right) + \frac{Q_2}{2\pi\epsilon} \ln\left(\frac{H_{12}}{d_{12}}\right) \\ V_2 = \frac{Q_1}{2\pi\epsilon} \ln\left(\frac{H_{12}}{d_{12}}\right) + \frac{Q_2}{2\pi\epsilon} \ln\left(\frac{H_{22}}{R}\right) \end{array} \right.$$

2. Capacitancia de Dos Conductores Cilíndricos Paralelos al Plano de Tierra

- Estas ecuaciones pueden ser escritas en notación matricial.

$$\begin{bmatrix} V_1 \\ V_2 \end{bmatrix} = \frac{1}{2\pi\epsilon} \begin{bmatrix} \ln\left(\frac{H_{11}}{R}\right) & \ln\left(\frac{H_{12}}{d_{12}}\right) \\ \ln\left(\frac{H_{12}}{d_{12}}\right) & \ln\left(\frac{H_{22}}{R}\right) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} Q_1 \\ Q_2 \end{bmatrix}$$

- La ecuación matricial anterior puede ser escrita en forma más compacta.

$$\begin{bmatrix} V_1 \\ V_2 \end{bmatrix} = \frac{1}{2\pi\epsilon} \begin{bmatrix} B_{11} & B_{12} \\ B_{21} & B_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} Q_1 \\ Q_2 \end{bmatrix}$$

2. Capacitancia de Dos Conductores Cilíndricos Paralelos al Plano de Tierra

$$\vec{V} = \frac{1}{2\pi\epsilon} [B] \vec{Q}$$

- La matriz $[B]$, recibe el nombre de *matriz de potenciales de Maxwell*; cuyos términos son definidos como logaritmos de distancias.

$$[B] = \begin{bmatrix} B_{11} & B_{12} \\ B_{21} & B_{22} \end{bmatrix} \quad B_{ij} = Ln \left(\frac{H_{ij}}{d_{ij}} \right)$$

2. Capacitancia de Dos Conductores Cilíndricos Paralelos al Plano de Tierra

- En forma matricial, resulta sencillo, conocer la carga a partir de la tensión en los conductores y *la matriz de potenciales de Maxwell*.

$$\vec{Q} = 2\pi\epsilon[B]^{-1}\vec{V}$$

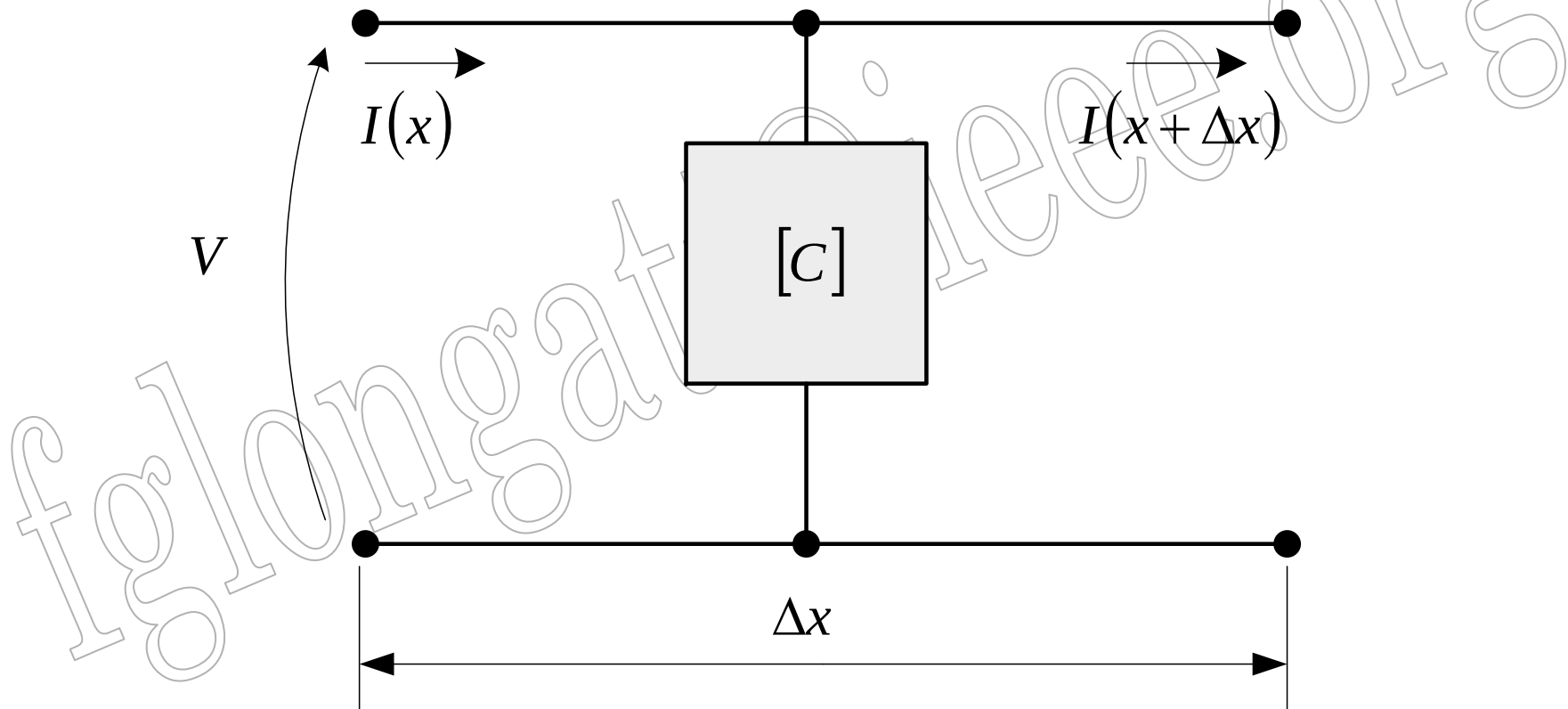
- Si se toma el hecho de que la relación entre carga y tensión en un capacitor es la capacitancia, entonces resulta fácil decir que la matriz de capacitancia de la línea de transmisión es:

$$[C] = 2\pi\epsilon[B]^{-1}$$

$$\vec{Q} = [C]\vec{V}$$

3. Admitancia Capacitiva de una Línea Bifilar Considerando el Efecto de Tierra

- Supóngase que se tiene una cierta sección de una línea de transmisión de longitud



3. Admitancia Capacitiva de una Línea Bifilar Considerando el Efecto de Tierra

- El vector de carga eléctrica; para el segmento de línea, queda dado por:

$$\Delta \vec{Q} = [C] \vec{V}_T \Delta x$$

- Si se procede a derivar con respecto al tiempo a la expresión:

$$\frac{d\Delta \vec{Q}}{dt} = [C] \frac{d\vec{V}_T}{dt} \Delta x$$

- Por otra parte la ecuación de corriente según la ecuación de Kirchhoff

$$I(x, t) - I(x + \Delta x, t) = [C] \frac{d\vec{V}_T}{dt} \Delta x$$

3. Admitancia Capacitiva de una Línea Bifilar Considerando el Efecto de Tierra

- Si se divide la expresión por el incremento Δx :

$$\frac{I(x, t) - I(x + \Delta x, t)}{\Delta x} = [C] \frac{d\vec{V}_T}{dt}$$

- Si se hace que la longitud de la sección de la línea Δx ; el extremo derecho de la ecuación, se transforma en el negativo de la derivada del vector corriente en función de la posición.

$$-\frac{d\vec{I}}{dx} = [C] \frac{d\vec{V}_T}{dt}$$

3. Admitancia Capacitiva de una Línea Bifilar Considerando el Efecto de Tierra

- En el caso de las líneas de transmisión de tipo comercial, se trabaja con campos cuasi-estacionarios, con señales armónicas en el tiempo; de modo que se puede definir la admitancia capacitiva como:

$$[Y] = j\omega[C]$$

$$-\frac{d\vec{I}}{dx} = [Y]\vec{V}_T$$

3. Admitancia Capacitiva de una Línea Bifilar Considerando el Efecto de Tierra

- Si se expande la forma matricial de este sistema, se tiene que se generan dos ecuaciones con dos incógnitas

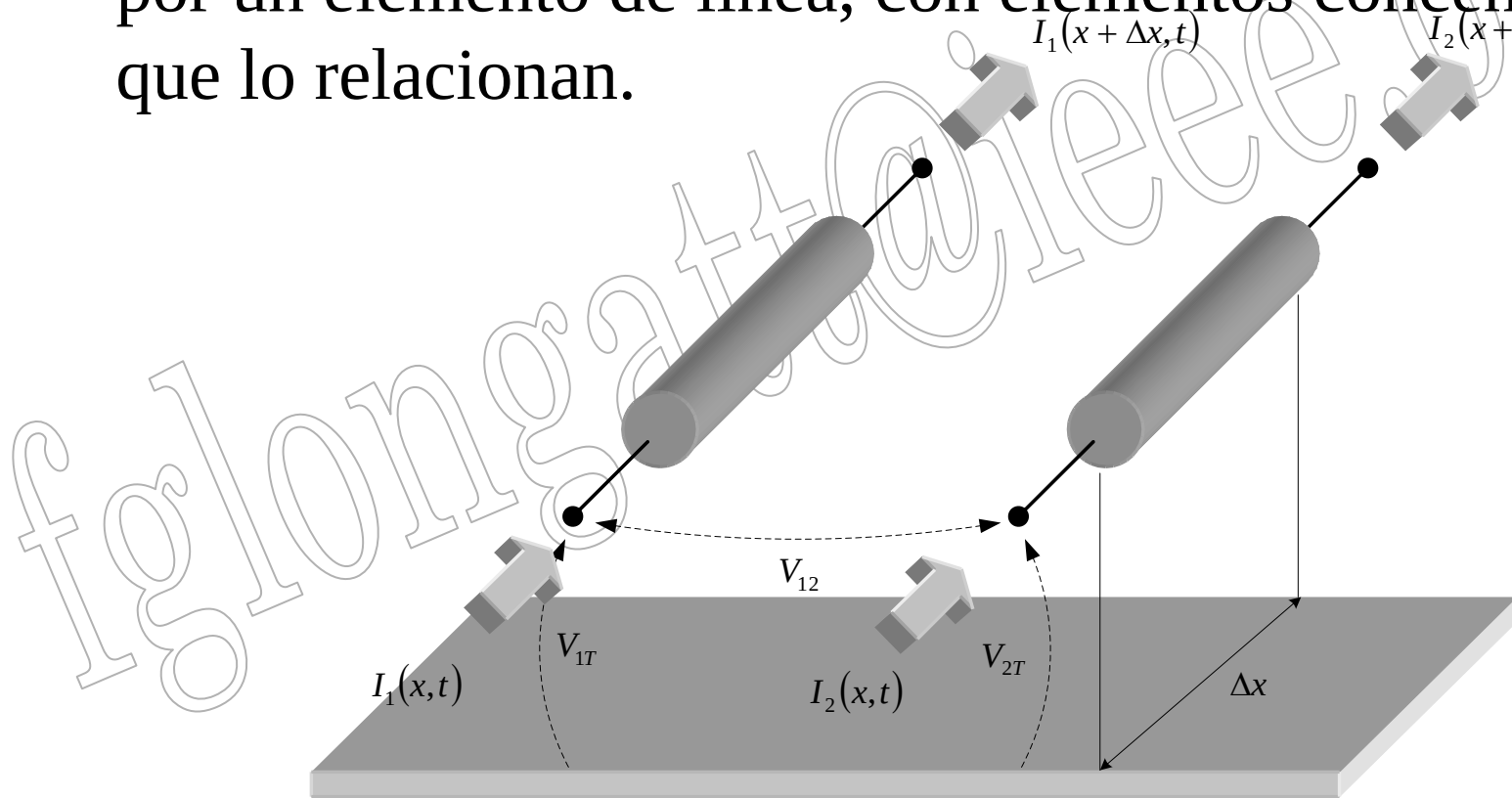
$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{dI_1}{dx} = -Y_{11}V_1 - Y_{12}V_2 \\ \frac{dI_2}{dx} = -Y_{21}V_1 - Y_{12}V_2 \end{array} \right.$$

3. Admitancia Capacitiva de una Línea Bifilar Considerando el Efecto de Tierra

- Este sistema demuestra el acople capacitivo entre conductores; que se evidencia con los términos Y_{12} y Y_{12} . Estos términos se pueden demostrar que son iguales lo que hace a la matriz de potenciales de Maxwell, $[B]$, simétrica, por lo que evidentemente las matrices capacitancia $[C]$ y admitancia $[Y]$ también lo sean; y se extiende a sus inversas.

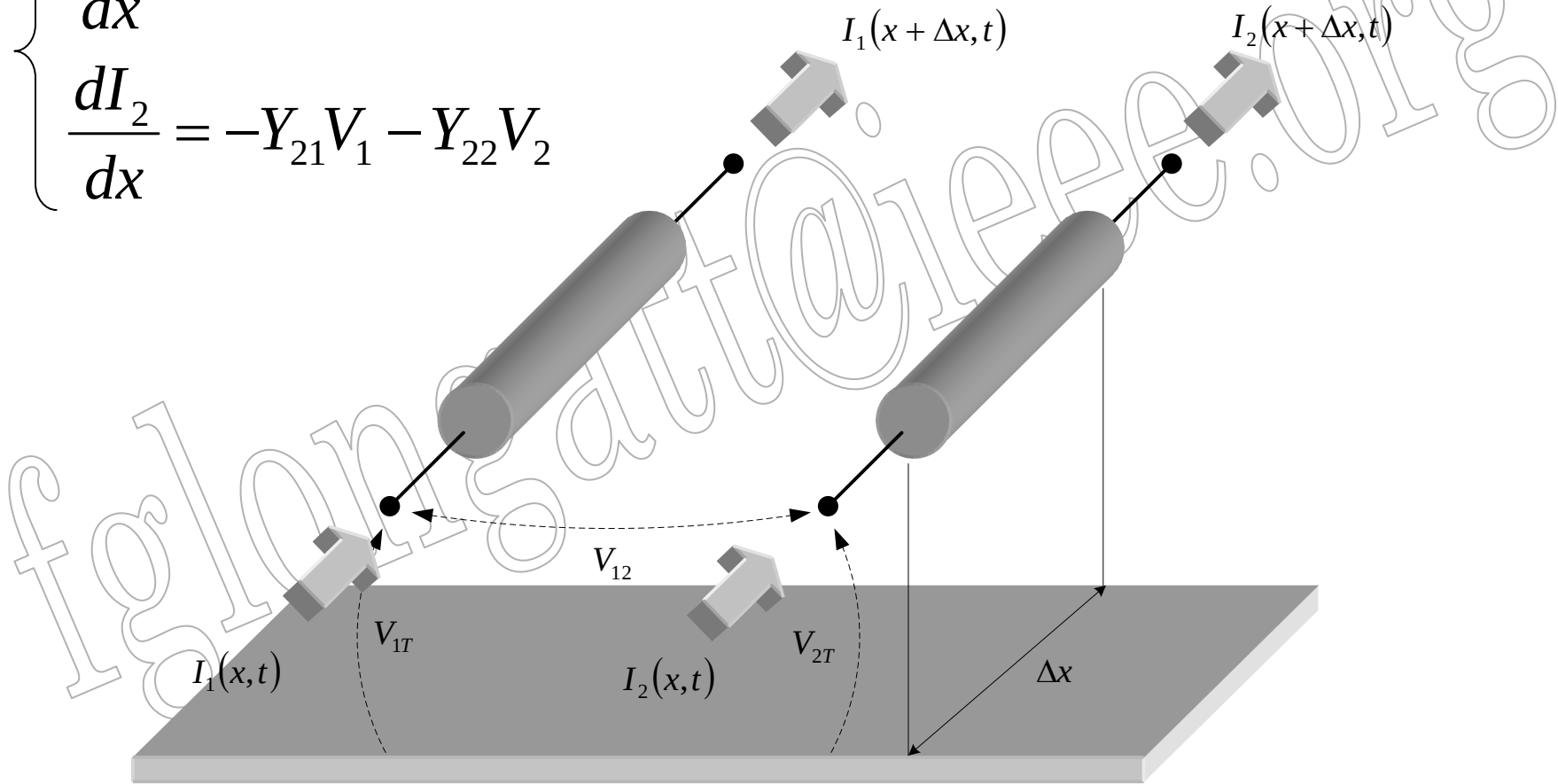
3. Admitancia Capacitiva de una Línea Bifilar Considerando el Efecto de Tierra

- El conjunto de ecuaciones M , no posee una representación sencilla, pero se puede pseudo explicar por un elemento de línea, con elementos concentrados que lo relacionan.



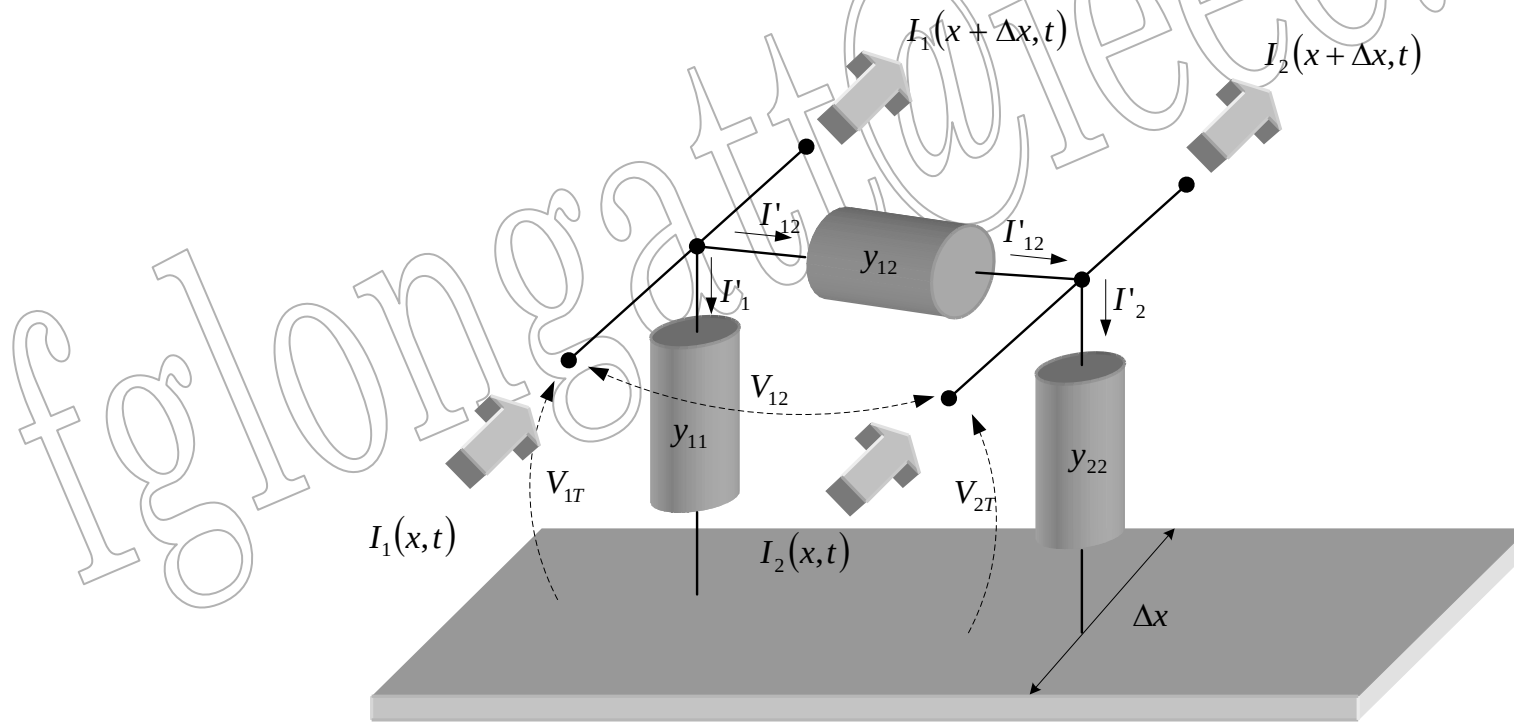
3. Admitancia Capacitiva de una Línea Bifilar Considerando el Efecto de Tierra

$$\begin{cases} \frac{dI_1}{dx} = -Y_{11}V_1 - Y_{12}V_2 \\ \frac{dI_2}{dx} = -Y_{21}V_1 - Y_{22}V_2 \end{cases}$$



3. Admitancia Capacitiva de una Línea Bifilar Considerando el Efecto de Tierra

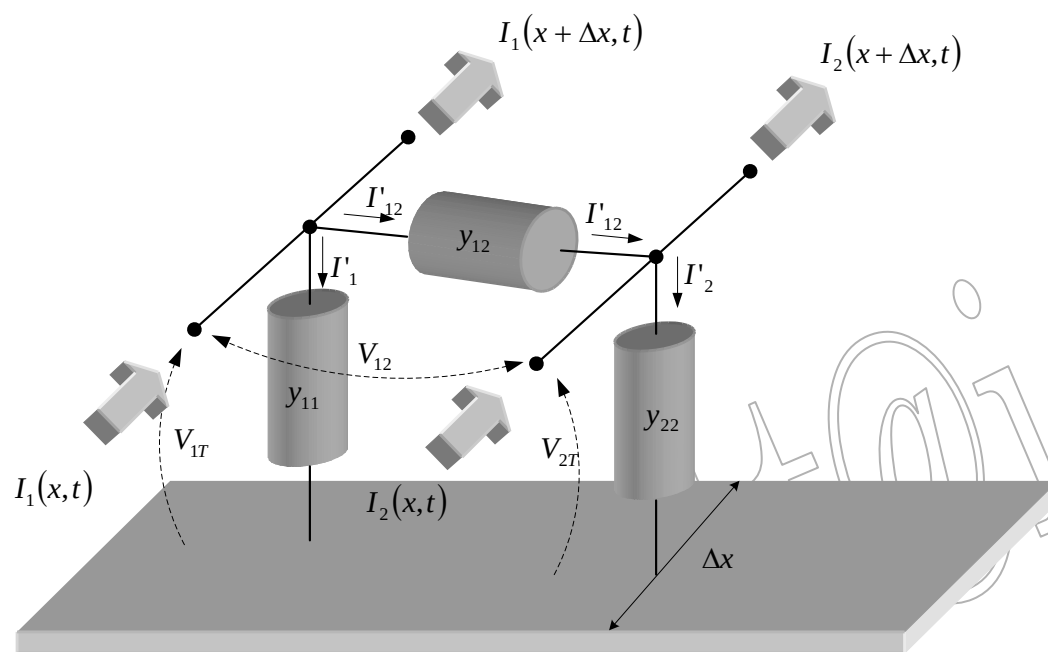
- Este sistema de ecuaciones solo puede ser solo modelado por medio de admitancias, pero se debe hacer la salvedad muy clara que este modelo no existe físicamente, solo es una representación circuital



3. Admitancia Capacitiva de una Línea Bifilar Considerando el Efecto de Tierra

- Este modelo trata (y de hecho lo hace) de explicar el comportamiento físico de las variaciones de tensión y corriente respecto al plano de tierra, pero se debe ser cauteloso en el valor de estas admitancias (y_{11} , y_{12} , y_{22}).
- Es relevante acotar que *no existe relación física entre los elementos $\{Y_{ij}\}$ de la matriz $[Y]$, y los presentados en el modelo y_{11} , y_{12} , y_{22}* ; estos últimos representan una ficticia relación para el modelo circuital.
- Por otra parte los $\{Y_{ij}\}$ son reales e indican la relación de variación de tensión y corriente respecto al terreno.

3. Admitancia Capacitiva de una Línea Bifilar Considerando el Efecto de Tierra



$$\begin{cases} I_1(x,t) - I_1(x+\Delta x,t) = I'_1 + I'_{12} \\ I_2(x,t) - I_2(x+\Delta x,t) = I'_2 - I'_{12} \end{cases}$$

$$\begin{cases} I'_2 = y_{22} V_2 \Delta x \\ I'_1 = y_{11} V_1 \Delta x \\ I'_{12} = y_{12} (V_1 - V_2) \Delta x \end{cases}$$

$$\begin{cases} \frac{I_1(x,t) - I_1(x+\Delta x,t)}{\Delta x} = (y_{11} + y_{12}) V_1 - y_{12} V_2 \\ \frac{I_2(x,t) - I_2(x+\Delta x,t)}{\Delta x} = y_{12} V_1 + (y_{12} + y_{22}) V_2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} \frac{dI_1(x,t)}{dx} = -(y_{11} + y_{12}) V_1 + y_{12} V_2 \\ \frac{dI_2(x,t)}{dx} = y_{12} V_1 - (y_{12} + y_{22}) V_2 \end{cases}$$

cuando la longitud del segmento de la línea se hace muy pequeño ($\Delta x \rightarrow 0$)

3. Admitancia Capacitiva de una Línea Bifilar Considerando el Efecto de Tierra

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{dI_1}{dx} = -Y_{11}V_1 - Y_{12}V_2 \\ \frac{dI_2}{dx} = -Y_{21}V_1 - Y_{22}V_2 \end{array} \right\} \quad \left\{ \begin{array}{l} \frac{dI_1(x,t)}{dx} = -(y_{11} + y_{12})V_1 + y_{12}V_2 \\ \frac{dI_2(x,t)}{dx} = y_{12}V_1 - (y_{12} + y_{22})V_2 \end{array} \right.$$

$$\left\{ \begin{array}{l} -(y_{11} + y_{12}) = -Y_{11} \\ y_{12} = -Y_{12} \\ -(y_{22} + y_{12}) = -Y_{22} \\ y_{21} = -Y_{21} \end{array} \right.$$

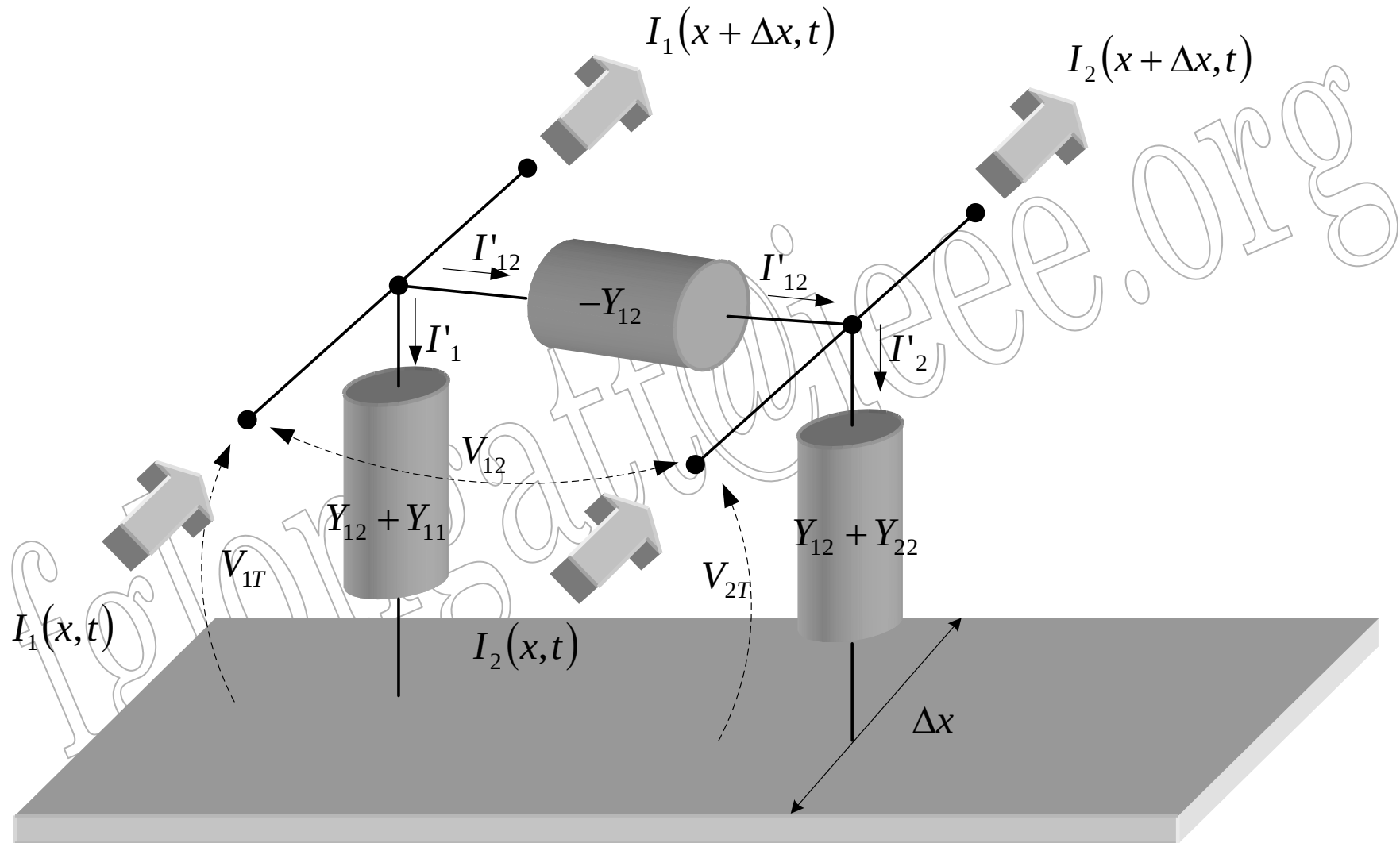
$$y_{11} = Y_{11} + Y_{12}$$

$$y_{12} = -Y_{12}$$

$$y_{22} = Y_{22} + Y_{12}$$

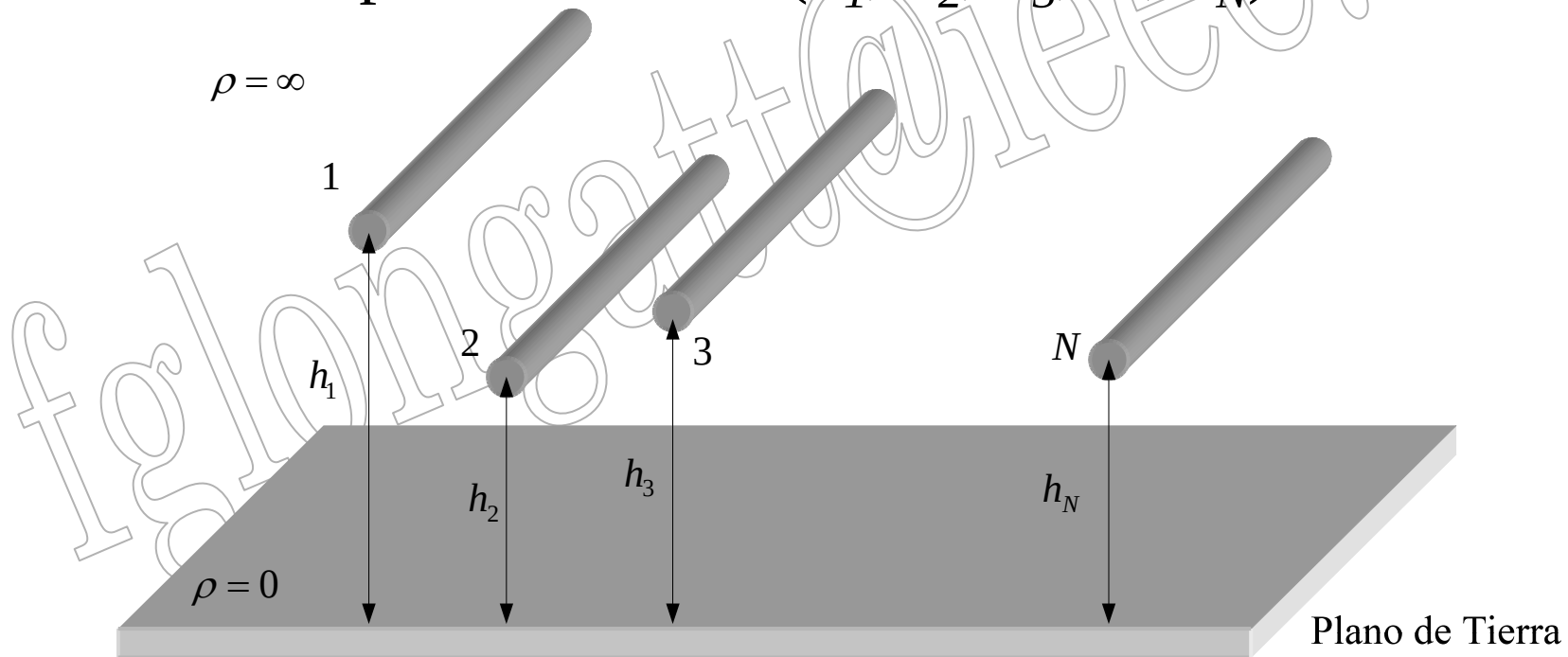
$$y_{21} = -Y_{21}$$

3. Admitancia Capacitiva de una Línea Bifilar Considerando el Efecto de Tierra



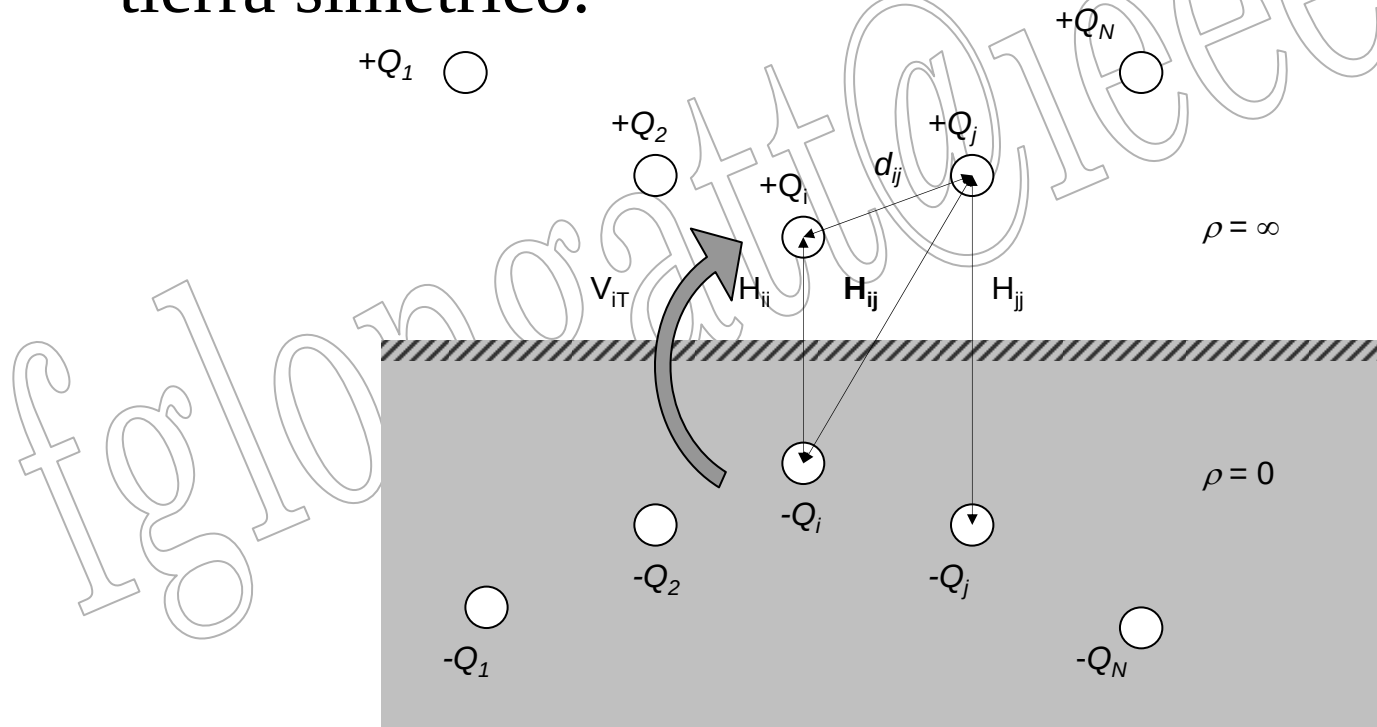
4. Matriz de admitancia Capacitiva para N Conductores paralelos entre sí y al plano de tierra

- Imagínese N conductores cilíndricos de radio R , paralelos entre sí y con el plano de tierra; suponga que cada uno posee una altura diferentes medida desde el plano de tierra ($h_1, h_2, h_3, \dots, h_N$).



4. Matriz de admitancia Capacitiva para N Conductores paralelos entre sí y al plano de tierra

- Para estudiar este problema se hace uso de la teoría de imágenes, es decir, se considera que cada conductor posee una imagen por debajo del plano de tierra simétrico.



4. Matriz de admitancia Capacitiva para N Conductores paralelos entre sí y al plano de tierra

- El mecanismo empleado para el caso de dos conductores sobre el plano de tierra, puede ser generalizado en este caso para los N conductores.

$$V_{iT} = \frac{1}{2\pi\epsilon} \left(l_1 \ln\left(\frac{H_{1i}}{d_{1i}}\right) + Q_2 \ln\left(\frac{H_{2i}}{d_{2i}}\right) + \dots \right. \\ \left. \dots + Q_{i-1} \ln\left(\frac{H_{i-1,i}}{d_{i-1,i}}\right) + Q_i \ln\left(\frac{H_{ii}}{R_i}\right) + Q_{i+1} \ln\left(\frac{H_{i+1,i}}{d_{i+1,i}}\right) + \dots + Q_n \ln\left(\frac{H_{n,i}}{d_{n,i}}\right) \right)$$

- De modo que realizando este procedimiento para los N conductores se tiene que en forma matricial se puede escribir

$$\vec{V}_T = \frac{1}{2\pi\epsilon} [B] \vec{Q}$$

4. Matriz de admitancia Capacitiva para N Conductores paralelos entre sí y al plano de tierra

$$\vec{V}_T = \frac{1}{2\pi\epsilon} [B] \vec{Q}$$

- donde la matriz de potenciales de Maxwell es ahora una matriz de $N \times N$ elementos; definidos como:

$$\left\{ \begin{array}{l} B_{ij} = Ln \left(\frac{H_{ij}}{d_{ij}} \right) \text{ para } i, j = 1, 2, \dots, N \\ B_{ii} = Ln \left(\frac{H_{ii}}{R_i} \right) \end{array} \right.$$

4. Matriz de admitancia Capacitiva para N Conductores paralelos entre sí y al plano de tierra

$$\left\{ \begin{array}{l} B_{ij} = Ln \left(\frac{H_{ij}}{d_{ij}} \right) \quad \text{para } i, j = 1, 2, \dots, N \\ B_{ii} = Ln \left(\frac{H_{ii}}{R_i} \right) \end{array} \right.$$

- Es importante recordar que las alturas $\{H_{ii}\}$, son las distancias propias entre un cilindro conductor y su respectiva imagen, mientras que $\{H_{ij}\}$, son las alturas entre el conductor i y la imagen del conductor j .
- Por otra parte las distancias $\{d_{ij}\}$ son medidas entres los conductores sobre el plano de tierra i y j .

4. Matriz de admitancia Capacitiva para N Conductores paralelos entre sí y al plano de tierra

- La matriz de capacitancia de este sistema puede ser definida a partir de la matriz de potenciales de Maxwell.

$$[C] = 2\pi\epsilon[B]^{-1}$$

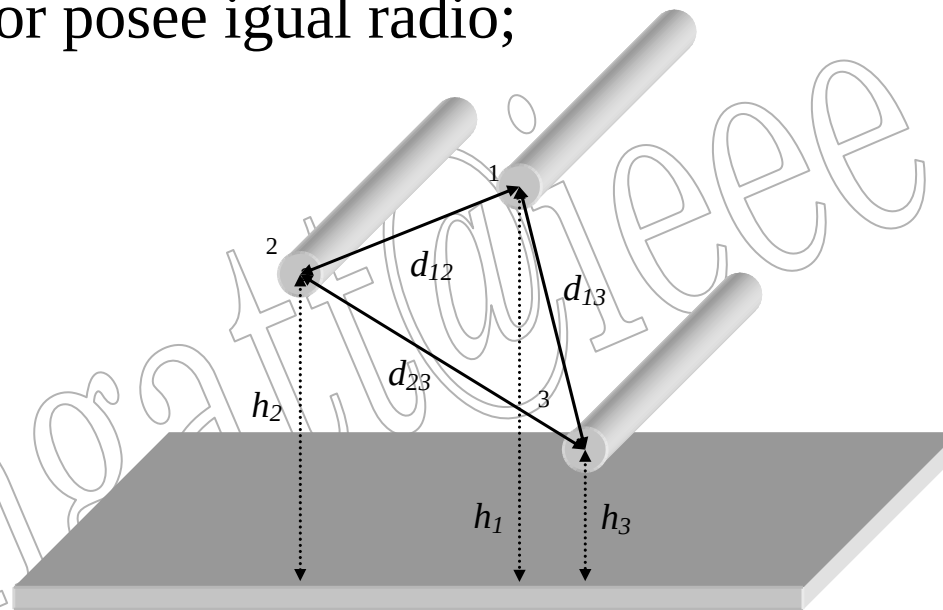
$$[Y] = j\omega[C]$$

$$-\frac{d\vec{I}}{dx} = [Y]\vec{V}_T$$

$$\left[\frac{d\vec{I}}{dx} \right]_{1 \times N} = -[Y]_{N \times N} [\vec{V}_T]_{1 \times N}$$

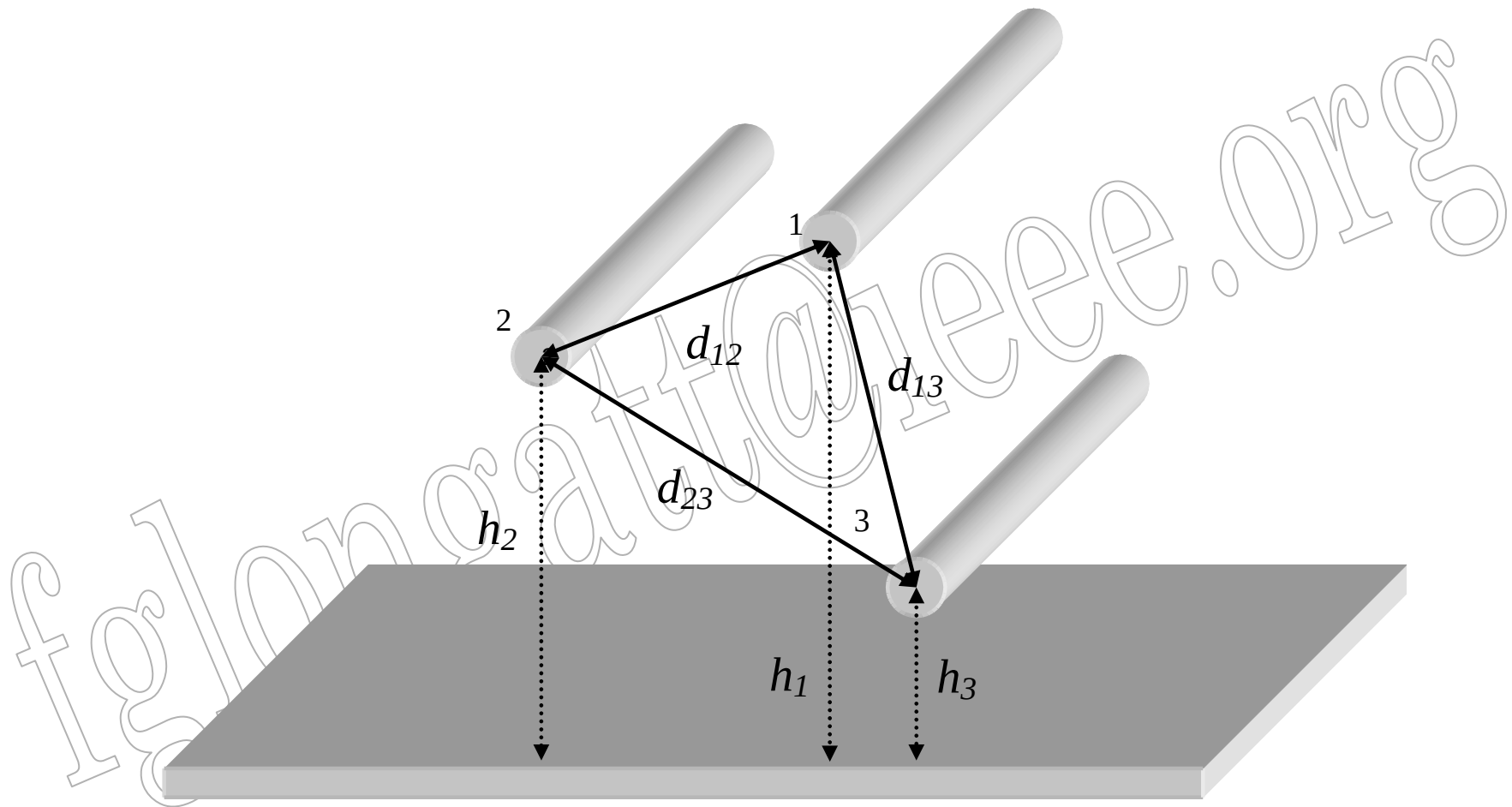
5. Matriz de Admitancia Capacitiva en Líneas de Transmisión Trifásica

- Imagínese que se tiene una línea de transmisión trifásica, con la disposición que se muestra en la figura; donde se asume que cada conductor posee igual radio;



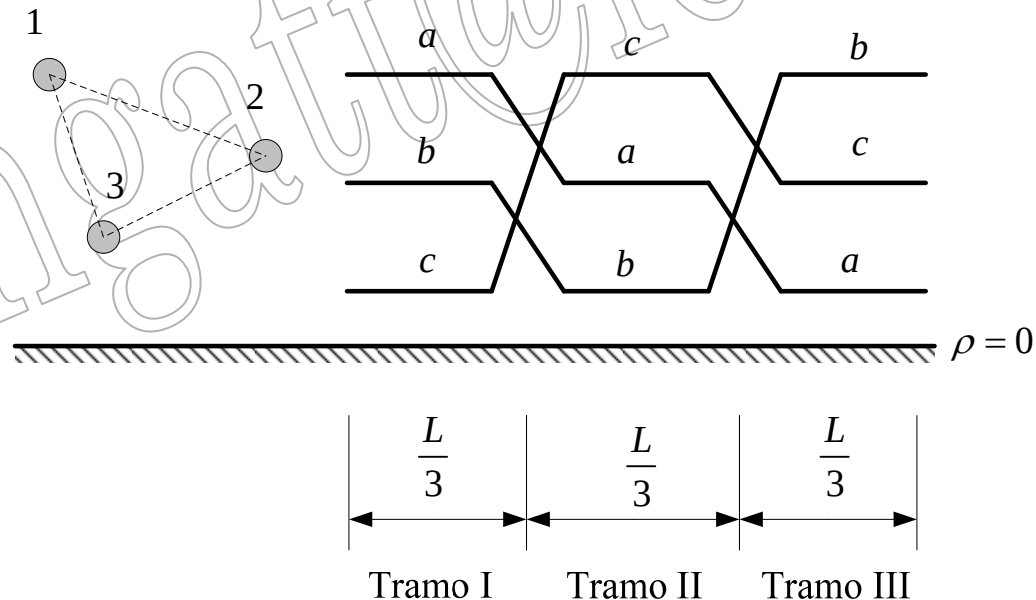
- En este caso, la disposición de los conductores es asimétrica entre ellos ($d_{12} \neq d_{23} \neq d_{13}$), y poseen alturas diferentes medidas respecto al plano de tierra (h_1, h_2, h_3).

5. Matriz de Admitancia Capacitiva en Líneas de Transmisión Trifásica



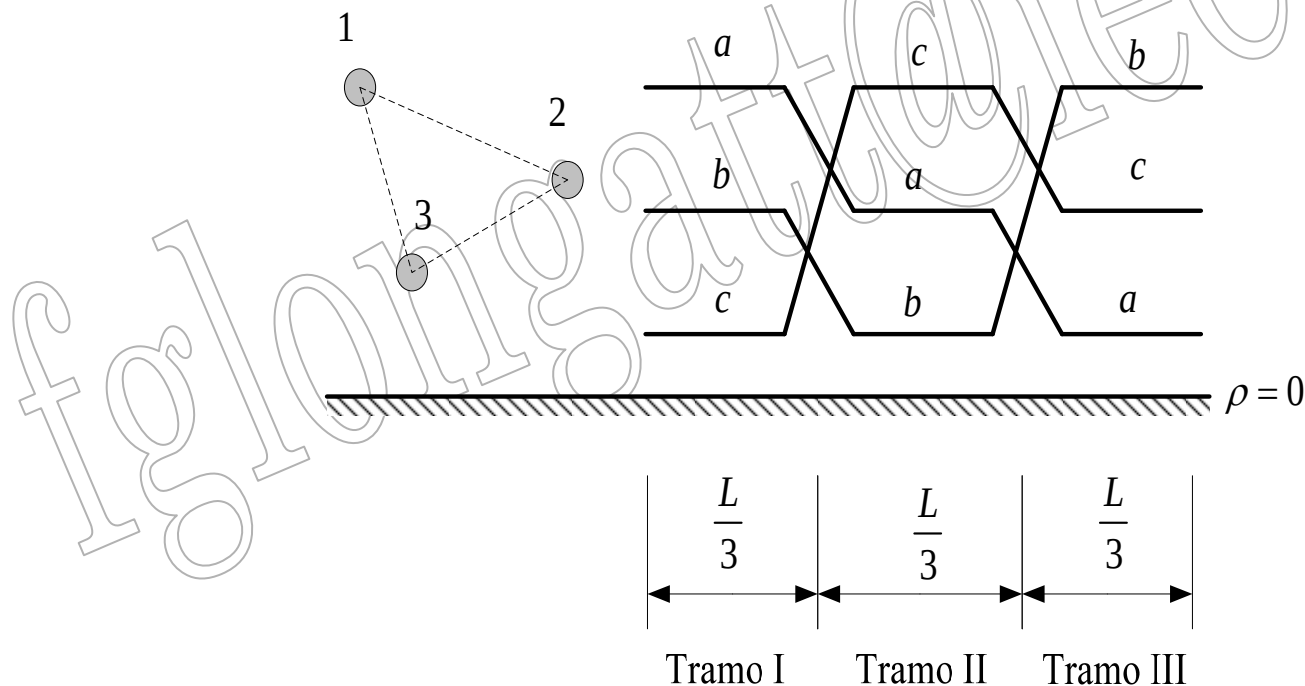
5. Matriz de Admitancia Capacitiva en Líneas de Transmisión Trifásica

- Para eliminar el efecto asimétrico que genera esta disposición de los conductores sobre los parámetros eléctricos de la línea, se emplea una *transposición perfecta*, en la cual cada conductor se ubica en cada una las posibles disposiciones, a intervalos regulares de la línea.



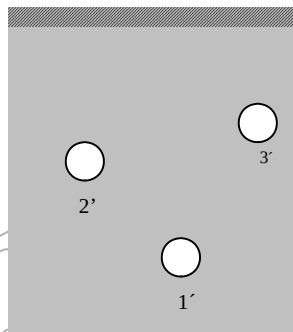
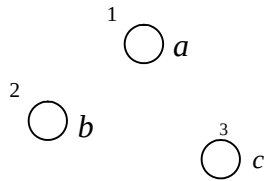
5. Matriz de Admitancia Capacitiva en Líneas de Transmisión Trifásica

- De modo que los conductores de las fases a, b, c , ocupan las tres posibles posiciones de la disposición sobre las torres (1, 2, 3), una longitud equivalente a un tercio del trayecto total de la línea (L).



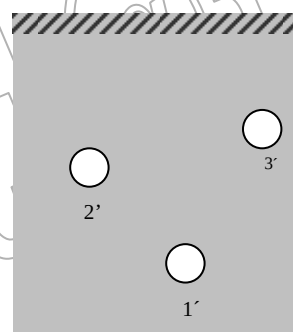
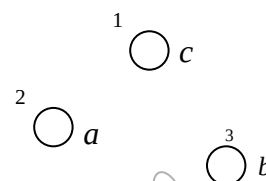
5. Matriz de Admitancia Capacitiva en Líneas de Transmisión Trifásica

Tramo I



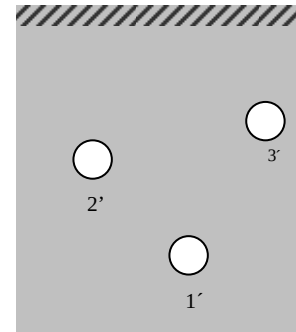
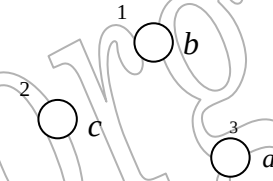
$$[B]^{Tramo I} = \begin{bmatrix} \ln\left(\frac{H_{aa}}{R}\right) & \ln\left(\frac{H_{ab}}{d_{ab}}\right) & \ln\left(\frac{H_{ac}}{d_{ac}}\right) \\ \ln\left(\frac{H_{ba}}{R}\right) & \ln\left(\frac{H_{bb}}{R}\right) & \ln\left(\frac{H_{bc}}{d_{bc}}\right) \\ \ln\left(\frac{H_{ca}}{R}\right) & \ln\left(\frac{H_{cb}}{R}\right) & \ln\left(\frac{H_{cc}}{R}\right) \end{bmatrix}_{3 \times 3}$$

Tramo II



$$[B]^{Tramo II} = \begin{bmatrix} \ln\left(\frac{H_{cc}}{R}\right) & \ln\left(\frac{H_{ca}}{d_{ca}}\right) & \ln\left(\frac{H_{cb}}{d_{cb}}\right) \\ \ln\left(\frac{H_{ac}}{R}\right) & \ln\left(\frac{H_{aa}}{R}\right) & \ln\left(\frac{H_{ab}}{d_{ab}}\right) \\ \ln\left(\frac{H_{bc}}{R}\right) & \ln\left(\frac{H_{ba}}{R}\right) & \ln\left(\frac{H_{bb}}{R}\right) \end{bmatrix}_{3 \times 3}$$

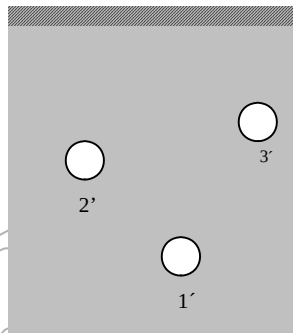
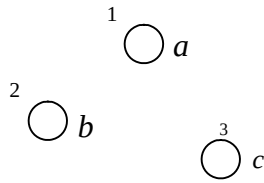
Tramo III



$$[B]^{Tramo III} = \begin{bmatrix} \ln\left(\frac{H_{bb}}{R}\right) & \ln\left(\frac{H_{bc}}{d_{bc}}\right) & \ln\left(\frac{H_{ba}}{d_{ba}}\right) \\ \ln\left(\frac{H_{cb}}{R}\right) & \ln\left(\frac{H_{cc}}{R}\right) & \ln\left(\frac{H_{ca}}{d_{ca}}\right) \\ \ln\left(\frac{H_{ab}}{R}\right) & \ln\left(\frac{H_{ac}}{R}\right) & \ln\left(\frac{H_{aa}}{R}\right) \end{bmatrix}_{3 \times 3}$$

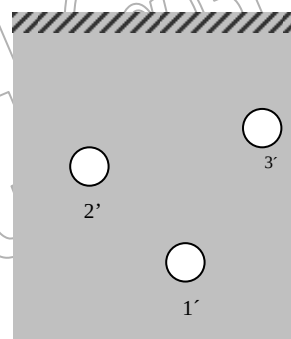
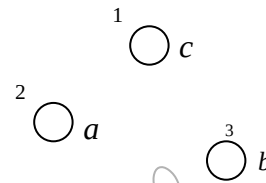
5. Matriz de Admitancia Capacitiva en Líneas de Transmisión Trifásica

Tramo I



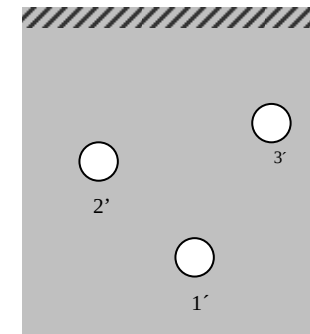
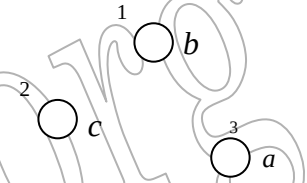
$$[B]^{Tramo I} = \begin{bmatrix} B_{11} & B_{12} & B_{13} \\ B_{21} & B_{22} & B_{23} \\ B_{31} & B_{32} & B_{33} \end{bmatrix}_{3 \times 3}$$

Tramo II



$$[B]^{Tramo II} = \begin{bmatrix} B_{33} & B_{13} & B_{23} \\ B_{13} & B_{11} & B_{12} \\ B_{23} & B_{12} & B_{22} \end{bmatrix}_{3 \times 3}$$

Tramo III



$$[B]^{Tramo III} = \begin{bmatrix} B_{22} & B_{23} & B_{21} \\ B_{23} & B_{33} & B_{13} \\ B_{21} & B_{13} & B_{11} \end{bmatrix}_{3 \times 3}$$

5. Matriz de Admitancia Capacitiva en Líneas de Transmisión Trifásica

- Una vez que se tienen las matrices de potencial de Maxwell en cada tramo de transposición; se puede asociar a cada uno de estos una variación de la corriente en función de la longitud.

$$\begin{aligned}\left[\frac{d\vec{I}}{dx}\right]^{TramoI} &= -[Y]^{TramoI} \vec{V}^{TramoI} \\ \left[\frac{d\vec{I}}{dx}\right]^{TramoII} &= -[Y]^{TramoII} \vec{V}^{TramoII} \\ \left[\frac{d\vec{I}}{dx}\right]^{TramoIII} &= -[Y]^{TramoIII} \vec{V}^{TramoIII}\end{aligned}$$

5. Matriz de Admitancia Capacitiva en Líneas de Transmisión Trifásica

- donde las matrices $[Y]$; son calculadas a partir de la inversa de la matriz de potencial de Maxwell de cada Tramo.

$$[Y]^{TramoI} = 2j\omega\pi\epsilon([B]^{TramoI})^{-1}$$

$$[Y]^{TramoII} = 2j\omega\pi\epsilon([B]^{TramoII})^{-1}$$

$$[Y]^{TramoIII} = 2j\omega\pi\epsilon([B]^{TramoIII})^{-1}$$

- Si se procede a tomar las ecuaciones de variación longitudinal de la corriente de la fase a, en cada tramo, se tiene

$$\frac{dI_a^I}{dx} = -Y_{aa}^I V_a^I - Y_{ab}^I V_b^I - Y_{ac}^I V_c^I$$

$$\frac{dI_a^{II}}{dx} = -Y_{aa}^{II} V_a^{II} - Y_{ab}^{II} V_b^{II} - Y_{ac}^{II} V_c^{II}$$

$$\frac{dI_a^{III}}{dx} = -Y_{aa}^{III} V_a^{III} - Y_{ab}^{III} V_b^{III} - Y_{ac}^{III} V_c^{III}$$

5. Matriz de Admitancia Capacitiva en Líneas de Transmisión Trifásica

- En el juego de ecuaciones, los superíndices I, II y III, en las variables lo que indican es la ubicación en los tramos de transposición. Para el tramo J ;

$$\frac{d\vec{I}^{TramoJ}}{dx} = -2j\omega\pi\epsilon([B]^{TramoJ})^{-1}\vec{V}^{TramoJ}$$

$$\vec{V}^{TramoJ} = -\frac{1}{2j\pi\epsilon\omega}[B]^{TramoJ}\frac{d\vec{I}^{TramoJ}}{dx}$$

$$V_a^I = -\frac{1}{2j\pi\epsilon\omega}\begin{bmatrix} B_{11} & B_{12} & B_{13} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \frac{dI_a^I}{dx} \\ \frac{dI_b^I}{dx} \\ \frac{dI_c^I}{dx} \end{bmatrix}$$

5. Matriz de Admitancia Capacitiva en Líneas de Transmisión Trifásica

$$V_a^I = -\frac{1}{2j\pi\epsilon\omega} \left[B_{11} \frac{dI_a^I}{dx} + B_{12} \frac{dI_b^I}{dx} + B_{13} \frac{dI_c^I}{dx} \right]$$

$$V_a^{II} = -\frac{1}{2j\pi\epsilon\omega} \left[B_{33} \frac{dI_a^{II}}{dx} + B_{13} \frac{dI_b^{II}}{dx} + B_{23} \frac{dI_c^{II}}{dx} \right]$$

$$V_a^{III} = -\frac{1}{2j\pi\epsilon\omega} \left[B_{22} \frac{dI_a^{III}}{dx} + B_{23} \frac{dI_b^{III}}{dx} + B_{21} \frac{dI_c^{III}}{dx} \right]$$

- Ahora bien, debido a que la línea de transmisión es transpuesta, se debe extraer una promedio de la variación longitudinal de la tensión y la corriente:

$$\vec{V} = -\frac{\left(\vec{V}^{TramoI} + \vec{V}^{TramoII} + \vec{V}^{TramoIII} \right)}{3}$$

$$\frac{d\vec{I}}{dx} = \frac{1}{3} \left(\frac{d\vec{I}^{TramoI}}{dx} + \frac{d\vec{I}^{TramoII}}{dx} + \frac{d\vec{I}^{TramoIII}}{dx} \right)$$

5. Matriz de Admitancia Capacitiva en Líneas de Transmisión Trifásica

$$\frac{dI_a}{dx} = \frac{1}{3} \left(\frac{dI_a^I}{dx} + \frac{dI_a^{II}}{dx} + \frac{dI_a^{III}}{dx} \right)$$

$$\frac{dI_b}{dx} = \frac{1}{3} \left(\frac{dI_b^I}{dx} + \frac{dI_b^{II}}{dx} + \frac{dI_b^{III}}{dx} \right)$$

$$\frac{dI_c}{dx} = \frac{1}{3} \left(\frac{dI_c^I}{dx} + \frac{dI_c^{II}}{dx} + \frac{dI_c^{III}}{dx} \right)$$

- Si se supone que en cada tramo de la transposición la variación longitudinal de la corriente es la misma se cumple:

$$\frac{dI_a^I}{dx} = \frac{dI_a^{II}}{dx} = \frac{dI_a^{III}}{dx} = \frac{dI_a}{dx}$$

5. Matriz de Admitancia Capacitiva en Líneas de Transmisión Trifásica

- La tensión de la fase a, puede ser escrita como sigue:

$$V_a = \frac{-1}{2\pi\epsilon j\omega} \left[\left(\frac{B_{11} + B_{22} + B_{33}}{3} \right) \frac{dI_a}{dx} + \left(\frac{B_{12} + B_{23} + B_{13}}{3} \right) \frac{dI_b}{dx} + \dots \right. \\ \left. \dots + \left(\frac{B_{13} + B_{23} + B_{12}}{3} \right) \frac{dI_c}{dx} \right]$$

$$V_a = \frac{-1}{2\pi\epsilon j\omega} \left[\ln \left(\frac{\sqrt[3]{H_{aa} H_{bb} H_{cc}}}{R} \right) \frac{dI_a}{dx} + \ln \left(\frac{\sqrt[3]{H_{ab} H_{bc} H_{ac}}}{\sqrt[3]{d_{ab} d_{bc} d_{ac}}} \right) \frac{dI_b}{dx} + \dots \right. \\ \left. \dots + \ln \left(\frac{\sqrt[3]{H_{ab} H_{bc} H_{ac}}}{\sqrt[3]{d_{ab} d_{bc} d_{ac}}} \right) \frac{dI_c}{dx} \right]$$

5. Matriz de Admitancia Capacitiva en Líneas de Transmisión Trifásica

- Un tratamiento semejante para las fases b y c , arrojan valores que puede escribir que en cualquier línea se cumple:

$$\begin{bmatrix} V_a \\ V_b \\ V_c \end{bmatrix} = \frac{-1}{2\pi\epsilon j\omega} \begin{bmatrix} B_p & B_m & B_m \\ & B_p & B_m \\ & & B_p \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \frac{dI_a}{dx} \\ \frac{dI_b}{dx} \\ \frac{dI_c}{dx} \end{bmatrix}$$

5. Matriz de Admitancia Capacitiva en Líneas de Transmisión Trifásica

• Si se supone:
$$\begin{cases} V_a + V_b + V_c = 0 \\ \frac{dI_a}{dx} = \frac{dI_b}{dx} = \frac{dI_c}{dx} = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} V_a = B_p \frac{dI_a}{dx} + B_m \frac{dI_b}{dx} + B_m \frac{dI_c}{dx} \\ -\frac{dI_a}{dx} = \frac{dI_b}{dx} + \frac{dI_c}{dx} \end{cases}$$

$$V_a = B_p \frac{dI_a}{dx} - B_m \frac{dI_a}{dx}$$

5. Matriz de Admitancia Capacitiva en Líneas de Transmisión Trifásica

- Similar desarrollo se puede realizar para las otras fases y se emplea la notación matricial y resulta:

$$\begin{bmatrix} V_a \\ V_b \\ V_c \end{bmatrix} = \frac{-1}{2\pi\epsilon j\omega} \begin{bmatrix} B_p - B_m & 0 & 0 \\ B_p - B_m & 0 & 0 \\ B_p - B_m & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \frac{dI_a}{dx} \\ \frac{dI_b}{dx} \\ \frac{dI_c}{dx} \end{bmatrix}$$

5. Matriz de Admitancia Capacitiva en Líneas de Transmisión Trifásica

- Finalmente la reactancia capacitiva de secuencia positiva resulta:

$$X^+ = \frac{-1}{2\pi\epsilon j\omega} (B_p - B_m)$$

- Sustituyendo la definición de los términos, se tiene:

$$X^+ = \frac{-1}{2\pi\epsilon j\omega} \ln \left(\frac{HPG \times DMG}{HMG \times R} \right)$$

5. Matriz de Admitancia Capacitiva en Líneas de Transmisión Trifásica

$$X^+ = \frac{1}{2\pi\epsilon\omega} \ln \left(\frac{HPG \times DMG}{HMG \times R} \right)$$

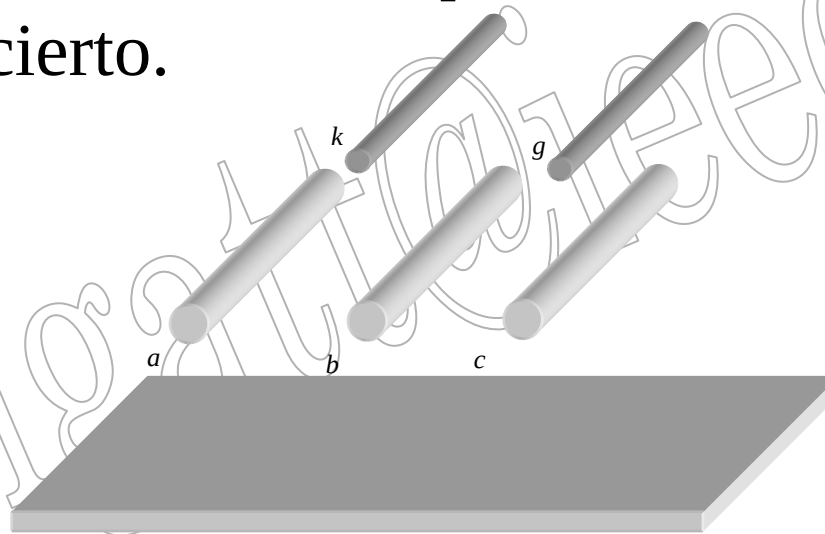
$$HPG = \sqrt[3]{H_{aa} H_{bb} H_{cc}}$$

$$HMG = \sqrt[3]{H_{ab} H_{ac} H_{bc}}$$

$$DMG = \sqrt[3]{d_{ab} d_{bc} d_{ac}}$$

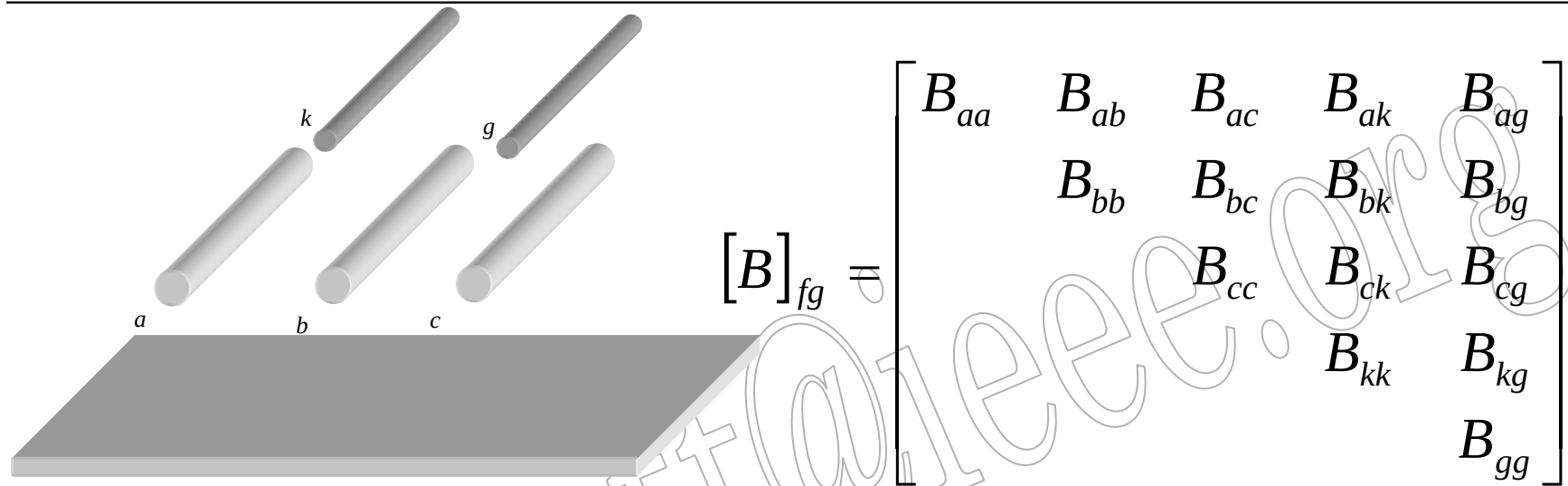
6. Efecto del Cable de Guarda sobre la Capacitancia de la Línea de Transmisión sin Transposición

- El cable de guarda modifica el parámetro capacitivo de la línea, debido a que se asume que posee el potencial de tierra, aunque en la realidad no es totalmente cierto.



- Modifica la matriz de potencial de Maxwell; agregando tantas las filas como tantas filas y columnas como cables de guarda

6. Efecto del Cable de Guarda sobre la Capacitancia de la Línea de Transmisión sin Transposición



- En este caso la matriz de potenciales de Maxwell, deja de ser 3x3, como hasta ahora se ha estudiado y resulta de 5x5, debido a la incorporación de dos filas y columnas por los cables de guarda k y g .

$$[Y]_{fg} = 2j\pi\omega\epsilon[B]_{fg}^{-1}$$

6. Efecto del Cable de Guarda sobre la Capacitancia de la Línea de Transmisión sin Transposición

$$[Y]_{fg} = 2j\pi\omega\epsilon[B]_{fg}^{-1}$$

- La tensión y la variación longitudinal de la corriente resulta:

$$\begin{bmatrix} \frac{dI_a}{dx} \\ \frac{dI_b}{dx} \\ \frac{dI_c}{dx} \\ \frac{dI_k}{dx} \\ \frac{dI_g}{dx} \end{bmatrix} = - \begin{bmatrix} Y_{aa} & Y_{ab} & Y_{ac} & Y_{ak} & Y_{ag} \\ & Y_{bb} & Y_{bc} & Y_{bk} & Y_{bg} \\ & & Y_{cc} & Y_{ck} & Y_{cg} \\ & & & Y_{kk} & Y_{kg} \\ & & & & Y_{gg} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_a \\ V_b \\ V_c \\ V_k \\ V_g \end{bmatrix}$$

6. Efecto del Cable de Guarda sobre la Capacitancia de la Línea de Transmisión sin Transposición

- Notece que este sistema matricial puede ser reescrito a partir de submatrices:

$$\begin{bmatrix} \frac{d\vec{I}_f}{dx} \\ \frac{d\vec{I}_g}{dx} \end{bmatrix} = - \begin{bmatrix} [Y]_{ff} & [Y]_{fg} \\ [Y]_{gf} & [Y]_{gg} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \vec{V}_f \\ \vec{V}_g \end{bmatrix}$$

$\frac{d\vec{I}_f}{dx}$ es el vector de variación longitudinal de la corrientes de fase,

$\frac{d\vec{I}_g}{dx}$ la de los cables de guarda; y $[Y_{ff}]$ es la submatriz de fases,

$[Y_{fg}]$ la que relaciona las variaciones longitudinales de la corrientes de fase con , $[Y_{fg}]$ relaciona con . $[Y_{gg}]$ es la submatriz de valores propios de guarda.

6. Efecto del Cable de Guarda sobre la Capacitancia de la Línea de Transmisión sin Transposición

- Los cables de guarda se encuentran conectados a tierra en cada una de las estructuras de la línea, de modo que se puede afirmar que el potencial de los mismos en teoría es el de tierra $V_g = V_k = 0$.

$$\begin{bmatrix} \frac{d\vec{I}_f}{dx} \\ \frac{d\vec{I}_g}{dx} \end{bmatrix} = - \begin{bmatrix} [\mathbf{Y}]_{ff} & [\mathbf{Y}]_{fg} \\ [\mathbf{Y}]_{gf} & [\mathbf{Y}]_{gg} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \vec{V}_f \\ \vec{0} \end{bmatrix}$$

6. Efecto del Cable de Guarda sobre la Capacitancia de la Línea de Transmisión sin Transposición

- En formas de reactancias se escribe:

$$\begin{bmatrix} \vec{V}_f \\ \vec{0} \end{bmatrix} = - \begin{bmatrix} [X]_{ff} & [X]_{fg} \\ [X]_{gf} & [X]_{gg} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \frac{d\vec{I}_f}{dx} \\ \frac{d\vec{I}_g}{dx} \end{bmatrix}$$

$$\begin{cases} -\vec{V}_f = [X]_{ff} \frac{d\vec{I}_f}{dx} + [X]_{fg} \frac{d\vec{I}_g}{dx} \\ \vec{0} = -[X]_{gf} \frac{d\vec{I}_f}{dx} - [X]_{gg} \frac{d\vec{I}_g}{dx} \end{cases} \Rightarrow \frac{d\vec{I}_g}{dx} = -[X]_{gg}^{-1} [X]_{gf} \frac{d\vec{I}_f}{dx}$$

$$\vec{V}_f = \left([X]_{ff} + [X]_{fg} [X]_{gg}^{-1} [X]_{gf} \right) \frac{d\vec{I}_f}{dx}$$

6. Efecto del Cable de Guarda sobre la Capacitancia de la Línea de Transmisión sin Transposición

$$\vec{V}_f = \underbrace{\left([X]_{ff} + [X]_{fg} [X]_{gg}^{-1} [X]_{fg} \right)}_{[X]} \frac{d\vec{I}_f}{dx}$$

$$[X] = \left([X]_{ff} + [X]_{fg} [X]_{gg}^{-1} [X]_{fg} \right)$$

$$\vec{V}_f = [X] \frac{d\vec{I}_f}{dx}$$

donde la matriz $[X]$, es una matriz de 3x3.

ELC-30714
Líneas de Transmisión I

Capítulo 3
Parámetro Capacitivo de
Líneas de Transmisión
Parte 3

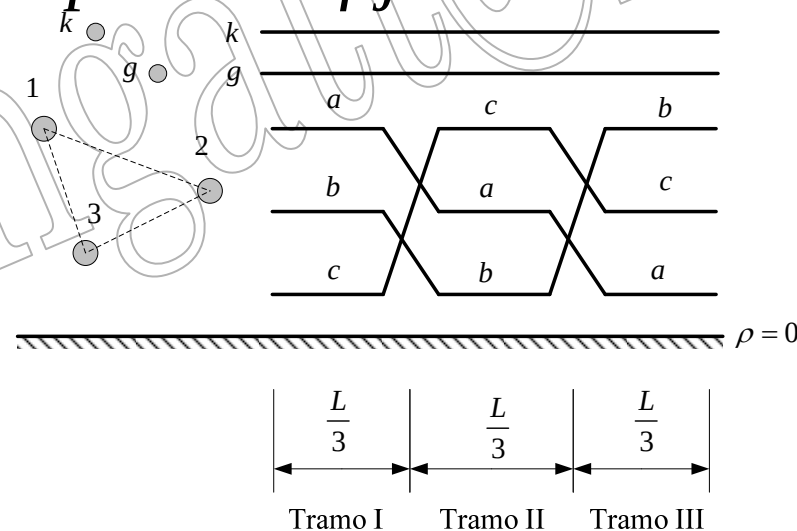
Prof. Francisco M. Gonzalez-Longatt

fglongatt@ieee.org

<http://www.giaelec.org/fglongatt/LT.htm>

1. Efecto del Cable de Guarda sobre la Capacitancia de la LT con Transposición

- El tipo de transposición que tiene lugar en la práctica, es que los cables de fase cambian de posición en la estructura a lo largo del trayecto a intervalos de longitud simétricos, pero *los cables de guarda para poder cumplir con su efecto de protección, deben mantener su posición fija.*



1. Efecto del Cable de Guarda sobre la Capacitancia de la LT con Transposición

- Como ya se ha demostrado en el caso de la línea trifásica transpuesta con efecto de tierra, el efecto de la transposición es promediar los valores de la diagonal principal y fuera de la diagonal principal de la *matriz de potenciales de Maxwell*.
- En este caso el cable de guarda se encuentra fijo y el valor promedio de los $[B_{fg}]$ es diferente del promedio de los B_{ij} ($i \neq j$) de los conductores de fase.

1. Efecto del Cable de Guarda sobre la Capacitancia de la LT con Transposición

- De modo que se puede definir los valores promedios diferentes para los conductores de fase y para el cable de guarda.

$$[B]_{fg} = \begin{bmatrix} B_{pf} & B_{mf} & B_{mf} & B_{fg} \\ B_{mf} & B_{pf} & B_{mf} & B_{fg} \\ B_{mf} & B_{mf} & B_{pf} & B_{fg} \\ B_{fg} & B_{fg} & B_{fg} & B_{pg} \end{bmatrix}$$

1. Efecto del Cable de Guarda sobre la Capacitancia de la LT con Transposición

donde se cumple:

$$\left\{ \begin{array}{l} B_{pg} = \ln \left(\frac{HPG_g}{R_g} \right) \\ B_{fg} = \ln \left(\frac{HMG_g}{DMG_g} \right) \end{array} \right.$$

Elementos de Guarda

$$\left\{ \begin{array}{l} B_{pf} = \ln \left(\frac{HPG_f}{R_f} \right) \\ B_{mf} = \ln \left(\frac{HMG_f}{DMG_f} \right) \end{array} \right.$$

Elementos de Fase

1. Efecto del Cable de Guarda sobre la Capacitancia de la LT con Transposición

$$\left\{ \begin{array}{l} B_{pg} = \ln \left(\frac{HPG_g}{R_g} \right) \\ B_{fg} = \ln \left(\frac{HMG_g}{DMG_g} \right) \end{array} \right.$$

$$\left\{ \begin{array}{l} HPG_g = H_{gg} \\ HMG_g = \sqrt[3]{H_{ag} H_{bg} H_{cg}} \\ DMG_g = \sqrt[3]{d_{ag} d_{bg} d_{cg}} \end{array} \right.$$

Elementos de Guarda

$$\left\{ \begin{array}{l} B_{pf} = \ln \left(\frac{HPG_f}{R_f} \right) \\ B_{mf} = \ln \left(\frac{HMG_f}{DMG_f} \right) \end{array} \right.$$

$$\left\{ \begin{array}{l} HPG_f = \sqrt[3]{H_{aa} H_{bb} H_{cc}} \\ HMG_f = \sqrt[3]{H_{ab} H_{bc} H_{ac}} \\ DMG_f = \sqrt[3]{d_{ab} d_{bc} d_{ac}} \end{array} \right.$$

Elementos de Fase

1. Efecto del Cable de Guarda sobre la Capacitancia de la LT con Transposición

- H_{ij} : distancias entre los conductores de fase y sus respectivas imágenes;
- H_{ig} : distancia entre los conductores de fase y la imagen del cable de guarda.
- d_{ij} : distancias entre los conductores de fase y
- d_{ig} : distancias entre con los cables de guarda.

$$HPG_g = H_{gg}$$

$$HMG_g = \sqrt[3]{H_{ag} H_{bg} H_{cg}}$$

$$DMG_g = \sqrt[3]{d_{ag} d_{bg} d_{cg}}$$

$$HPG_f = \sqrt[3]{H_{aa} H_{bb} H_{cc}}$$

$$HMG_f = \sqrt[3]{H_{ab} H_{bc} H_{ac}}$$

$$DMG_f = \sqrt[3]{d_{ab} d_{bc} d_{ac}}$$

1. Efecto del Cable de Guarda sobre la Capacitancia de la LT con Transposición

- Si se aplica la reducción de Kron a esta matriz de potencial; de modo de obtener la matriz reducida 3x3.

$$[B]_{fg} = \begin{bmatrix} B_{pf} & B_{mf} & B_{mf} & B_{fg} \\ B_{mf} & B_{pf} & B_{mf} & B_{fg} \\ B_{mf} & B_{mf} & B_{pf} & B_{fg} \\ B_{fg} & B_{fg} & B_{fg} & B_{pg} \end{bmatrix}$$

$$[B] = \begin{bmatrix} B_{pf} & B_{mf} & B_{mf} \\ B_{mf} & B_{pf} & B_{mf} \\ B_{mf} & B_{mf} & B_{pf} \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} B_{fg} \\ B_{fg} \\ B_{fg} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} B_{fg} & B_{fg} & B_{fg} \end{bmatrix} \frac{1}{B_{gg}}$$

1. Efecto del Cable de Guarda sobre la Capacitancia de la LT con Transposición

$$[B] = \begin{bmatrix} B_{pf} & B_{mf} & B_{mf} \\ B_{mf} & B_{pf} & B_{mf} \\ B_{mf} & B_{mf} & B_{pf} \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} B_{fg} \\ B_{fg} \\ B_{fg} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} B_{fg} & B_{fg} & B_{fg} \end{bmatrix} \frac{1}{B_{gg}}$$

- Si se realiza el producto de la expresión

$$[B] = \begin{bmatrix} B_p & B_m & B_m \\ B_m & B_p & B_m \\ B_m & B_m & B_p \end{bmatrix}$$

1. Efecto del Cable de Guarda sobre la Capacitancia de la LT con Transposición

$$[B] = \begin{bmatrix} B_p & B_m & B_m \\ B_m & B_p & B_m \\ B_m & B_m & B_p \end{bmatrix}$$

- donde los términos de la matriz quedan definidos como:

$$B_p = B_{pf} - \frac{B_{fg}^2}{B_{pg}}$$

$$B_m = B_{mf} - \frac{B_{fg}^2}{B_{pg}}$$

1. Efecto del Cable de Guarda sobre la Capacitancia de la LT con Transposición

- Bajo los términos anteriores queda definida la reactancia capacitiva de secuencia positiva (X^+) como:

$$X^+ = \frac{B_p - B_m}{j\omega 2\pi\epsilon} = \frac{B_{pf} - B_{mf}}{j\omega 2\pi\epsilon}$$

1. Efecto del Cable de Guarda sobre la Capacitancia de la LT con Transposición

- LT TRIFASICA CON DOS CABLES DE GUARDA
- La matriz de potenciales de Maxwell; resulta de 5x5.

$$[B]_{fg} = \begin{bmatrix} B_{aa} & B_{ab} & B_{ac} & B_{ak} & B_{ag} \\ & B_{bb} & B_{bc} & B_{bk} & B_{bg} \\ & & B_{cc} & B_{ck} & B_{cg} \\ & & & B_{kk} & B_{kg} \\ & & & & B_{gg} \end{bmatrix}$$

1. Efecto del Cable de Guarda sobre la Capacitancia de la LT con Transposición

- Aplicando la transposición que se realiza un promedio de los elementos correspondientes a los cables de guarda.
- El promedio de B_{gk} y B_{kg} es el mismo valor.

$$[B]_{fg} = \begin{bmatrix} B_{pf} & B_{mf} & B_{mf} & B_{fg} & B_{fg} \\ B_{mf} & B_{pf} & B_{mf} & B_{fg} & B_{fg} \\ B_{mf} & B_{mf} & B_{pf} & B_{fg} & B_{fg} \\ B_{fg} & B_{fg} & B_{fg} & B_{pg} & B_{mg} \\ B_{fg} & B_{fg} & B_{fg} & B_{mg} & B_{pg} \end{bmatrix}$$

1. Efecto del Cable de Guarda sobre la Capacitancia de la LT con Transposición

donde se cumple:

$$B_{pg} = \ln \left(\frac{HPG_g}{R_g} \right)$$

$$B_{fg} = \ln \left(\frac{HMG_g}{DMG_g} \right)$$

$$B_{mg} = \ln \left(\frac{H_{gk}}{d_{gk}} \right)$$

Elementos de Guarda

$$B_{pf} = \ln \left(\frac{HPG_f}{R_f} \right)$$

$$B_{mf} = \ln \left(\frac{HMG_f}{DMG_f} \right)$$

Elementos de Fase

1. Efecto del Cable de Guarda sobre la Capacitancia de la LT con Transposición

donde se definen cada uno de los términos como sigue:

$$\left\{ \begin{array}{l} HPG_g = \sqrt{H_{kk} H_{gg}} \\ HMG_g = \sqrt[6]{H_{ag} H_{bg} H_{cg} H_{ak} H_{bk} H_{ck}} \\ DMG_g = \sqrt[6]{d_{ag} d_{bg} d_{cg} d_{ak} d_{bk} d_{ck}} \\ HPG_f = \sqrt[3]{H_{aa} H_{bb} H_{cc}} \\ HMG_f = \sqrt[3]{H_{ab} H_{bc} H_{ac}} \\ DMG_f = \sqrt[3]{d_{ab} d_{bc} d_{ac}} \end{array} \right.$$

1. Efecto del Cable de Guarda sobre la Capacitancia de la LT con Transposición

- En forma más compacta:

$$[B]_{fg} = \begin{bmatrix} [B]_{ff} & [B]_{fg} \\ [B]_{fg} & [B]_{gg} \end{bmatrix}$$

- Si se aplica la reducción de Kron, para obtener la matriz de potenciales de Maxwell reducida, se tiene:

$$[B] = [B]_{ff} - [B]_{fg} ([B]_{gg})^{-1} [B]_{fg}$$

1. Efecto del Cable de Guarda sobre la Capacitancia de la LT con Transposición

- La matriz reducida queda de la forma:

$$[B] = \begin{bmatrix} B_p & B_m & B_m \\ B_m & B_p & B_m \\ B_m & B_m & B_p \end{bmatrix}$$

- Y en función de sus términos se puede escribir que:

$$\left\{ \begin{array}{l} B_p = B_{pf} - \frac{2B_{fg}^2 (B_{pg} - B_{mg})}{B_{pg}^2 - B_{mg}^2} \\ B_m = B_{mf} - \frac{2B_{fg}^2 (B_{pg} - B_{mg})}{B_{pg}^2 - B_{mg}^2} \end{array} \right.$$

1. Efecto del Cable de Guarda sobre la Capacitancia de la LT con Transposición

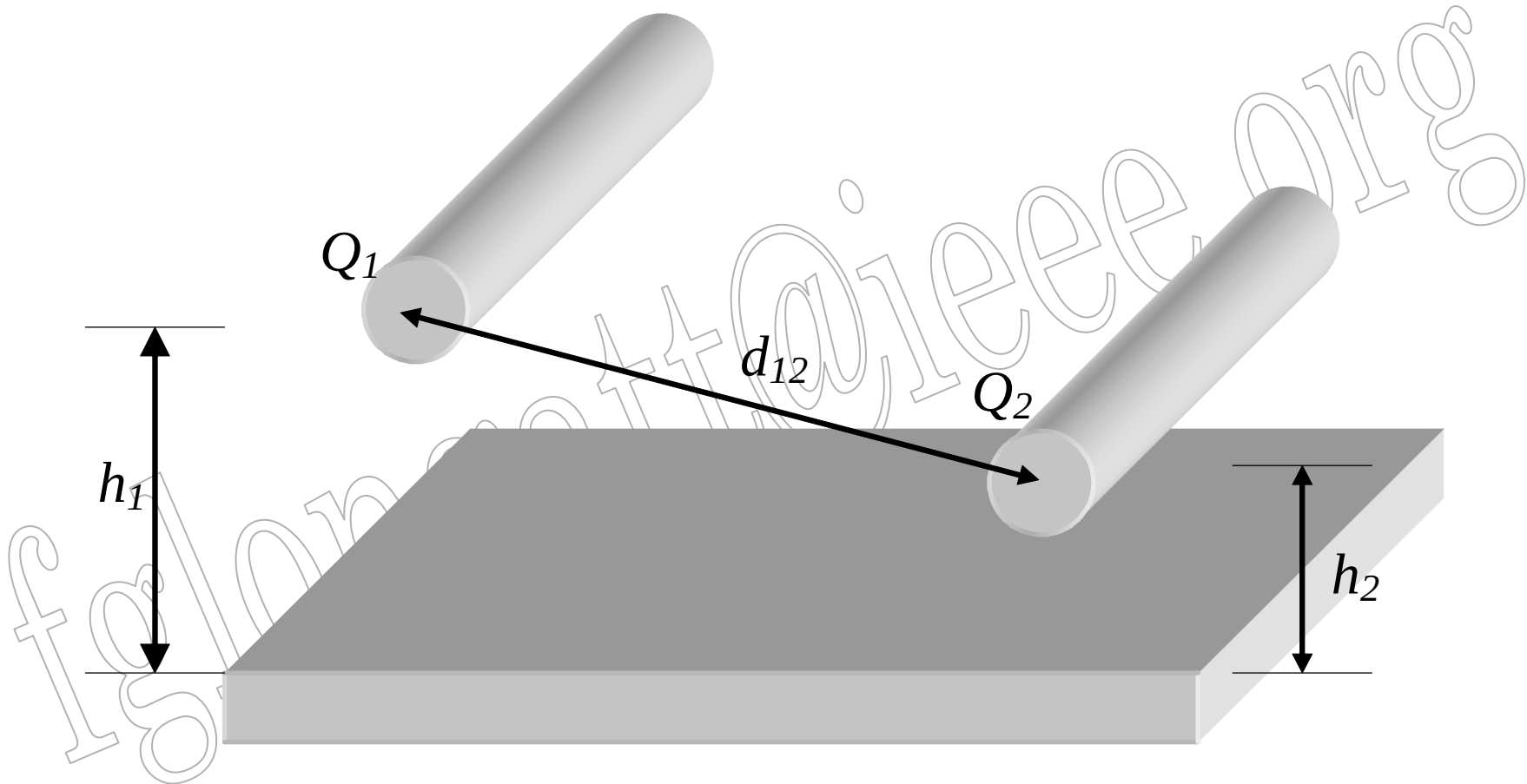
- La reactancia de secuencia positiva (X^+) resulta ser:

$$X^+ = \frac{B_p - B_m}{j\omega 2\pi\epsilon} = \frac{B_{pf} - B_{mf}}{j\omega 2\pi\epsilon}$$

2. Matriz Admitancia Capacitiva de Conductores conectados eléctricamente en paralelo

- En las líneas de transmisión con tensiones de operación mayor a 230 kV, el *efecto corona* empieza a ser un fenómeno de especial atención para el diseño de las líneas como consecuencia de las pérdidas de potencia activa; y es para evitar este efecto que se empleen varios conductores por fase; constituyendo lo que se denomina *conductores en haz (bundle)*.
- Si se considera dos conductores cilíndricos de radio R , que se encuentran paralelos entre si y con el plano de tierra

2. Matriz Admitancia Capacitiva de Conductores conectados eléctricamente en paralelo



2. Matriz Admitancia Capacitiva de Conductores conectados eléctricamente en paralelo

- Para este caso la relación de tensiones y variaciones longitudinales de la corriente queda dada por:

$$\begin{bmatrix} \frac{dI_1}{dx} \\ \frac{dI_2}{dx} \end{bmatrix} = - \begin{bmatrix} Y_{11} & Y_{12} \\ Y_{21} & Y_{22} \end{bmatrix}$$

- Si se considera que ambos conductores se encuentran conectados eléctricamente en paralelo, se tiene que el potencial respecto a tierra de ambos conductores es el mismo, es decir: $V_1 = V_2 = V$.

2. Matriz Admitancia Capacitiva de Conductores conectados eléctricamente en paralelo

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{dI_1}{dx} = -Y_{11}V_1 - Y_{12}V_2 \\ \frac{dI_2}{dx} = -Y_{12}V_1 - Y_{22}V_2 \end{array} \right.$$

- Si se procede a sumar ambas ecuaciones con la condición de igual potencial en cada conductor se tiene:

$$\frac{dI_1}{dx} + \frac{dI_2}{dx} = -(Y_{11} + 2Y_{12} + Y_{22})V$$

2. Matriz Admitancia Capacitiva de Conductores conectados eléctricamente en paralelo

- Los conductores se encuentran eléctricamente en paralelo, se cumple que la corriente del paralelo (I) es la suma de las corrientes en cada conductor I_1 e I_2 .

$$I = I_1 + I_2$$
$$\frac{dI}{dx} = \frac{dI_1}{dx} + \frac{dI_2}{dx}$$

- Operando se tiene:

$$\frac{dI}{dx} = -(Y_{11} + 2Y_{12} + Y_{22})V$$

2. Matriz Admitancia Capacitiva de Conductores conectados eléctricamente en paralelo

- De modo que se puede asumir que la admitancia de estos conductores en paralelo resulta (Y):

$$\frac{dI}{dx} = -YV$$
$$Y = -(Y_{11} + 2Y_{12} + Y_{22})$$

- Se conoce que la admitancia esta relacionada con la matriz de potenciales de Maxwell.

$$[Y] = 2\pi\omega\epsilon j[B]^{-1}$$

2. Matriz Admitancia Capacitiva de Conductores conectados eléctricamente en paralelo

$$[B] = \begin{bmatrix} B_{11} & B_{12} \\ B_{12} & B_{22} \end{bmatrix}$$

- En función de los términos de la matriz de potenciales de Maxwell de este sistema se tiene:

$$Y = 2\pi\omega\epsilon j \frac{(B_{11} + B_{22} - 2B_{12})}{\det([B])}$$

$$\det([B]) = B_{11}B_{22} - B_{12}B_{21}$$

2. Matriz Admitancia Capacitiva de Conductores conectados eléctricamente en paralelo

- Si se realiza la consideración de que los conductores de esta configuración se encuentran a la misma altura sobre el plano de tierra; resulta:

$$h_1 = h_2 \rightarrow H_{11} = H_{22}$$

- por lo que los términos de la matriz de potenciales de Maxwell $B_{11} = B_{22}$; de modo:

$$Y = \frac{4\pi\epsilon j\omega}{B_{11} + B_{12}}$$

•

2. Matriz Admitancia Capacitiva de Conductores conectados eléctricamente en paralelo

- Si se procede a sustituir la definición en términos de logaritmo de los elementos B_{11} y B_{12} :

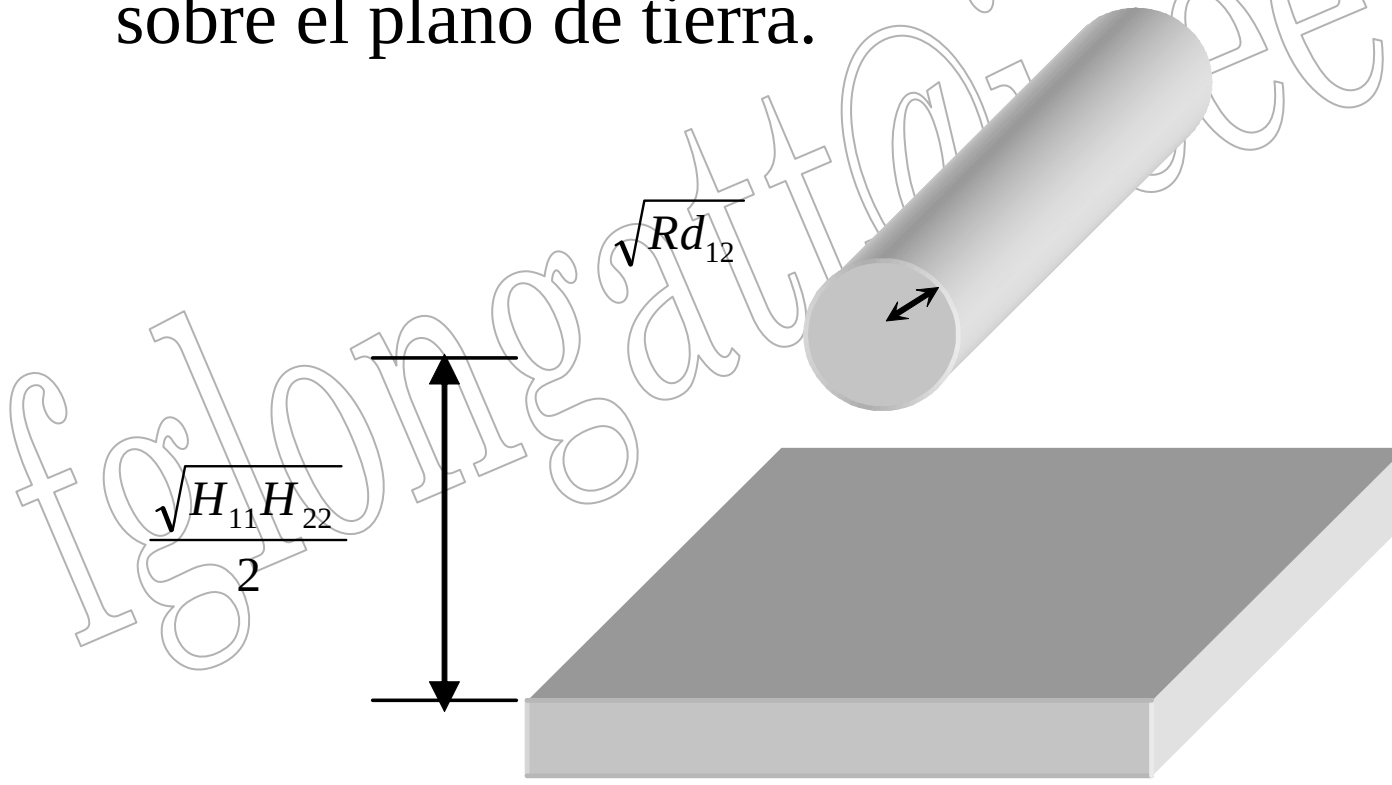
$$Y = \frac{2\pi\epsilon j\omega}{\ln\left(\frac{\sqrt{H_{11}H_{12}}}{\sqrt{Rd_{12}}}\right)}$$

- Finalmente la reactancia capacitiva de este conductor compuesto considerando el efecto de tierra puede ser escrita como:

$$X = \frac{1}{2\pi\epsilon j\omega} \ln\left(\frac{\sqrt{H_{11}H_{12}}}{\sqrt{Rd_{12}}}\right)$$

2. Matriz Admitancia Capacitiva de Conductores conectados eléctricamente en paralelo

- De esta ecuación e interpreta como un conductor equivalente ficticio de radio $\sqrt{Rd_{12}}$ que se encuentra a una altura sobre el plano de tierra $\frac{\sqrt{H_{11}H_{22}}}{2}$, sobre el plano de tierra.



ELC-30714
Líneas de Transmisión I

Capítulo 4
Operación en Régimen
Estacionario
de la Línea de Transmisión
Parte 1

Prof. Francisco M. Gonzalez-Longatt

fghongatt@ieee.org

<http://www.giaelec.org/fghongatt/LT.htm>

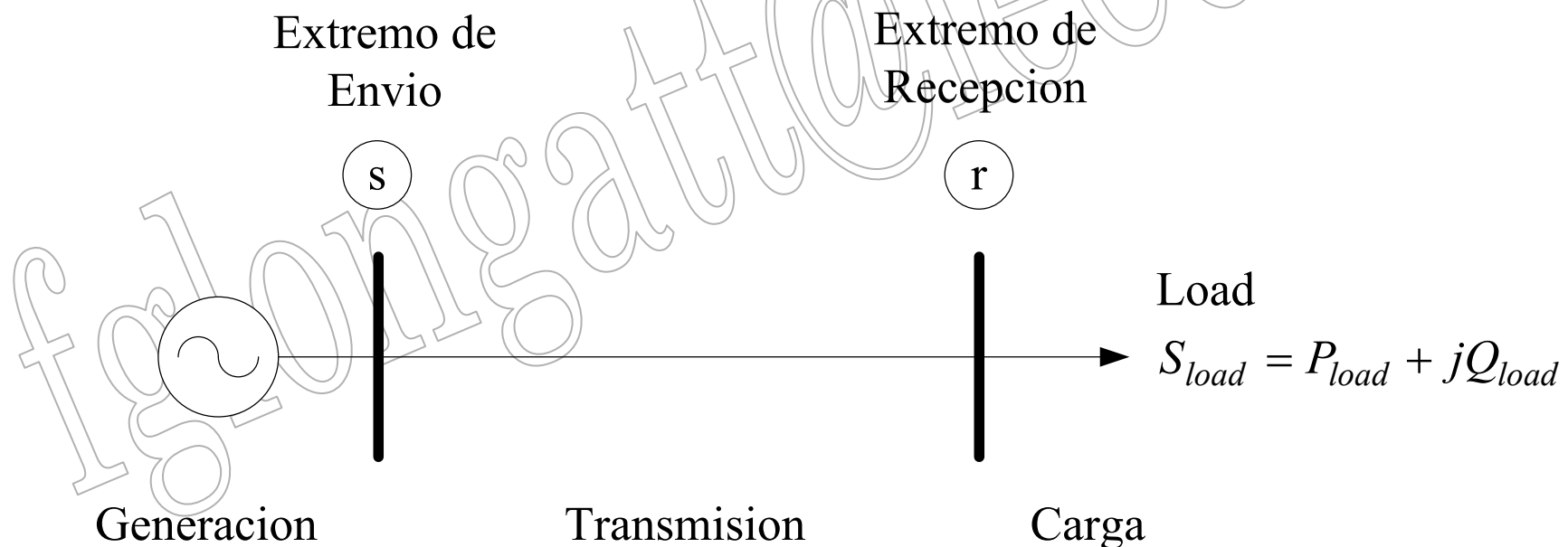
1. Introducción

- El diseño de la línea de transmisión es sumamente apasionante, pero otro aspecto importante e igualmente atractivo lo es la operación de la línea de transmisión; de modo que los parámetros eléctricos diseñados se mantengan las variables eléctricas en explotación dentro de los *límites de calidad del sistema*.



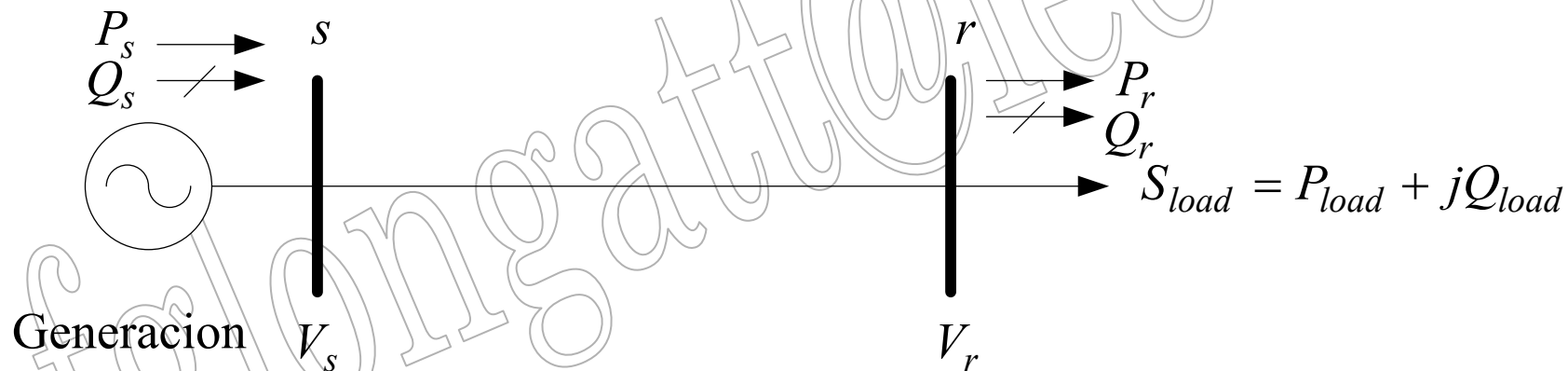
2. Circuitos Equivalentes para Líneas de Transmisión

- Para los estudios de la transmisión de energía eléctrica, se debe definir el objetivo de estos sistemas; desplazar los bloques energéticos desde los puntos de generación, hasta las cargas.



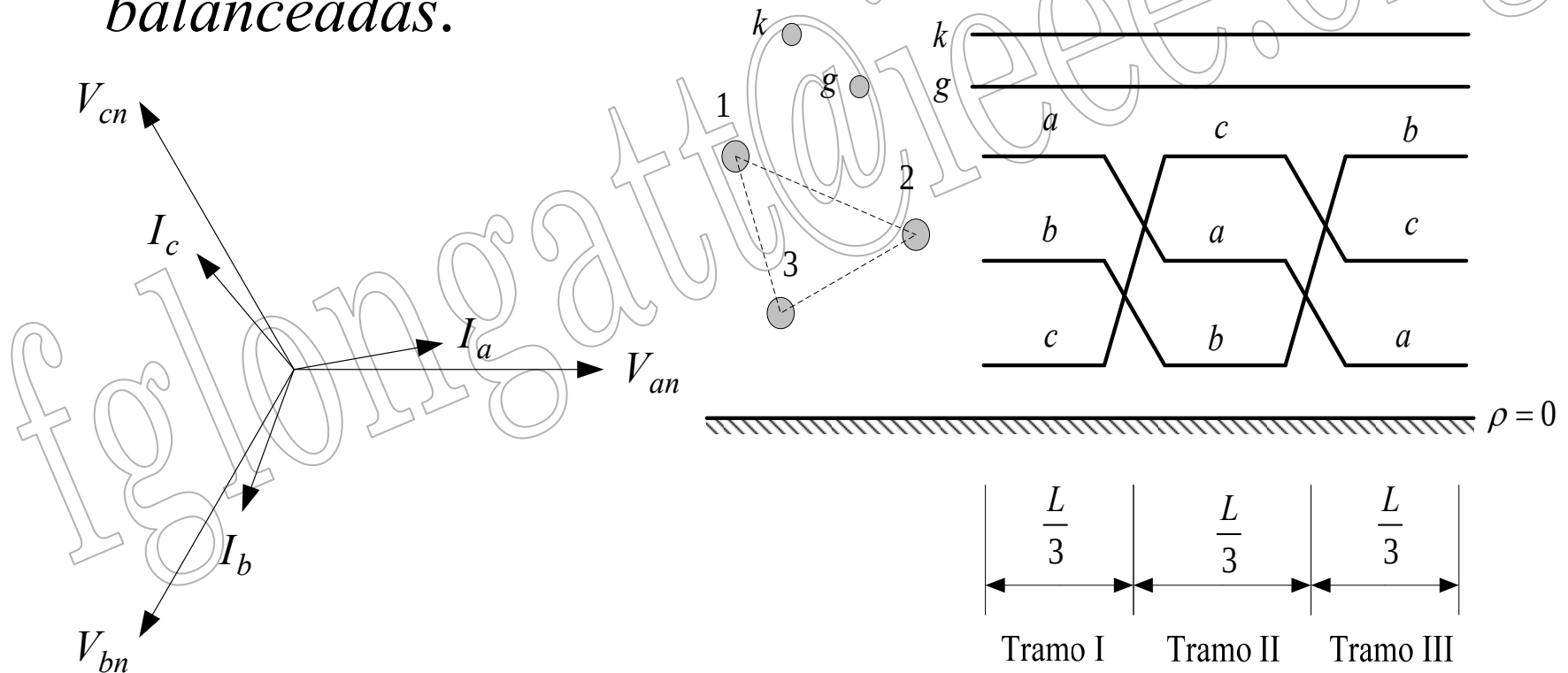
2. Circuitos Equivalentes para Líneas de Transmisión

- El problema de transmisión de energía puede ser resumidos a estudiar el comportamiento del voltaje y la potencia en los extremos de la línea.



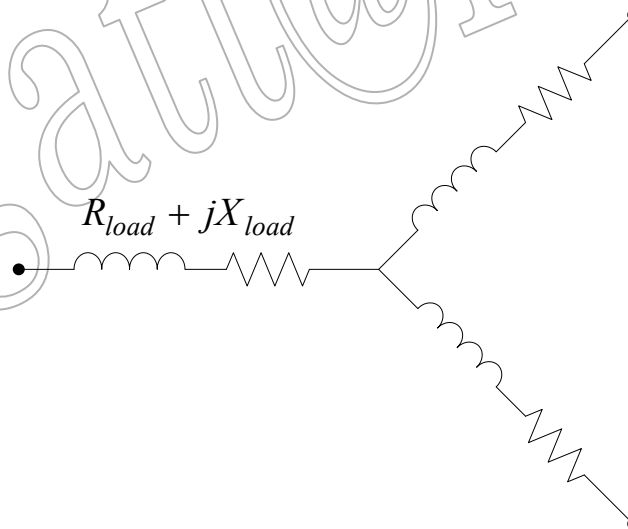
2. Circuitos Equivalentes para Líneas de Transmisión

- Existen dos supuestos que se deben dejar claro como lo son el hecho de que las *líneas son perfectamente transpuestas* y el sistema de voltajes y corrientes son *balanceadas*.



2. Circuitos Equivalentes para Líneas de Transmisión

- Estos supuestos se consideran valederos aunque la *línea no se transpuesta, debido a que los porcentajes de asimetría por este hecho son mínimos.*
- Se debe incluir el hecho de que se supone que *las cargas terminales son trifásicas simétricas equilibradas.*



2. Circuitos Equivalentes para Líneas de Transmisión

- Para poder realizar el análisis en operación del sistema de transmisión, se debe obtener *un modelo adecuado de la línea de transmisión*; que según varios autores, estos modelos son clasificados en *función de la longitud de la línea*, quedando agrupados en tres grandes categorías:
- Líneas Cortas.
- Líneas Medias.
- Líneas Largas.

2. Circuitos Equivalentes para Líneas de Transmisión

- Esta clasificación obedece a la *longitud* y a una serie de *aproximaciones admitidas al operar con los parámetros de la línea*.
- La línea de transmisión es caracterizada por cuatro parámetros eléctricos: resistencia, inductancia, capacitancia y conductancia de fuga; los cuales se encuentran uniformemente repartidos a lo largo del trayecto de la línea, y que *cuando la longitud se hace apreciable (líneas largas) y en cálculos exactos, se debe estudiar estrictamente este supuesto*.

2. Circuitos Equivalentes para Líneas de Transmisión

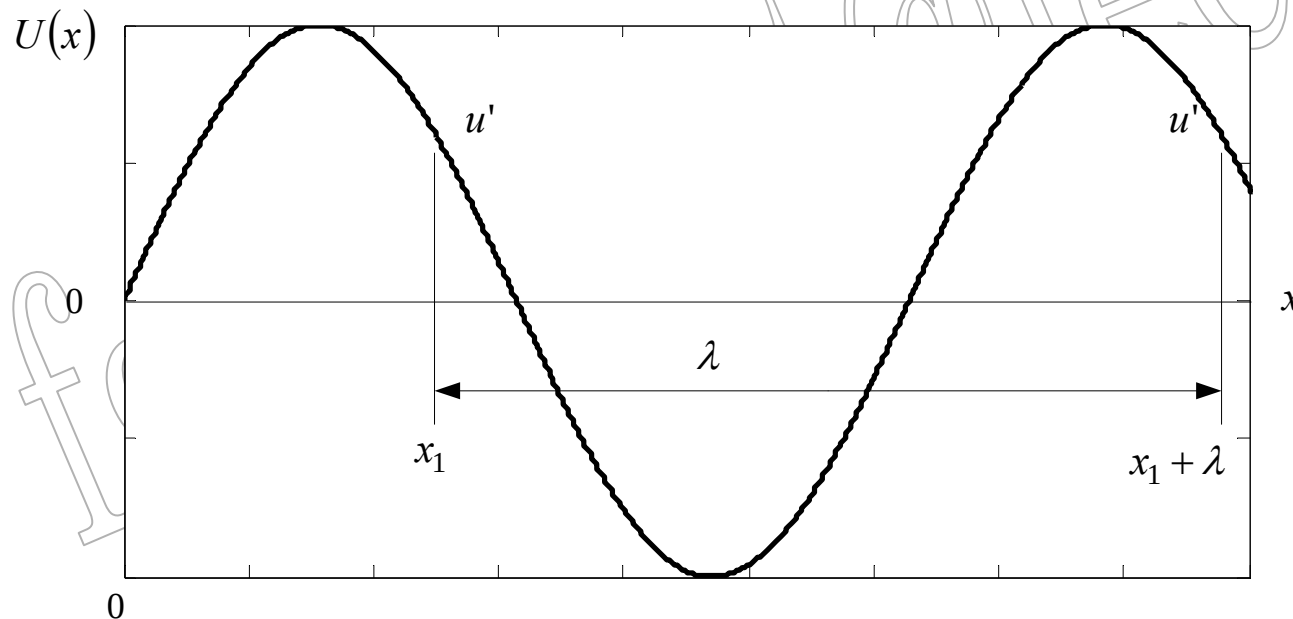
- En aquellas líneas donde la longitud no es apreciable (líneas medias), se puede asumir que *la capacitancia, se encuentra agrupada o concentrada en forma total en cada extremo de la línea*, sin que se cometa un error numérico apreciable en los cálculos.
- Si las líneas son cortas; el efecto de la susceptancia capacitiva; puede ser despreciable.

2. Circuitos Equivalentes para Líneas de Transmisión

- En el caso de frecuencia de operación a 60 Hz; las longitudes distintivas para cada tipo de línea queda dado por:
- *Líneas Cortas*: longitud menos a 50 millas (80Km).
- *Líneas Medias*: longitud entre las 80 millas y las 150 millas (240 Km).
- *Líneas Largas*: cuya longitud es superior a 150 millas.
- Es importante acotar que las líneas en ocasiones son extendidas hasta las 200 millas.

2. Circuitos Equivalentes para Líneas de Transmisión

- Se puede afirmar que por ahora; sin dar mayor explicación, que el parámetro para realizar la clasificación; es la longitud de la línea (L), comparado con la *longitud de onda* (λ).



$$\lambda = \frac{2\pi}{\omega\sqrt{LC}}$$

$$R = G = 0$$

2. Circuitos Equivalentes para Líneas de Transmisión

- Es importante, que se diferencie a las líneas cortas que denotan tensiones de 115 o 230 kV como máximo, de las denominadas líneas largas, representativas de los sistemas de extra alta y ultra alta tensión (400, 800 y más kV).



3. Líneas Cortas

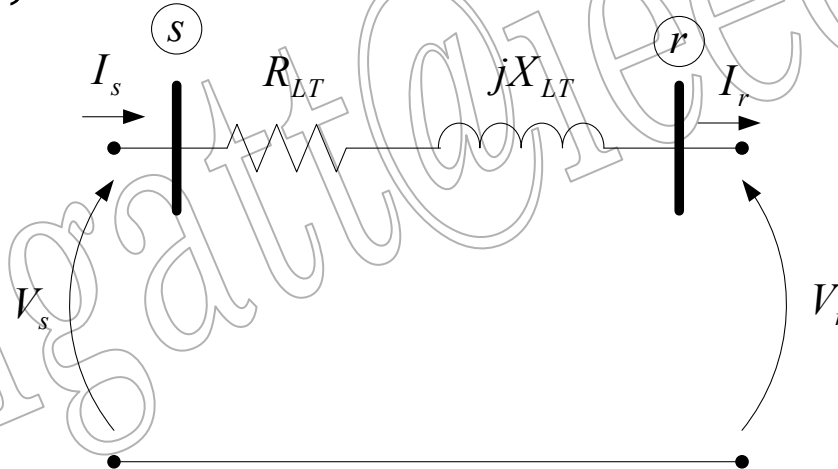
- En la gran mayoría de los casos; es seguro aplicar el análisis de la línea corta cuya longitud ronda las 30 millas y los voltajes menores a 40 kV.
- Sin embargo, *en Venezuela las líneas cortas denotan tensiones de 115 o 230 kV como máximo*; siendo evidente el hecho de que estas líneas son frecuentes en los sistemas de baja tensión y tensiones intermedias; que se caracterizan porque su longitud no es significativa.

3. Líneas Cortas

- A estos niveles de tensión, y de longitud pequeña comparada con la longitud de onda ($\lambda \approx 6000$ Km, a 60 Hz), la importancia de la capacitancia distribuida y la corriente de carga (I_{chg}) puede ser minúscula desde el punto de vista eléctrico; por lo que con esto el estudio de la línea, se simplifica notablemente.
- Permitiéndose ignorar a las capacitancias derivación del circuito equivalente respectivo.

3. Líneas Cortas

- En base a las suposiciones anteriores, el modelo equivalente de la línea corta puede ser resumido a una componente activa R_{LT} y una componente de reactiva, X_{LT} , de naturaleza inductiva.



- donde V_s e I_s son la corriente y la tensión en los extremos de envío y V_r e I_r los respectivos para el extremo de recepción.

3. Líneas Cortas

- Si se aplican las leyes de Kirchoff al modelo equivalente; se obtiene el juego de ecuaciones que describen el comportamiento del sistema:

$$\begin{cases} I_s = I_r \\ V_s = (R_{LT} + jX_{LT})I_s + V_r \end{cases}$$

- Obsérvese que el la caída de tensión en la línea puede ser escrito como:

$$\Delta V = (R_{LT} + jX_{LT})I_s$$

3. Líneas Cortas

- Fácilmente se evidencia que una disminución en la demanda del consumidor (load) disminuye también I_r , y por consiguiente también la caída de tensión ΔV en la línea.
- Entonces la tensión en el extremo de recepción, V_r , aumenta hasta alcanzar un valor cercano o igual al extremo de envío V_s , lo cual se cumple literalmente en la marcha en vacío.

3. Líneas Cortas

- En la práctica el incremento de tensión al disminuir bruscamente la carga no deberá exceder del 5% de la tensión nominal de operación, de manera que el consumidor no sufra mayores daños.
- De modo que a nivel de proyecto la caída de tensión en la línea tiene que ser dimensionada entre límites razonables.
- Desde el punto de vista operacional, interesan más los valores absolutos de las tensiones en los extremos de la línea que el desfase imperante entre ellos.

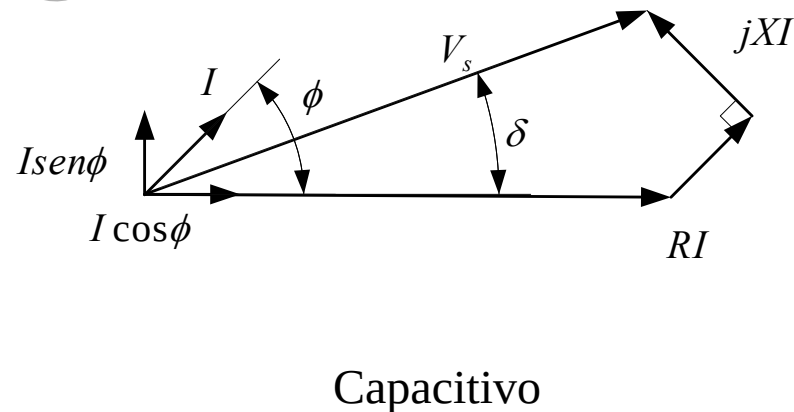
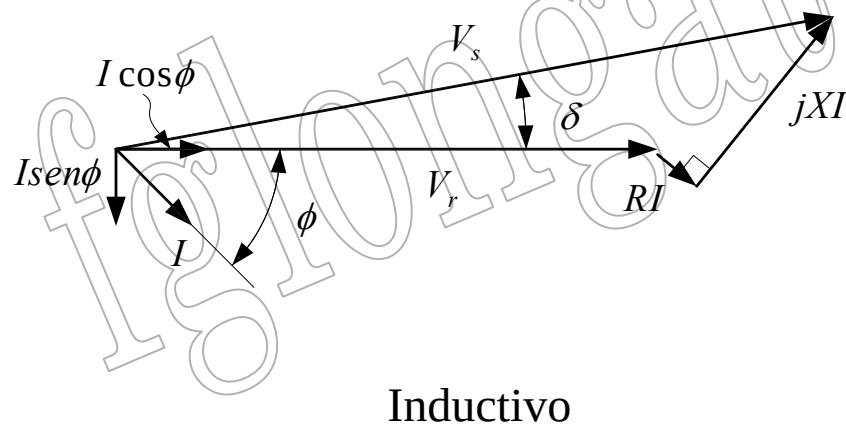
4. Regulación

- La regulación de voltaje en una línea de transmisión es la *variación de voltaje en el extremo receptor cuando se pasa de vacío a plena carga (o viceversa); para un voltaje en el extremo emisor constante y un factor de potencia dado en la carga.*
- Esta variación se expresa generalmente en *porcentaje a plena carga en el extremo receptor.*

$$\% \text{Regulación} = \frac{|V_{r0}| - |V_r|}{|V_r|} \times 100\%$$

4. Regulación

- Como las cargas en los sistemas de potencia son generalmente inductiva; se presupone; que *una reducción de tensión se produce con un factor de potencia inductivo y una elevación de tensión en el caso del factor de potencia capacitivo.*



4. Regulación

- La regulación es *función de la carga y su factor de potencia*; el concepto de regulación antes expuesto; se *utiliza en sistemas radiales donde el extremo de la fuente (claramente definido) esta conectado a un generador y el otro extremo a la carga.*
- Los sistemas de potencia son mallados; de modo que *el concepto de regulación en esta condición es difícil de aplicar de modo referencial*, en su lugar se emplea *el estado de los voltajes en cada barra del sistema de potencia para diferentes condiciones de carga.*

4. Regulación

- El valor de regulación en ocasiones se emplea como parámetro de diseño de la línea de transmisión; para un voltaje de operación dado.
- Un valor típico de regulación para diseño es alrededor de 10%.
- La expresión matemática que define la regulación, resulta:

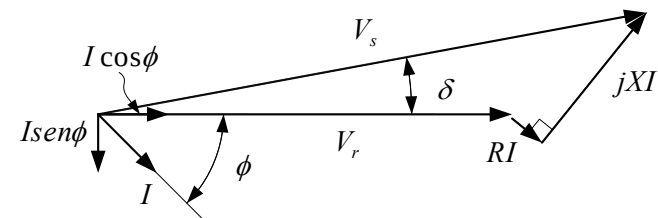
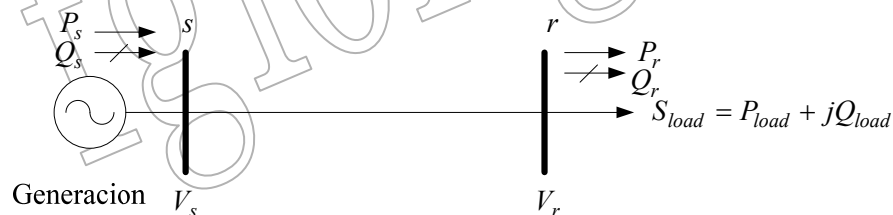
$$\% \text{Regulación} = \frac{|V_{r0}| - |V_r|}{|V_r|} \times 100\%$$

- donde: $|V_{r0}|$ es el voltaje en el extremo de recepción en vacío, $|V_r|$ es el voltaje de recepción de en la carga.

5. Regulación de Línea Cortas

Solución Analítica para Regulación de Voltaje de Líneas Cortas conocidas las Condiciones de Recepción

- El más común de los problemas de regulación es uno en el cual es deseado obtener la caída de voltaje para una condición terminal de recepción conocida.
- Si se considera el modelo de la línea de transmisión corta, para la solución de este problema es más conveniente hacer V_r el fasor de referencia $V_r = |V_r| \angle 0^\circ$



5. Regulación de Línea Cortas

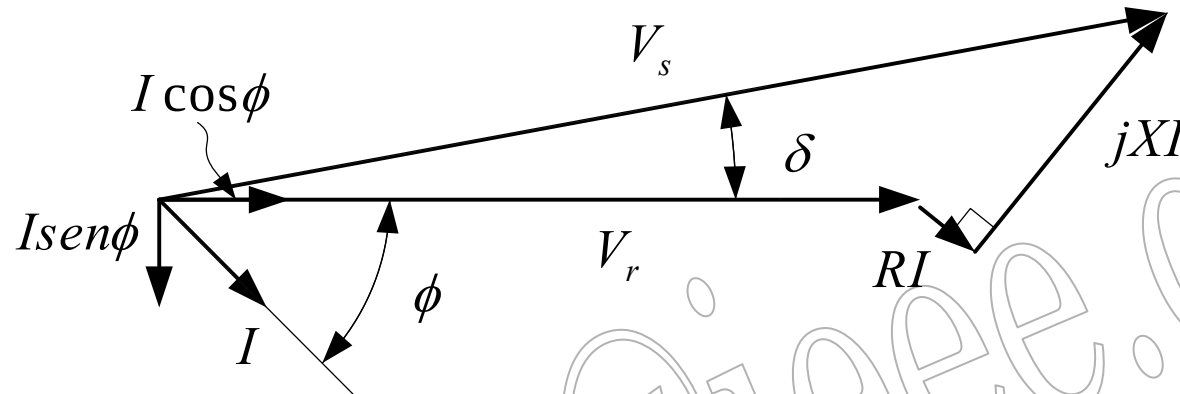


Diagrama Fasorial para Línea Corta, Factor de Potencia Inductivo (*Lagging*)

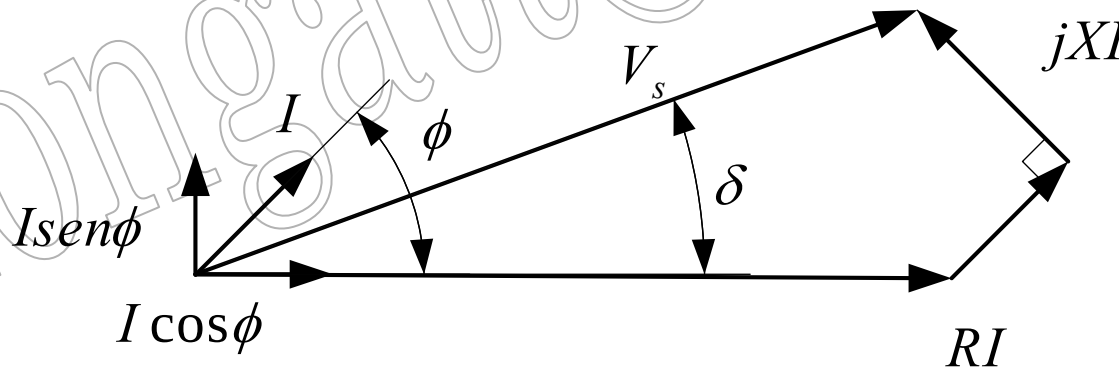


Diagrama Fasorial para Línea Corta, Factor de Potencia Capacitivo (*Leading*)

5. Regulación de Línea Cortas

- Para factor de potencia inductivo ϕ y $\sin \phi$ son negativos; y para factor de potencia en adelanto ϕ y $\sin \phi$ son positivos; el $\cos \phi$ es siempre positivo tanto en adelanto como en atraso.
- Si se considera una línea de transmisión corta; se conoce que en operación; se cumple:

$$\begin{cases} I_s = I_r \\ V_s = (R_{LT} + jX_{LT})I_s + V_r \end{cases}$$

5. Regulación de Línea Cortas

- Si la línea de transmisión corta se encuentra en vacío; se tiene que la tensión de recepción y la de envío son iguales.

$$\begin{cases} V_s = (R_{LT} + jX_{LT})I_s + V_r \rightarrow V_s = V_r \\ |V_{r0}| = |V_s| \end{cases}$$

- Y en la carga; la tensión en el extremo de recepción es V_r ; de modo que el factor de regulación es máximo con los factores de potencia en retraso.

5. Regulación de Línea Cortas

- Y en la carga; la tensión en el extremo de recepción es V_r ; de modo que el *factor de regulación es máximo con los factores de potencia en retraso*.
- Y mínimo o *incluso negativo, con los factores de potencia en adelanto*.
- Ahora bien palpar el efecto de regulación en líneas medias y largas es más fácil de ver.

5. Regulación de Línea Cortas

- Si se considera el caso de factor de potencia inductivo:

$$I_s = |I_r| \cos \phi + j |I_r| \operatorname{sen} \phi$$

$$V_s = V_r + Z_{LT} I_s$$

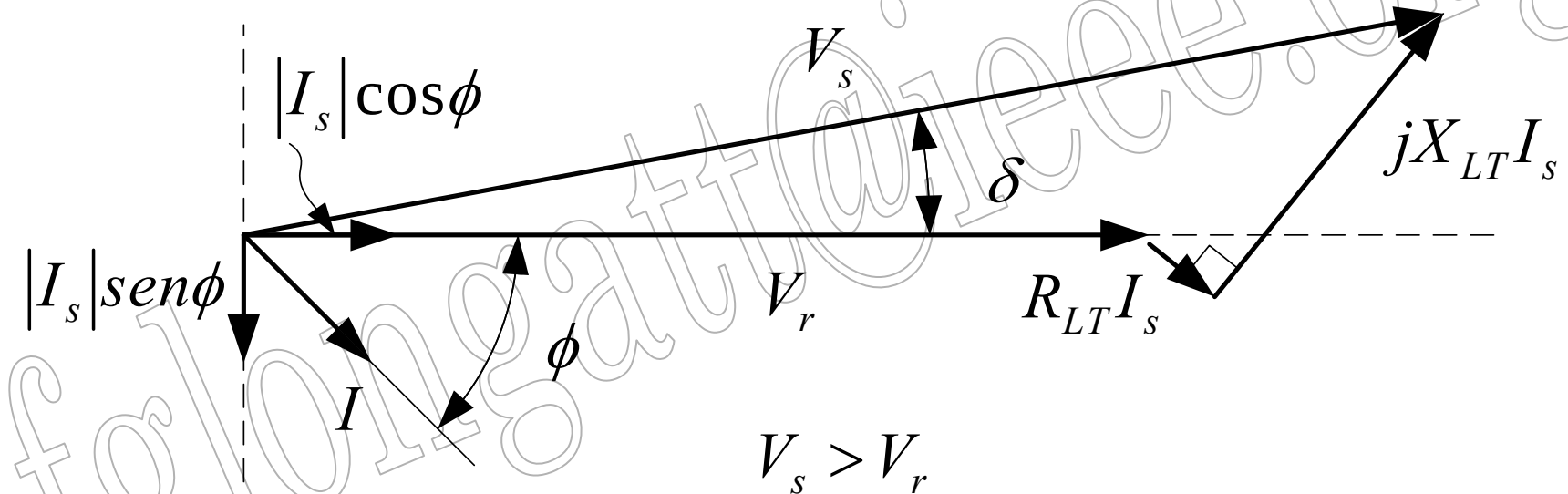
- Donde: $Z_{LT} = R_{LT} + jX_{LT}$

$$V_s = (|V_r| + |I_r| R_{LT} \cos \phi - |I_r| X_{LT} \operatorname{sen} \phi) + j(|I_r| R_{LT} \operatorname{sen} \phi - |I_r| X_{LT} \cos \phi).$$

- El diagrama fasorial, considerando factor de potencia inductivo, puede ser construido.

5. Regulación de Línea Cortas

Diagrama Fasorial de Línea Corta con Carga de Factor de Potencia Inductivo



5. Regulación de Línea Cortas

- Se tiene:

$$|V_s| = \sqrt{\left(|V_r| + |I_r|R_{LT} \cos \phi - |I_r|X_{LT} \sin \phi\right)^2 + \left(|I_r|R_{LT} \sin \phi - |I_r|X_{LT} \cos \phi\right)^2}$$

- Si $|I_r|X_{LT}$ e $|I_r|R_{LT}$ son caídas no mayores al 10%, de V_s y V_r , entonces se tiene:

$$|V_s| = |V_r| + |I_r|R_{LT} \cos \phi - |I_r|X_{LT} \sin \phi$$

- Tomando la definición adoptada de regulación.

5. Regulación de Línea Cortas

- Tomando la definición adoptada de regulación se tiene:

$$\% \text{Regulación} = \frac{|V_{r0}| - |V_r|}{|V_r|} \times 100\%$$

$$\% \text{Regulación} = \frac{100\% |I_r|}{|V_r|} (R_{LT} \cos \phi - X_{LT} \sin \phi)$$

- Si se tiene:

$$kVA = \frac{\sqrt{3} |V_{LLr}| |I_r|}{1000}$$

$$\% \text{Regulación} = \frac{100.000 (kVA)}{|V_{LLr}|^2} (R_{LT} \cos \phi - X_{LT} \sin \phi)$$

5. Regulación de Línea Cortas

- Esta ecuación muestra que un valor de carga que puede ser transmitida sobre la línea dada una regulación fija, varía inversamente con la longitud.

$$\% \text{Regulación} = \frac{100.000(kVA)}{|V_{LLr}|^2} (R_{LT} \cos \phi - X_{LT} \sin \phi)$$

- Usando la regulación calculada por esta ecuación, se determina el voltaje en el extremo de recepción, con una precisión de 0.5%, si ni la caída resistiva ni inductiva supera el 10% del voltaje terminal

5. Regulación de Línea Cortas

Regulación de Voltaje de Líneas Cortas para Condiciones Conocidas en el Extremo de Envío

- Para calcular el voltaje en los extremos de recepción conocido el de envío, es más conveniente el uso de V_s como referencia.

$$V_s = |V_s| \angle 0^\circ$$

$$V_r = V_s - Z_{LT} I$$

5. Regulación de Línea Cortas

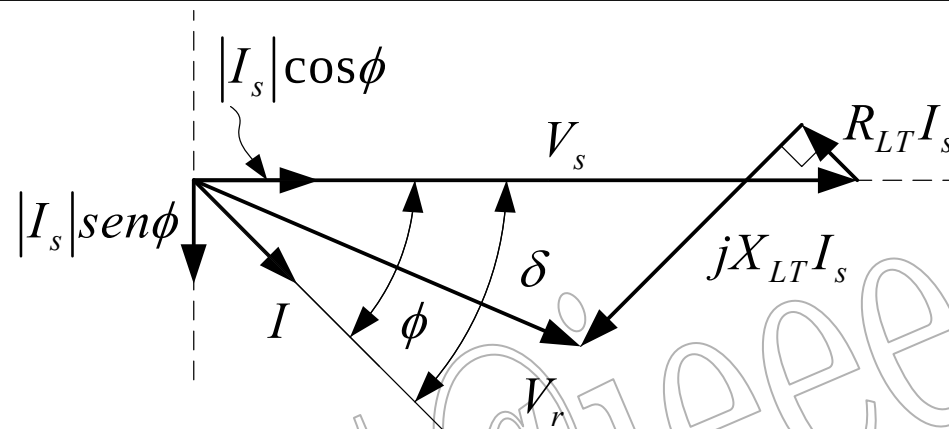


Diagrama Fasorial de Línea Corta, Factor de Potencia Inductivo (*Lagging*)

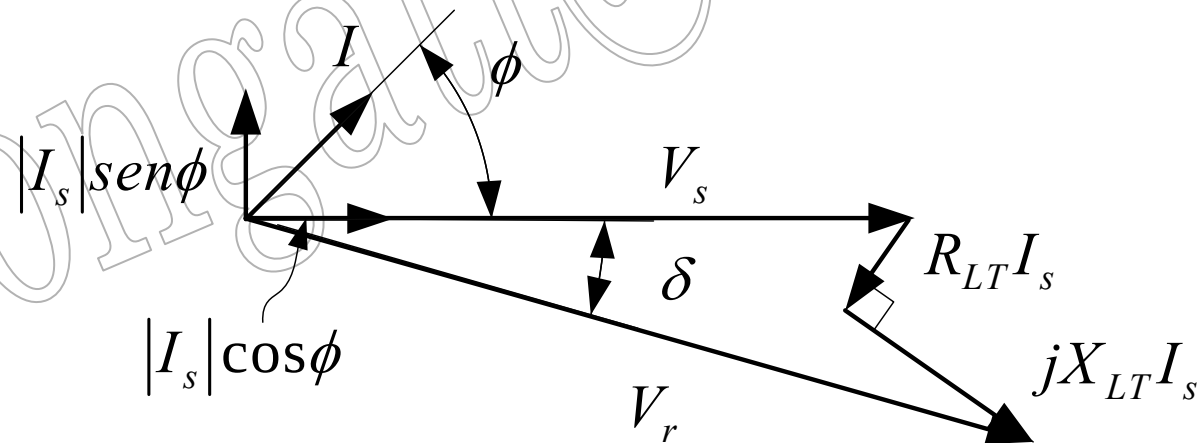


Diagrama Fasorial de Línea Corta, Factor de Potencia Capacitivo (*Leading*)

5. Regulación de Línea Cortas

- Se puede deducir fácilmente del diagrama fasorial que:

$$V_r = (|V_s| - |I|R_{LT} \cos \phi + |I|X_{LT} \operatorname{sen} \phi) - j(|I|X_{LT} \cos \phi + |I|R_{LT} \operatorname{sen} \phi)$$

$$|V_r| = \sqrt{(|V_s| - |I|R_{LT} \cos \phi + |I|X_{LT} \operatorname{sen} \phi)^2 + (|I|X_{LT} \cos \phi + |I|R_{LT} \operatorname{sen} \phi)^2}$$

- Si se procede a obviar las componentes en cuadratura de V_r , se tiene:

$$|V_r| = |V_s| - |I|R_{LT} \cos \phi + |I|X_{LT} \operatorname{sen} \phi$$

5. Regulación de Línea Cortas

Problemas de Condiciones Mixtas

- Algunas veces son encontrados problemas donde son dadas *condiciones terminales mixtas*, tales como factor de potencia de la carga y el voltaje en el extremo de envío, o factor de potencia de envío y voltaje en el extremo de recepción; y es necesario determinar el voltaje desconocido para corrientes dadas.

5. Regulación de Línea Cortas

- *Tales problemas no pueden ser resueltos por medios analíticos triviales.*
- Por ejemplo si es requerido determinar el voltaje de recepción para un factor de potencia, conocido el voltaje de envío y corriente, es necesario resolver para la siguiente ecuación:

$$|V_s| = \sqrt{\left(|V_r| + |I_r|R_{LT} \cos \phi - |I_r|X_{LT} \sin \phi\right)^2 + \left(|I_r|R_{LT} \sin \phi - |I_r|X_{LT} \cos \phi\right)^2}$$

5. Regulación de Línea Cortas

- Se desea determinar V_r , de modo que elevando al cuadrado en ambos miembros de la ecuación, se obtiene una ecuación cuadrática en términos de V_r .
- En ocasiones un método más conveniente de resolver esto es el método de ensayo y error; asumiendo valores sucesivos de dos cantidades; siendo esto frecuentemente conveniente.
- También algunas veces se hace más fácil resolver el problema por medios gráficos.

6. Pérdidas Resistivas en Líneas Cortas

- Las pérdidas por efecto Joule ($|I|^2 R_{LT}$) de una línea trifásica, es tres veces el producto de la resistencia de un conductor y el cuadrado de la magnitud de su corriente.

$$Loss = 3R_{LT}|I|^2$$

- donde $Loss$ es la pérdida resistiva en la línea en Watt;

6. Pérdidas Resistivas en Líneas Cortas

- Este valor puede quedar referido a una fracción porcentual de la carga, de la siguiente forma:

$$\%Loss = \frac{100\sqrt{3}R_{LT}|I|^2}{|V_{L-Lr}|\cos\phi_r}$$

- donde; V_{L-Lr} , es la tensión línea a línea en el extremo de recepción de la línea corta y , ϕ_r es el ángulo del factor de potencia en el extremo de recepción de la línea.

6. Pérdidas Resistivas en Líneas Cortas

- En ocasiones se desea determinar el valor de potencia que puede ser transmitido sin exceder un cierto porcentaje de pérdidas ($\%Loss$); siendo esto dado por la expresión:

$$P = \frac{\%Loss |V_{L-Lr}|^2 \cos^2 \phi_r}{100.000 R_{LT}}$$

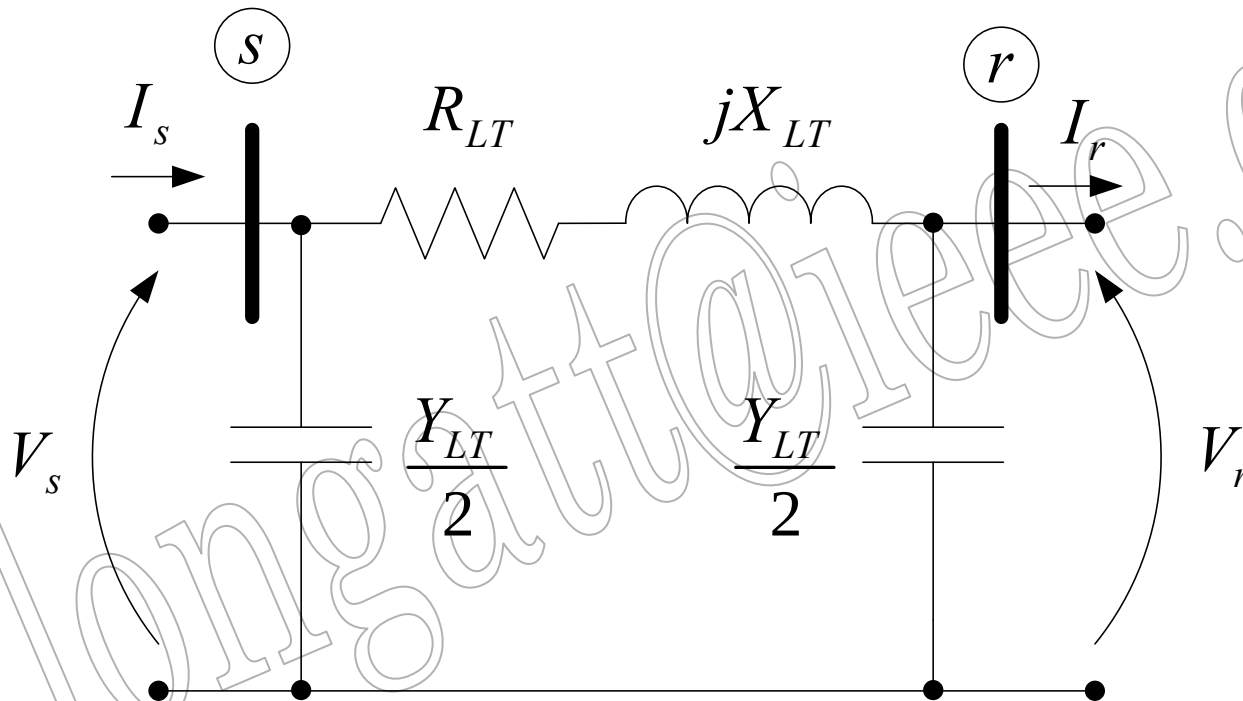
- Esta ecuación muestra que el valor de potencia que puede ser transmitida para un porcentaje de perdidas dado, varía directamente con las pérdidas e inversamente con la longitud debido a que la resistencia total de la línea, R_{LT} , es la resistencia por unidad de longitud por la longitud de la línea.

7. Lineas Medias

- En *longitudes medias*, entre 80 Km. y 240 Km., la *admitancia derivación es generalmente capacitiva pura* (aunque en niveles elevados de tensión de debe incluir la conductancia de fuga en esta); y esta debe ser incluida en la simulación de la línea.
- Esta capacitancia puede ser dividida en dos parte iguales, colocadas en los extremos del modelo, constituyendo el *modelo nominal Π* .

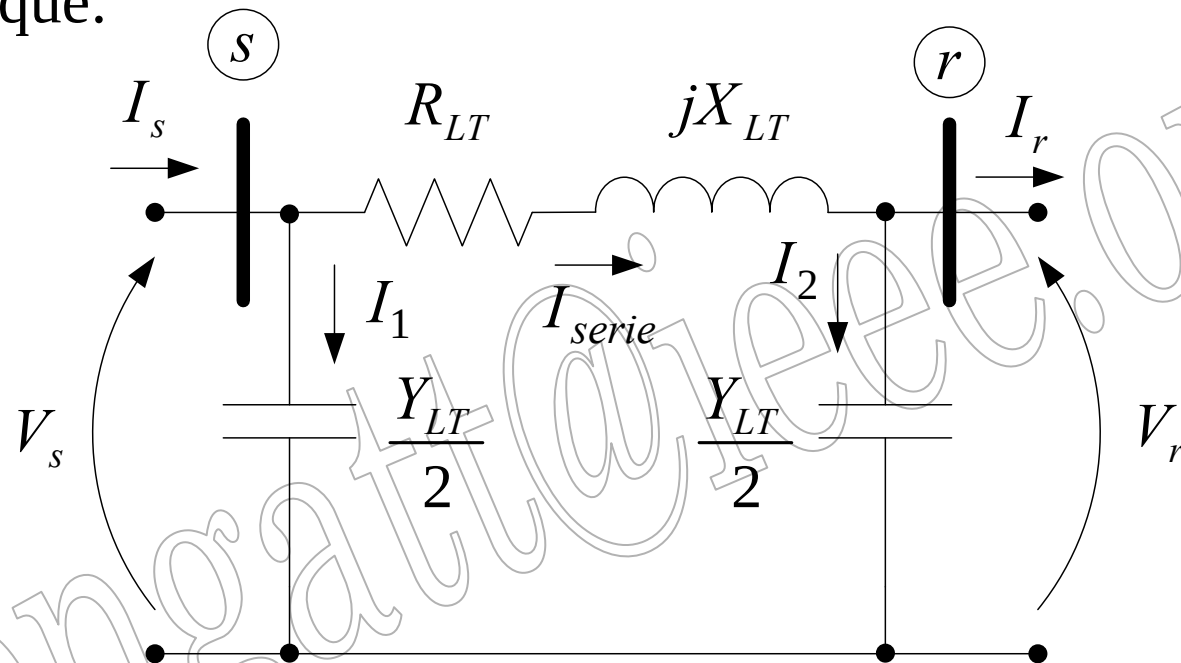
7. Lineas Medias

- Modelo Nominal Π



7. Líneas Medias

- Se tiene que:



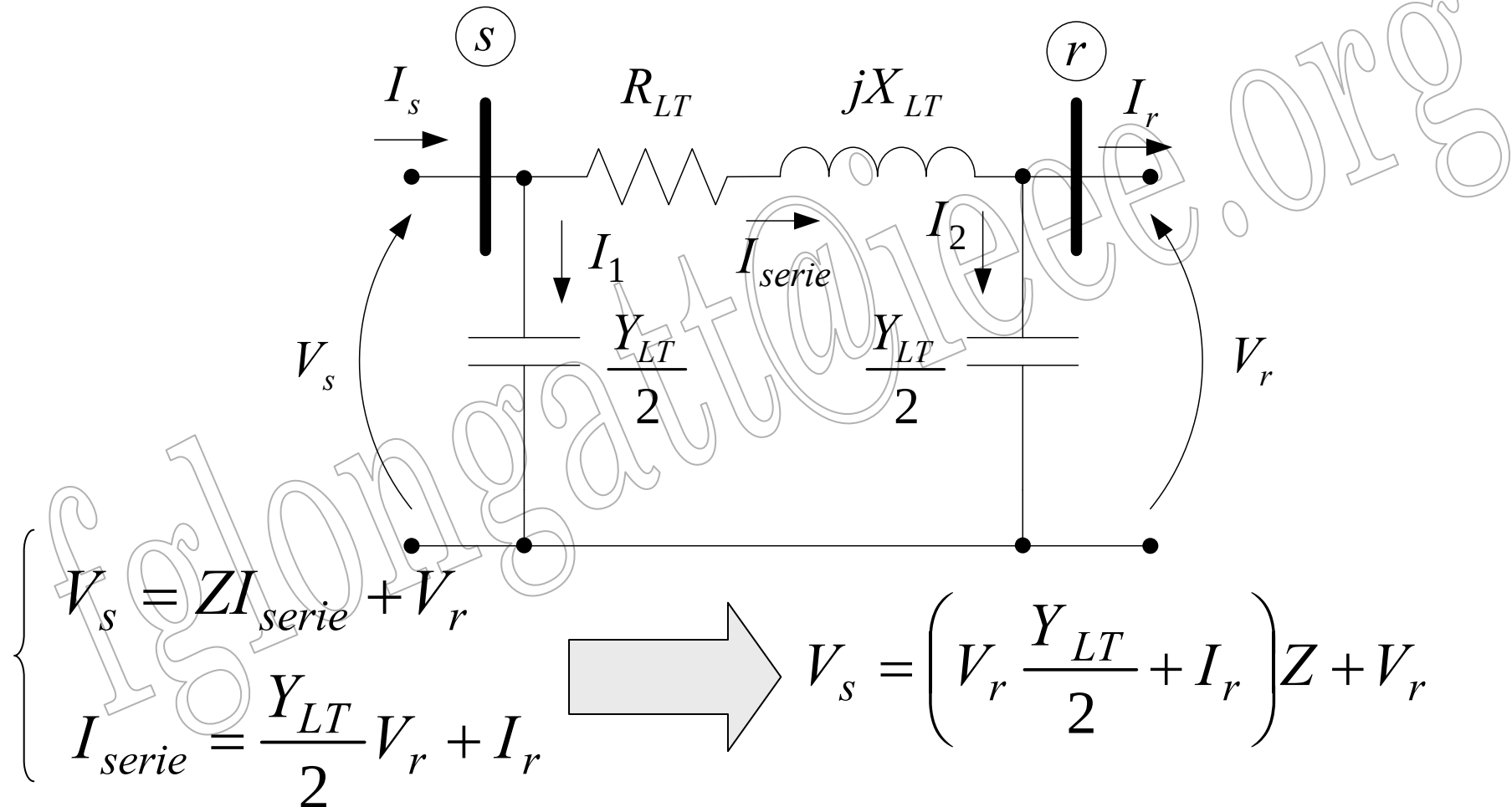
$$I_s = I_1 + I_{serie}$$

$$I_{serie} = I_2 + I_r$$

$$I_{serie} = \frac{V_s - V_r}{Z_{LT}}$$

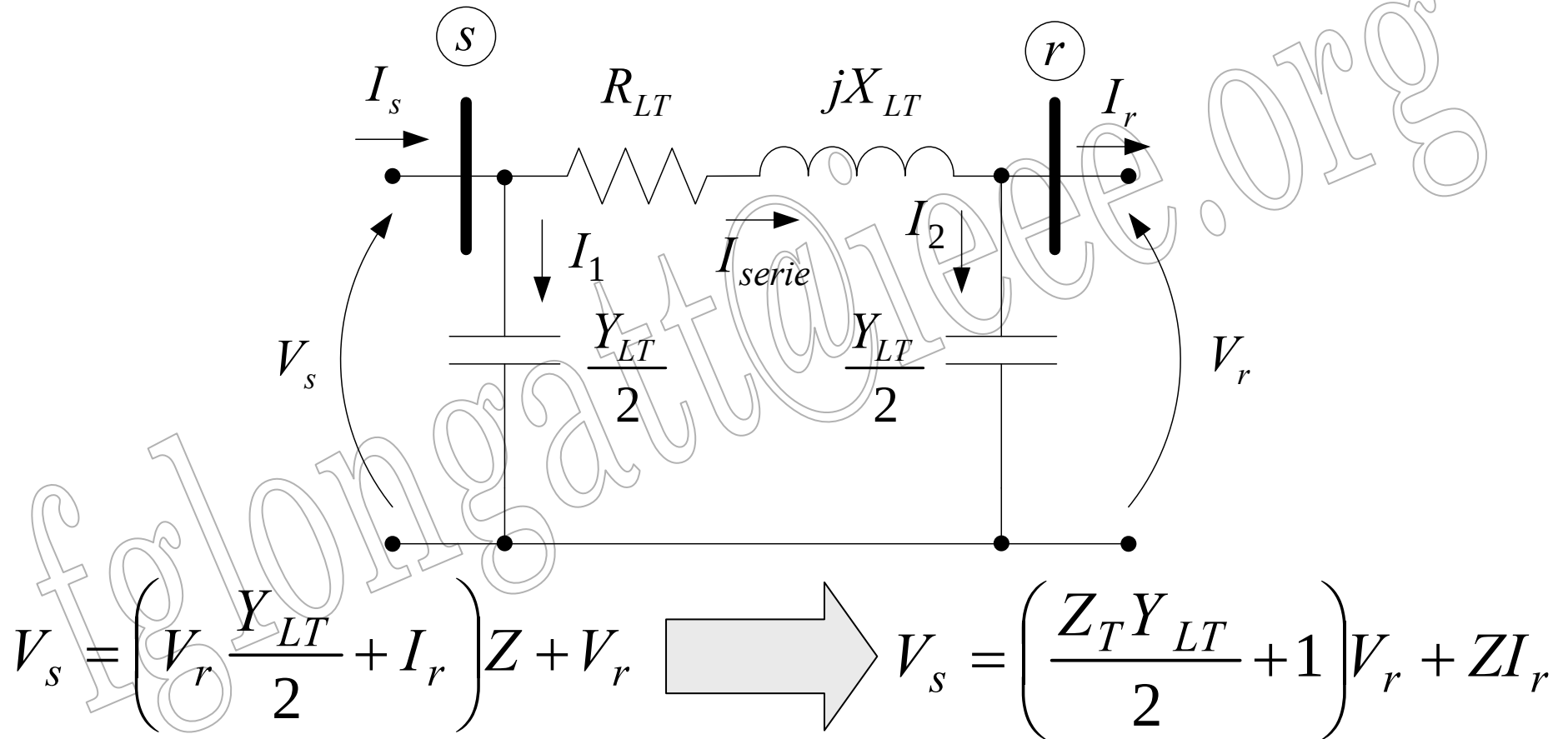
7. Líneas Medias

- Se tiene que:



7. Líneas Medias

- Se tiene que:



7. Líneas Medias

- Para encontrar I_s se observa que la corriente en la capacitancia shunt en el extremo de envío es $V_s Y_{LT}/2$, que sumada a la corriente de rama resulta:

$$\begin{cases}
 I_s = I_1 + I_{serie} \\
 I_1 = \frac{Y_{LT}}{2} V_r \\
 I_{serie} = \frac{Y_{LT}}{2} V_r + I_r
 \end{cases}
 \Rightarrow I_s = \frac{Y_{LT}}{2} V_s + \frac{Y_{LT}}{2} V_r + I_r$$

$$\Downarrow$$

$$I_s = V_r Y_{LT} \left(1 + \frac{Y_{LT}}{4} \right) + I_r \left(1 + \frac{Z_{LT} Y_{LT}}{2} \right) \Leftarrow V_s = \left(V_r \frac{Y_{LT}}{2} + I_r \right) Z + V_r$$

7. Lineas Medias

- De acuerdo con los parámetros de transmisión de tiene:

$$\begin{cases} V_s = \left(V_r \frac{Y_{LT}}{2} + I_r \right) Z + V_r \\ I_s = V_r Y_{LT} \left(1 + \frac{Y_{LT}}{4} \right) + I_r \left(1 + \frac{Z_{LT} Y_{LT}}{2} \right) \end{cases}$$

$$\begin{bmatrix} V_s \\ I_s \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A & B \\ C & D \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_r \\ I_r \end{bmatrix}$$

7. Lineas Medias

- Donde:

$$\begin{bmatrix} V_s \\ I_s \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A & B \\ C & D \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_r \\ I_r \end{bmatrix}$$

$$\left\{ \begin{array}{l} A = D = \frac{Z_{LT} Y_{LT}}{2} + 1 \\ B = Z_{LT} \\ C = Y_{LT} \left(1 + \frac{Z_{LT} Y_{LT}}{4} \right) \end{array} \right.$$

$$AD - BC = 1$$

7. Lineas Medias

- Uno de los elementos más comunes y extensos en los sistemas eléctricos de potencia, es la línea de transmisión, su diseño eléctrico es un estudio apasionante, en el cual se persigue adaptar sus características a los requerimientos de transmisión del sistema de potencia.

7. Lineas Medias

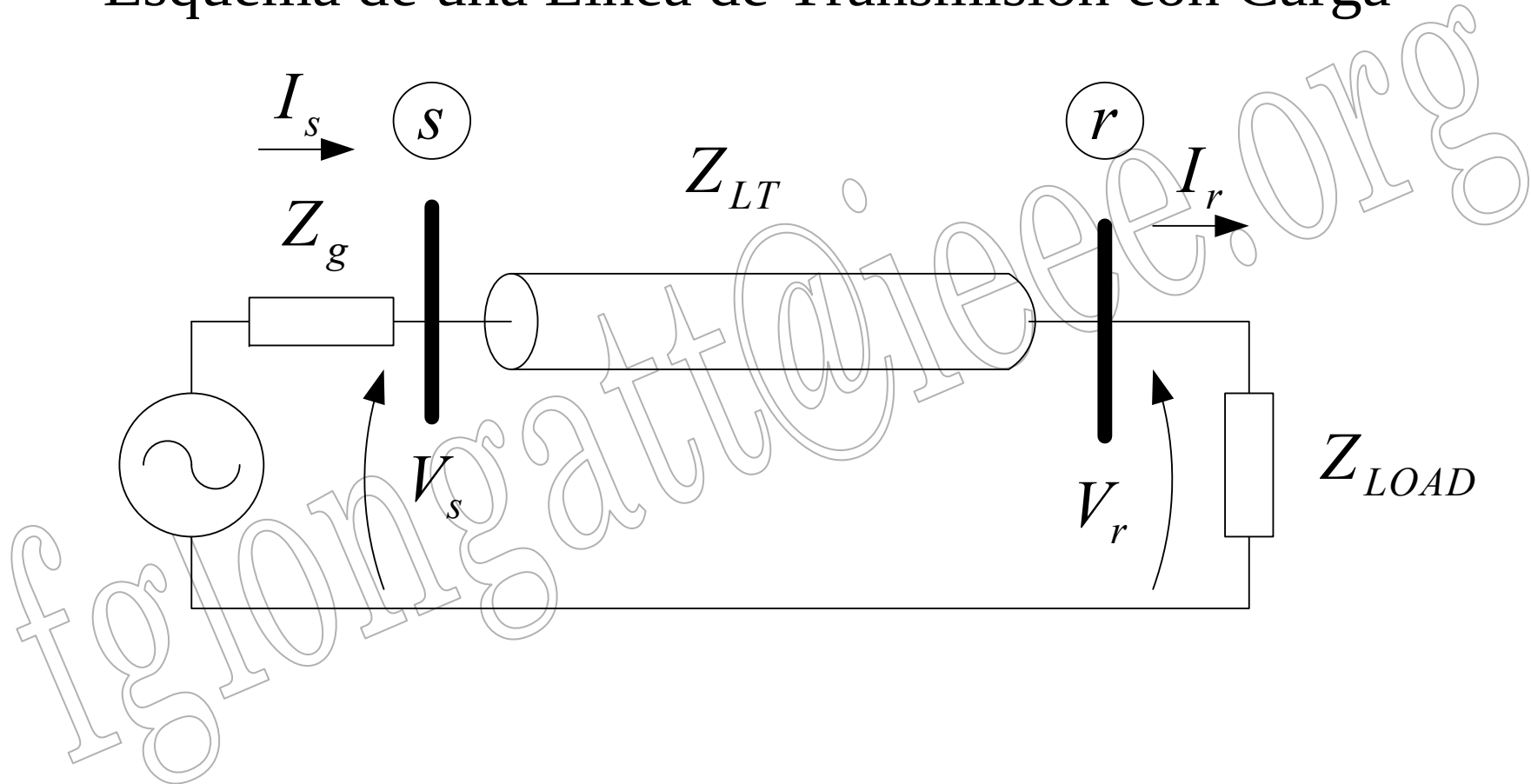
- Durante el diseño eléctrico de la línea de transmisión, se suelen tomar en cuenta cuatro parámetros eléctricos básicos: resistencia, inductancia, capacitancia y conductancia.
- El estudio de cada una de estas características eléctricas de la línea es un proceso delicado, y en donde los aspectos particulares de la línea influyen en los valores.

8. Lineas Largas

- Una línea de transmisión consta de dos o más conductores paralelos que se usan para conectar a una fuente o un circuito con otro.
- Para poder simular en forma exacta el comportamiento de una línea de transmisión, considérese una línea de transmisión uniforme, con parámetros distribuidos R Ω/m , L Henrio/m, G Siemens/m y C en Faradio/m.

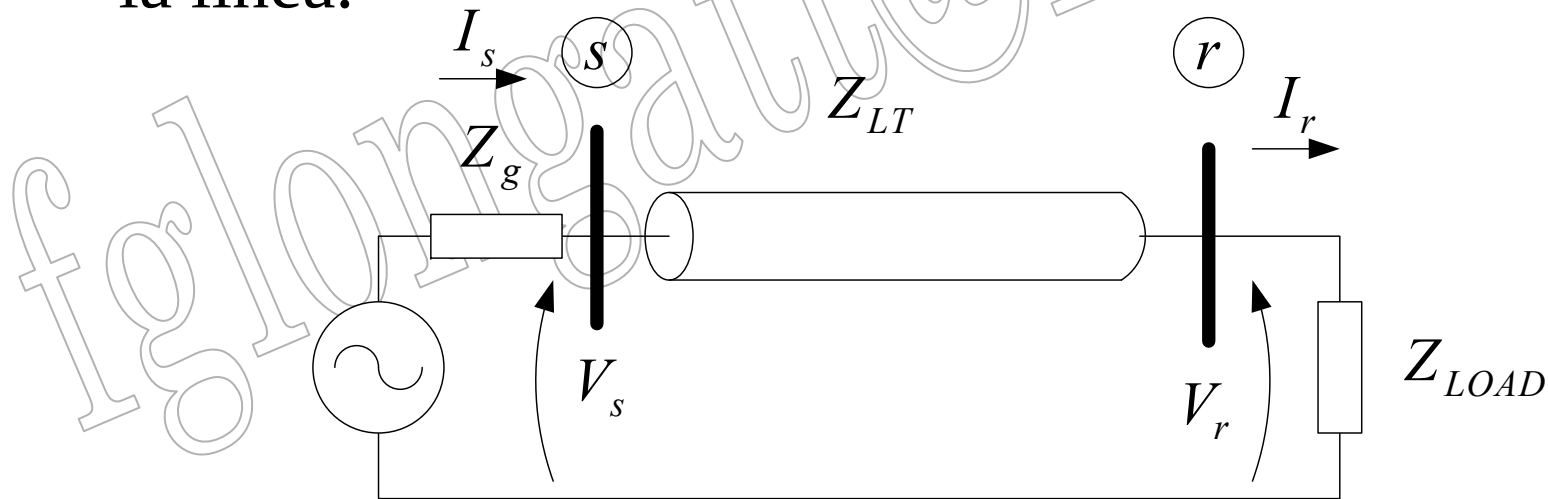
8. Líneas Largas

- Esquema de una Línea de Transmisión con Carga



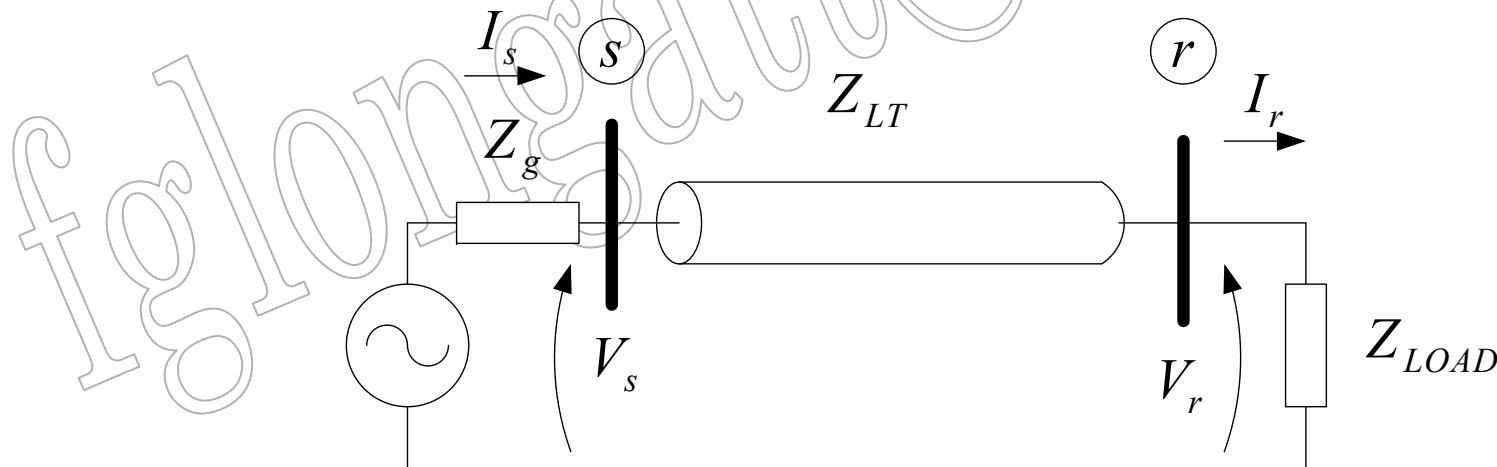
8. Lineas Largas

- El circuito equivalente de la línea puede ser hecho a través de un número apreciable de secciones que incluyan los parámetros R , L , G y C ; que son parámetros por unidad de longitud y que en consecuencia se encuentran distribuidos a lo largo de la línea.

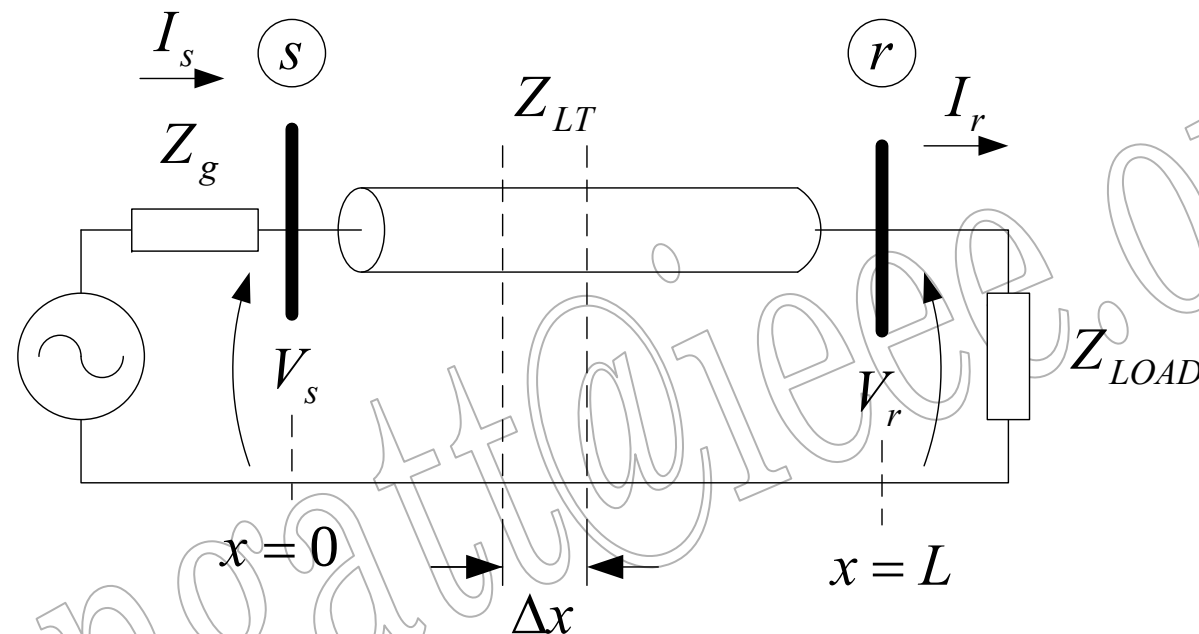


8. Lineas Largas

- Para el análisis de esta situación considérese que la línea posee una longitud L total; y que se asigna un sentido de referencia longitudinal x a lo largo de la línea tomándose, que el extremo de envío de la línea corresponde a $x = 0$, y que el extremo de recepción se encuentra en $x = L$.



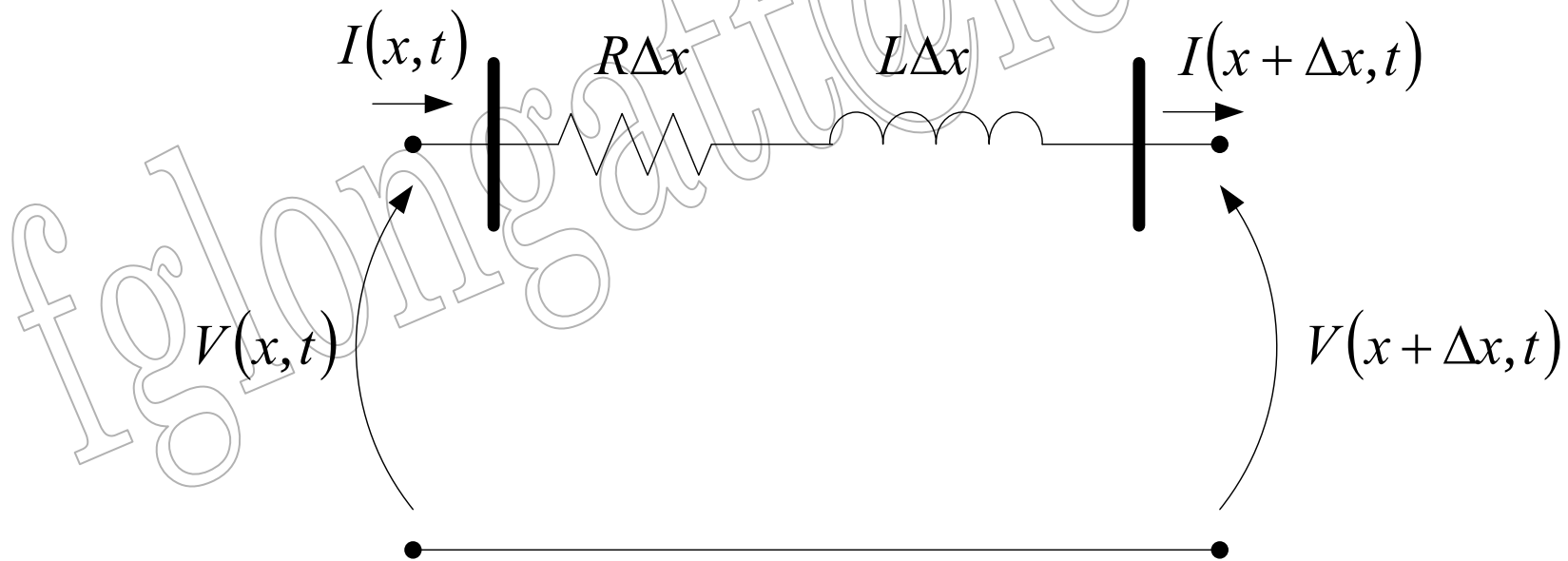
8. Lineas Largas



- En este elemento de sección de la línea, la resistencia contenida viene dada por $R\Delta x$, de igual manera ocurre con la inductancia $L\Delta x$, capacitancia $C\Delta x$, y la conductancia de fuga, $G\Delta x$

8. Lineas Largas

- Nótese algo muy importante para la modelación de esta situación; si se considera que el tamaño de la sección se duplica, $2\Delta x$, los valores de los parámetros de la sección resultan respectivamente $2R\Delta x$, $2L\Delta x$, $2C\Delta x$, $2G\Delta x$.



8. Lineas Largas

- Del modelo antes mostrado se cumple que la corriente en ambos extremos es igual:

$$I(x, t) = I(x + \Delta x, t)$$

- Si se aplican la ley de tensiones de Kirchhoff se tiene:

$$V(x, t) = R\Delta x I(x, t) + L\Delta x \frac{\partial I(x, t)}{\partial t} + V(x + \Delta x, t)$$

- Si se transponen términos y se opera se tiene:

$$\frac{V(x, t) - V(x + \Delta x, t)}{\Delta x} = RI(x, t) + L \frac{\partial I(x, t)}{\partial t}$$

8. Lineas Largas

- Ahora bien, si se hace que la longitud de la sección de haga infinitamente pequeño, , entonces se cumple:

$$\lim_{\Delta x \rightarrow 0} \left[\frac{V(x, t) - V(x + \Delta x, t)}{\Delta x} \right] = - \frac{\partial V(x, t)}{\partial x}$$

- Resultando finalmente:

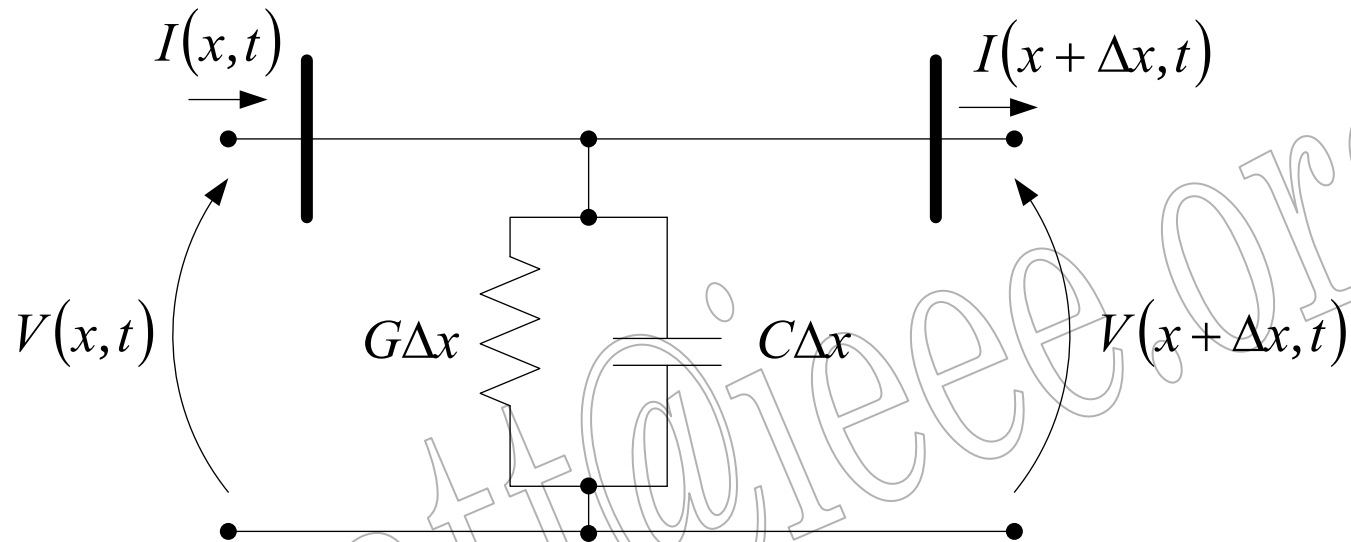
$$\frac{\partial V(x, t)}{\partial x} = RI(x, t) + L \frac{\partial I(x, t)}{\partial t}$$

8. Lineas Largas

$$\frac{\partial V(x,t)}{\partial x} = RI(x,t) + L \frac{\partial I(x,t)}{\partial t}$$

- La expresión anterior permite relacionar la variación longitudinal de la tensión en el espacio tiempo, con respecto a la variación de la corriente. Por otra parte si se procede a considerar únicamente el efecto de los parámetros conductancia de fuga y la capacitancia en derivación.

8. Lineas Largas



- Del modelo antes mostrado se cumple que la tensión en ambos extremos es igual:

$$V(x, t) = V(x + \Delta x, t)$$

8. Lineas Largas

- Si se aplican la ley de corriente de Kirchhoff se tiene:

$$I(x, t) = G\Delta x V(x, t) + C\Delta x \frac{\partial V(x, t)}{\partial t} + I(x + \Delta x, t)$$

- si se transponen términos y se opera se tiene:

$$\frac{I(x, t) - I(x + \Delta x, t)}{\Delta x} = GV(x, t) + C \frac{\partial V(x, t)}{\partial t}$$

- Ahora bien, si se hace que la longitud de la sección de haga infinitamente pequeño, , entonces se cumple:

$$\lim_{\Delta x \rightarrow 0} \left[\frac{I(x, t) - I(x + \Delta x, t)}{\Delta x} \right] = - \frac{\partial I(x, t)}{\partial x}$$

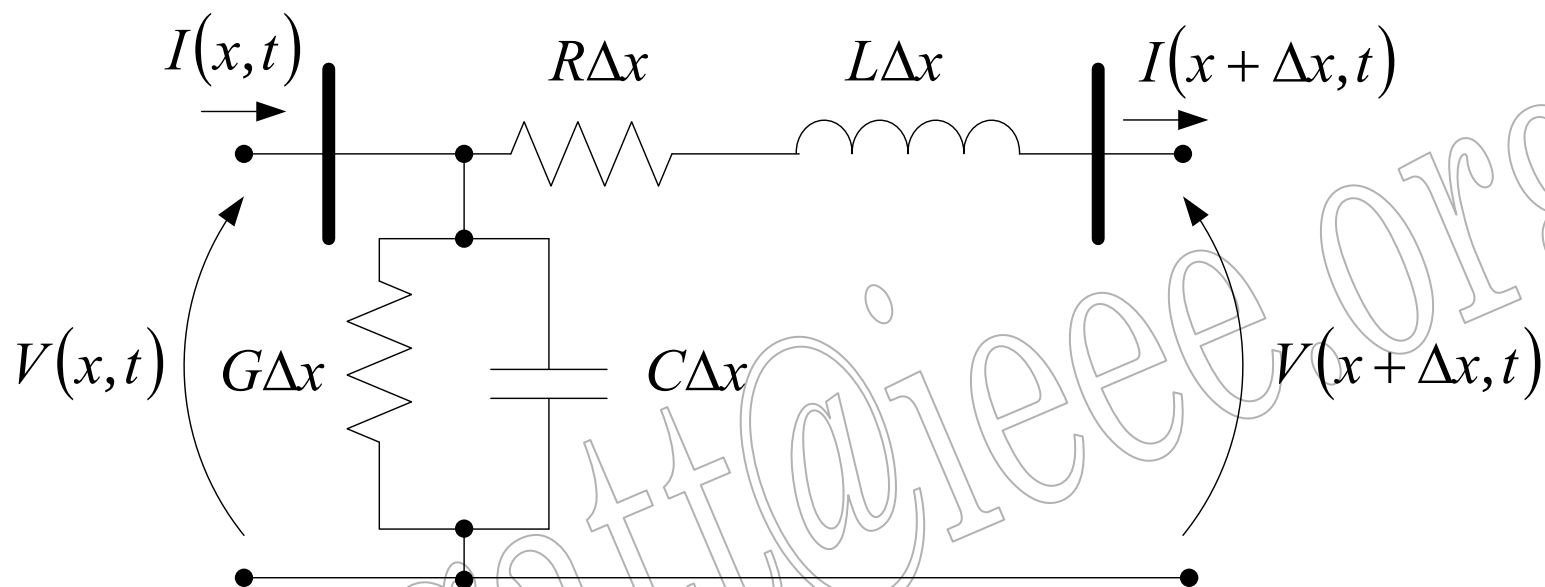
8. Lineas Largas

- Resultando finalmente que:

$$\frac{\partial I(x,t)}{\partial x} = GV(x,t) + C \frac{\partial V(x,t)}{\partial t}$$

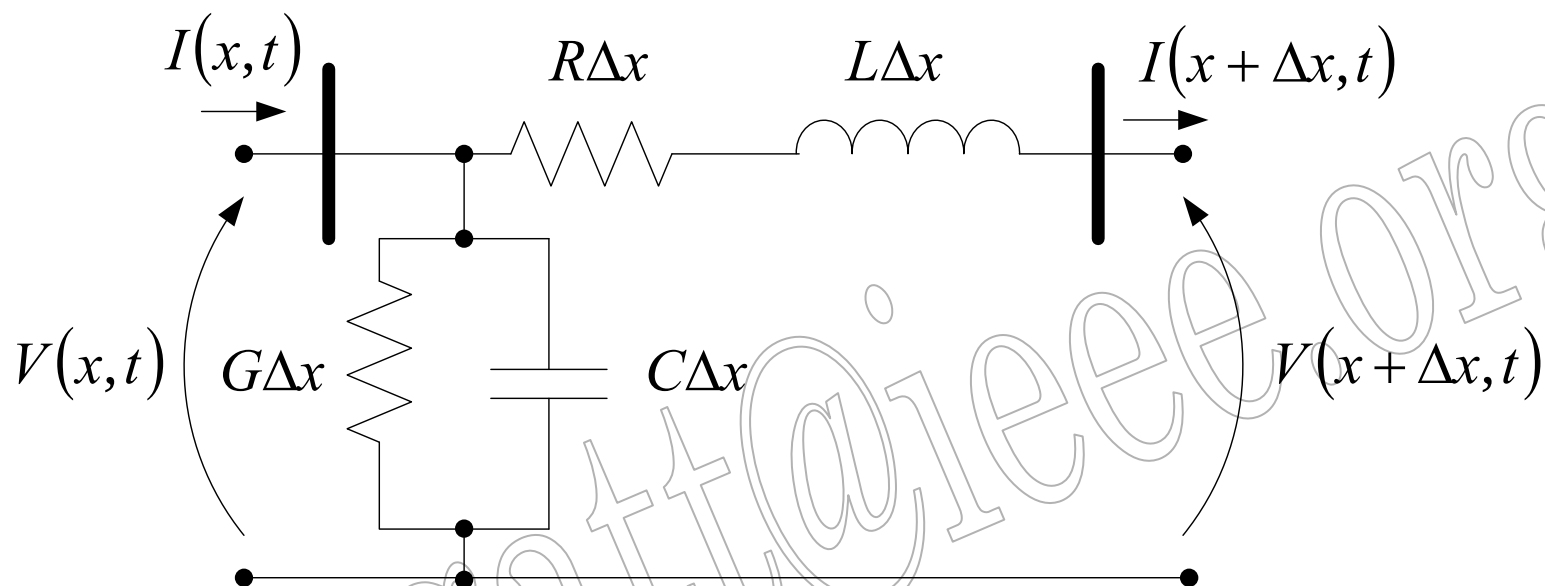
- La expresión anterior permite relacionar la variación longitudinal de la corriente en el espacio tiempo, con respecto a la variación de la tensión.
- Ahora bien, cuando se considera el efecto de los elementos serie y derivación; se construye un modelo, para la sección de longitud Δx .

8. Lineas Largas



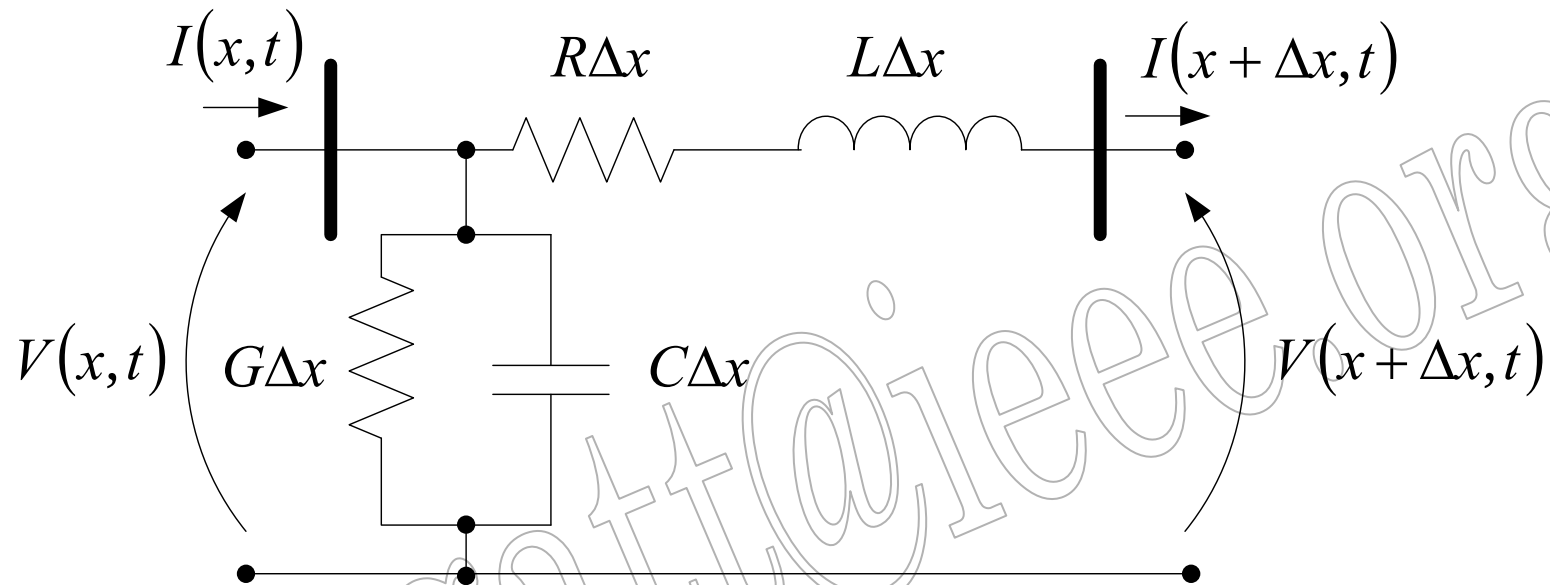
$$\begin{cases} V(x, t) = R\Delta x I(x + \Delta x, t) + L\Delta x \frac{\partial I(x + \Delta x, t)}{\partial t} + V(x + \Delta x, t) \\ I(x, t) = G\Delta x V(x, t) + C\Delta x \frac{\partial V(x, t)}{\partial t} + I(x + \Delta x, t) \end{cases}$$

8. Lineas Largas



$$\begin{cases} \frac{V(x, t) - V(x + \Delta x, t)}{\Delta x} = RI(x + \Delta x, t) + L \frac{\partial I(x + \Delta x, t)}{\partial t} \\ \frac{I(x, t) - I(x + \Delta x, t)}{\Delta x} = GV(x, t) + C \frac{\partial V(x, t)}{\partial t} \end{cases}$$

8. Lineas Largas



$$\left\{ \begin{array}{l} -\frac{\partial V(x,t)}{\partial x} = RI(x,t) + L \frac{\partial I(x,t)}{\partial t} \\ -\frac{\partial I(x,t)}{\partial x} = GV(x,t) + C \frac{\partial V(x,t)}{\partial t} \end{array} \right.$$

8. Lineas Largas

- Ahora bien, si se supone que el sistema de transmisión se excita por medio de señales armónicas en el tiempo; como es el caso más común de las líneas de transmisión, se puede transformar las ecuaciones en el dominio de la frecuencia ω , suponiendo que se trabaja con una señal armónica de velocidad angular constante.

$$\left\{ \begin{array}{l} -\frac{\partial V(x, \omega)}{\partial x} = (R + j\omega L)I(x, \omega) \\ -\frac{\partial I(x, \omega)}{\partial x} = (G + j\omega C)V(x, \omega) \end{array} \right.$$

8. Lineas Largas

- Este conjunto de ecuaciones diferenciales parciales de primer orden, son las ecuaciones que caracterizan el comportamiento de la línea.
- Estas ecuaciones pueden ser compactadas de una forma muy sencilla; si se toma la ecuación en el dominio temporal y se deriva respecto al espacio se tiene:

$$\frac{\partial^2 V(x,t)}{\partial x^2} = R \frac{\partial I(x,t)}{\partial x} + L \frac{\partial \left(\frac{\partial I(x,t)}{\partial t} \right)}{\partial t}$$

8. Lineas Largas

- Si se sustituye en esta expresión la derivada de la corriente en función del espacio dada en la ecuación se tiene:

$$\frac{\partial^2 V(x,t)}{\partial x^2} - (RC + GL) \frac{\partial V(x,t)}{\partial x} - LC \frac{\partial^2 V(x,t)}{\partial t^2} - RGV(x,t)$$

la expresión anterior se conoce como la *ecuación del telegrafista*.

8. Lineas Largas

- En el caso particular que se estudie la línea sin pérdida, ($R = G = 0$) como es el caso aproximado de las líneas de extra alta tensión, la ecuación del telegrafista resulta idéntica a la ecuación diferencial de una membrana oscilante (ecuación de onda unidimensional)

$$\frac{\partial^2 V(x,t)}{\partial x^2} = LC \frac{\partial^2 V(x,t)}{\partial t^2}$$

8. Lineas Largas

- Esta ecuación diferencial se presenta, por lo tanto, en la mecánica al analizar las membranas oscilantes, en la acústica al analizar cierto tipo de oscilaciones y también en la electromagnética, que es el caso de la presente discusión.
- De modo similar se puede considerar que si la excitación es de tipo armónica, se obtiene que:

$$\frac{\partial^2 V(x, \omega)}{\partial x^2} = ZYV(x, \omega)$$

8. Lineas Largas

$$\frac{\partial^2 V(x, \omega)}{\partial x^2} = ZYV(x, \omega)$$

- Donde:

$$\begin{cases} Z = R + j\omega L \\ Y = G + j\omega C \end{cases}$$

- Z : Impedancia Serue
- Y : Admitancia Shunt

8. Lineas Largas

- Empezar la solución, de la ecuación en forma estricta resulta sumamente compleja; de modo que se va a estudiar la solución de la mencionada ecuación en el dominio de señales armónicas en el tiempo.

$$\frac{\partial^2 V(x, \omega)}{\partial x^2} - ZYV(x, \omega) = 0$$

- Se supone una solución de la forma:

$$V(x, \omega) = e^{\lambda x}$$

8. Lineas Largas

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2 V(x, \omega)}{\partial x^2} - ZYV(x, \omega) &= 0 \quad \Rightarrow \quad V(x, \omega) = e^{\lambda x} \quad \Rightarrow \quad \begin{cases} \frac{\partial V(x, \omega)}{\partial x} = \lambda e^{\lambda x} \\ \frac{\partial^2 V(x, \omega)}{\partial x^2} = \lambda^2 e^{\lambda x} \end{cases} \\ \downarrow \\ \lambda^2 e^{\lambda x} - ZY e^{\lambda x} &= 0 \quad \Rightarrow \quad \lambda^2 = ZY \quad \begin{cases} \lambda_1 = -\sqrt{ZY} \\ \lambda_2 = \sqrt{ZY} \end{cases} \\ V(x, \omega) &= A_1 e^{-\sqrt{ZY}x} + A_2 e^{\sqrt{ZY}x} \end{aligned}$$

8. Lineas Largas

- Para el caso de la solución de corriente, se tiene que de la ecuación se tiene:

$$I(x, \omega) = -\frac{1}{Z} \frac{\partial V(x, \omega)}{\partial x}$$

$$I(x, \omega) = -\frac{1}{Z} \frac{\partial \left(A_1 e^{-\sqrt{ZY}x} + A_2 e^{\sqrt{ZY}x} \right)}{\partial x}$$

$$I(x, \omega) = \frac{1}{Z} \left(\sqrt{ZY} A_1 e^{-\sqrt{ZY}x} - \sqrt{ZY} A_2 e^{\sqrt{ZY}x} \right)$$

8. Lineas Largas

- Si se define el parámetro:

γ constante de propagación

Z_0 , la impedancia característica de la línea.

$$\gamma = \sqrt{ZY} = \alpha + j\beta$$

$$Z_0 = \sqrt{\frac{Z}{Y}}$$

8. Lineas Largas

- Al sustituir en las soluciones de corriente y tensión resulta:

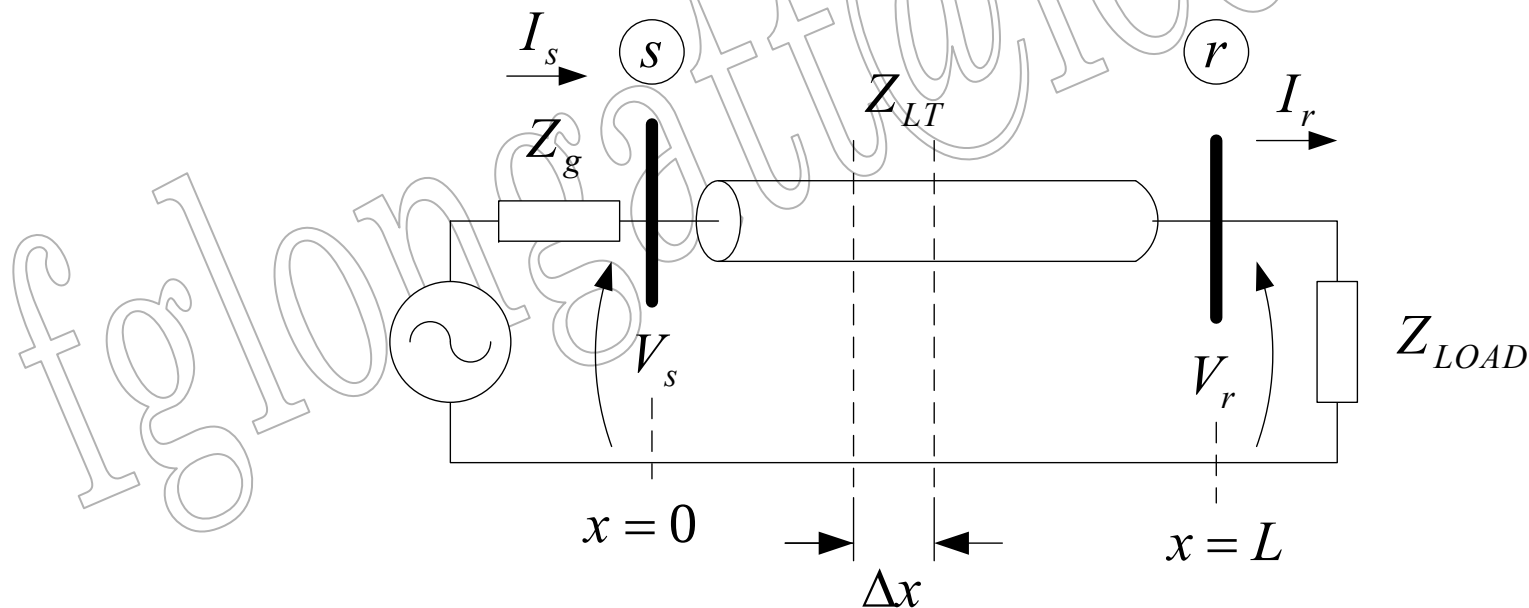
$$\left\{ \begin{array}{l} V(x, \omega) = A_1 e^{-\gamma x} + A_2 e^{\gamma x} \\ I(x, \omega) = \frac{1}{Z_o} (A_1 e^{-\gamma x} - A_2 e^{\gamma x}) \end{array} \right.$$

$$Z_o = \sqrt{\frac{Z}{Y}}$$

$$\gamma = \sqrt{ZY} = \alpha + j\beta$$

8. Lineas Largas

- Nótese que los parámetros A_1 y A_2 , son las constantes de integración; que proveen la familia de curvas que son solución de la ecuación diferencial para eliminar de la expresión esas constantes, se debe evaluar las condiciones terminales físicas de la línea.

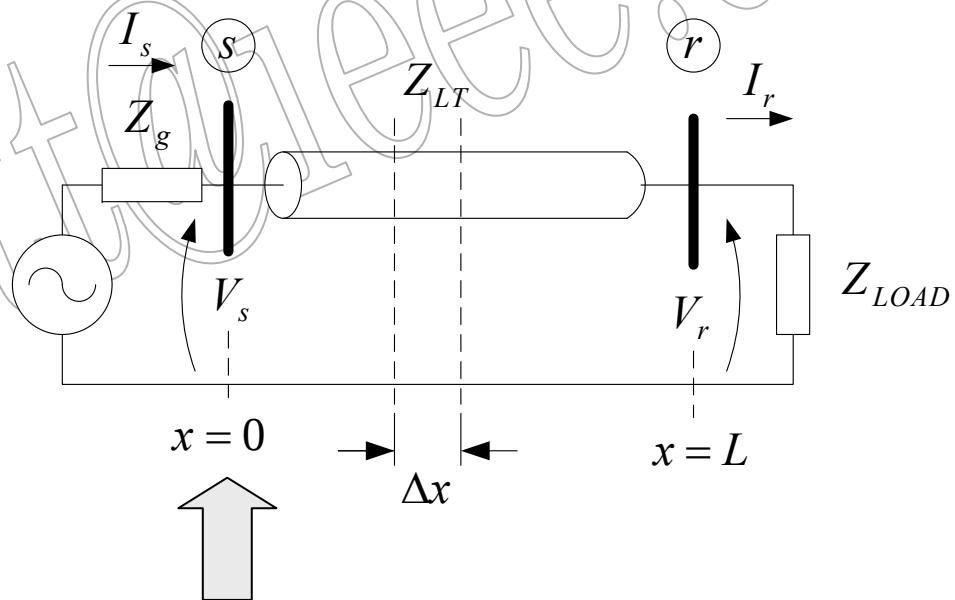


8. Lineas Largas

- Se conoce que en $x = 0$, se ubica *el extremo de envío*, de modo que los parámetros de tensión y corriente quedan definidos para ese punto.

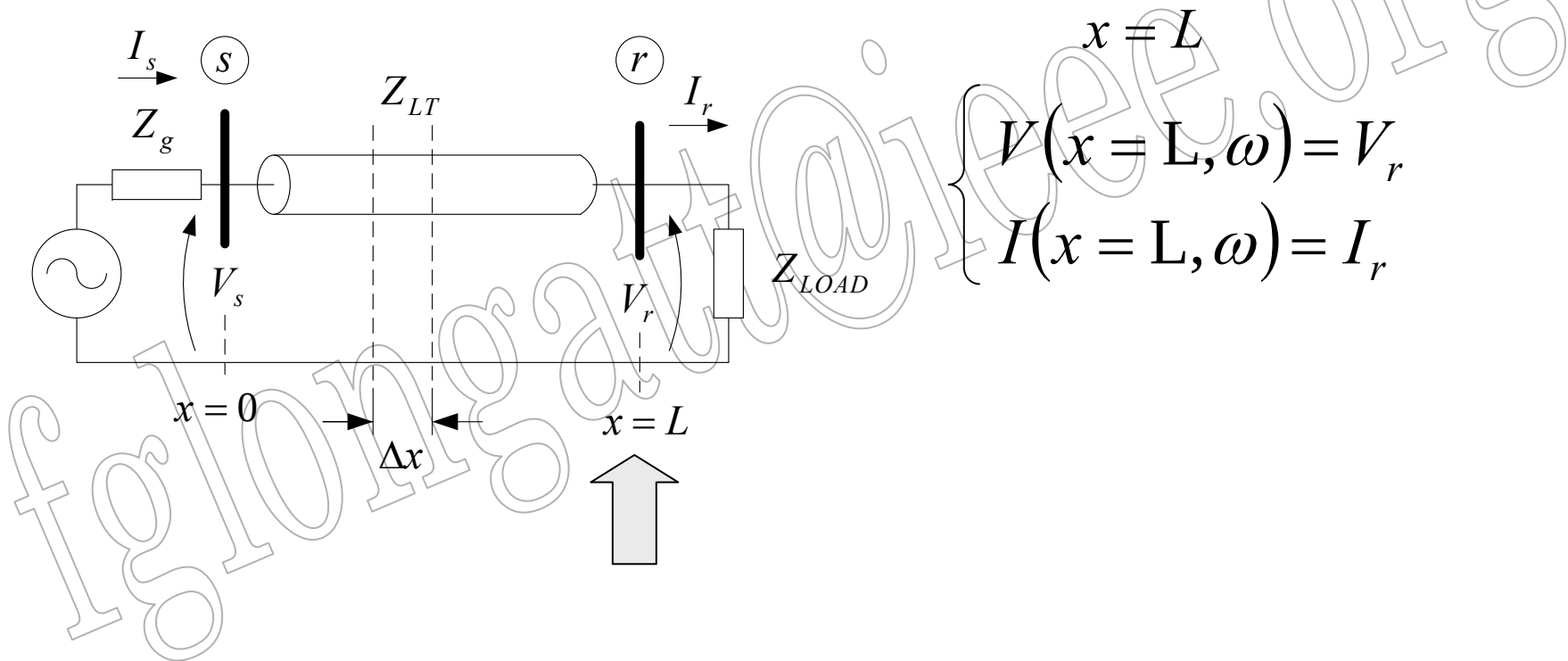
$x = 0$

$$\begin{cases} V(x = 0, \omega) = V_s \\ I(x = 0, \omega) = I_s \end{cases}$$



8. Lineas Largas

- En la posición $x = L$, se trata de las condiciones de tensión y corriente del extremo de recepción..



8. Lineas Largas

- Si primeramente se sustituyen las condiciones del terminal de envío de la línea de transmisión; en las soluciones de tensión y corriente se tiene:

$$\begin{cases} V(x=0, \omega) = V_s = A_1 + A_2 \\ I(x=0, \omega) = I_s = \frac{1}{Z_o} (A_1 - A_2) \end{cases}$$

- de donde se establece un sistema de dos ecuaciones lineales con dos incógnitas A_1 , y A_2 .

8. Lineas Largas

$$\begin{cases} V(x=0, \omega) = V_s = A_1 + A_2 \\ I(x=0, \omega) = I_s = \frac{1}{Z_o}(A_1 - A_2) \end{cases}$$

- Resolviendo se tiene:

$$A_1 = \frac{(V_s + Z_o I_s)}{2}$$

$$A_2 = \frac{(V_s - Z_o I_s)}{2}$$

8. Lineas Largas

- Sustituyendo se tiene que las soluciones son:

$$\begin{cases} I(x, \omega) = \frac{1}{Z_o} \left(\frac{(V_s + Z_o I_s)}{2} e^{-\gamma x} - \frac{(V_s - Z_o I_s)}{2} e^{\gamma x} \right) \\ V(x, \omega) = \frac{(V_s + Z_o I_s)}{2} e^{-\gamma x} + \frac{(V_s - Z_o I_s)}{2} e^{\gamma x} \end{cases}$$

- Estas ecuaciones permite calcular los parámetros tensión y corriente en la línea de transmisión, en función de los parámetros del extremo de envío.

8. Lineas Largas

- Por otra parte, frecuentemente resulta necesario determinar la tensión y la corriente en la línea conocidos los parámetros del extremo de recepción, para ello se puede emplear las condiciones terminales del extremo de recepción y se sustituyen en las soluciones de tensión y corriente.

8. Lineas Largas

$$\left. \begin{aligned} V(x=L, \omega) &= V_r = A_1 e^{-\gamma L} + A_2 e^{\gamma L} \\ I(x=L, \omega) &= I_r = \frac{1}{Z_0} (A_1 e^{-\gamma L} - A_2 e^{\gamma L}) \end{aligned} \right\} \begin{cases} A_1 = \frac{(V_r + Z_0 I_r)}{2} e^{\gamma L} \\ A_2 = \frac{(V_r - Z_0 I_r)}{2} e^{-\gamma L} \end{cases}$$

$$\left\{ \begin{aligned} V(x, \omega) &= \frac{(V_r + Z_0 I_r)}{2} e^{-\gamma(L-x)} + \frac{(V_r - Z_0 I_r)}{2} e^{\gamma(L-x)} \\ I(x, \omega) &= \frac{1}{Z_0} \left(\frac{(V_r + Z_0 I_r)}{2} e^{-\gamma(L-x)} - \frac{(V_r - Z_0 I_r)}{2} e^{\gamma(L-x)} \right) \end{aligned} \right.$$

- Estas expresiones son las que permite conocidos los parámetros del extremo receptor determinar la tensión y la corriente en la línea.

9. Ecuaciones de Línea Larga en Forma Hiperbólica

- Considere las soluciones de tensión y corriente de las ecuaciones características de la línea de transmisión, considerando operación ante ondas armónicas de frecuencia constantes; ya además se supone que los parámetros de envío son conocidos.

$$\left\{ \begin{array}{l} V(x, \omega) = \frac{(V_s + Z_o I_s)}{2} e^{-\gamma x} + \frac{(V_s - Z_o I_s)}{2} e^{\gamma x} \\ I(x, \omega) = \frac{1}{Z_o} \left(\frac{(V_s + Z_o I_s)}{2} e^{-\gamma x} - \frac{(V_s - Z_o I_s)}{2} e^{\gamma x} \right) \end{array} \right.$$

9. Ecuaciones de Línea Larga en Forma Hiperbólica

- A estas ecuaciones se le realiza un simple desarrollo matemático se tiene:

$$\left\{ \begin{array}{l} V(x, \omega) = V_s \frac{(e^{-\gamma x} + e^{\gamma x})}{2} + Z_o I_s \frac{(e^{-\gamma x} - e^{\gamma x})}{2} \\ I(x, \omega) = \frac{1}{Z_o} \left(V_s \frac{(e^{-\gamma x} - e^{\gamma x})}{2} - Z_o I_s \frac{(e^{\gamma x} - e^{-\gamma x})}{2} e^{\gamma x} \right) \end{array} \right.$$

- Ahora bien, si se considera la propiedad matemática que relaciona los exponenciales en función de expresiones hiperbólicas; resulta sumamente útil, para calcular la corriente y la tensión en la línea.

9. Ecuaciones de Línea Larga en Forma Hiperbólica

$$\sinh(\gamma x) = \frac{e^{\gamma x} - e^{-\gamma x}}{2}$$

$$\cosh(\gamma x) = \frac{e^{\gamma x} + e^{-\gamma x}}{2}$$

$$\begin{cases} V(x, \omega) = V_s \cosh(\gamma x) - Z_0 I_s \sinh(\gamma x) \\ I(x, \omega) = -\frac{V_s}{Z_0} \sinh(\gamma x) + I_s \cosh(\gamma x) \end{cases}$$

9. Ecuaciones de Línea Larga en Forma Hiperbólica

- Un desarrollo semejante puede ser realizado para las ecuaciones de tensión y corriente de la línea, pero en función de los parámetros de recepción (V_r e I_r).

$$\left\{ \begin{array}{l} I(x, \omega) = -\frac{V_r}{Z_0} \sinh(\gamma(L-x)) + I_r \cosh(\gamma(L-x)) \\ V(x, \omega) = V_r \cosh(\gamma(L-x)) - Z_0 I_r \sinh(\gamma(L-x)) \end{array} \right.$$

9. Ecuaciones de Línea Larga en Forma Hiperbólica

$$\left\{ \begin{array}{l} I(x, \omega) = -\frac{V_r}{Z_0} \sinh(\gamma(L-x)) + I_r \cosh(\gamma(L-x)) \\ V(x, \omega) = V_r \cosh(\gamma(L-x)) - Z_0 I_r \sinh(\gamma(L-x)) \end{array} \right.$$

- Ahora bien el conjunto de ecuaciones de tensión y corriente pueden ser expresadas en forma más compacta con el uso de la notación matricial.

$$\begin{bmatrix} V(x, \omega) \\ I(x, \omega) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cosh(\gamma x) & -Z_0 \sinh(\gamma x) \\ -\frac{\sinh(\gamma x)}{Z_0} & \cosh(\gamma x) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_s \\ I_s \end{bmatrix}$$

9. Ecuaciones de Línea Larga en Forma Hiperbólica

- En el caso de que las condiciones del *extremo de recepción* sean conocidos el juego de ecuaciones de tensión y corriente resultan:

$$\begin{bmatrix} V(x, \omega) \\ I(x, \omega) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cosh(\gamma(L-x)) & -Z_0 \sinh(\gamma(L-x)) \\ -\frac{\sinh(\gamma(L-x))}{Z_0} & \cosh(\gamma(L-x)) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_r \\ I_r \end{bmatrix}$$

9. Ecuaciones de Línea Larga en Forma Hiperbólica

- En condiciones normales de operación es muy común el interés sobre las cantidades en los extremos de la línea; de modo que si se sustituyen en las ecuaciones las condiciones del extremo de recepción $x = L$.

$$\begin{aligned} V(x = L, \omega) &= V_r \\ I(x = L, \omega) &= I_r \end{aligned} \quad \begin{bmatrix} V_r \\ I_r \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cosh(\gamma L) & -Z_0 \sinh(\gamma L) \\ -\frac{\sinh(\gamma L)}{Z_0} & \cosh(\gamma L) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_s \\ I_s \end{bmatrix}$$

9. Ecuaciones de Línea Larga en Forma Hiperbólica

- Por otro lado si se realiza la misma suposición en el extremo de envío, $x = 0$, se tiene:

$$\begin{aligned} V(x=0, \omega) &= V_s \\ I(x=0, \omega) &= I_s \end{aligned} \quad \begin{bmatrix} V_s \\ I_s \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cosh(\gamma L) & -Z_0 \sinh(\gamma L) \\ \frac{\sinh(\gamma L)}{Z_0} & \cosh(\gamma L) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_r \\ I_r \end{bmatrix}$$

9. Ecuaciones de Línea Larga en Forma Hiperbólica

- Estos valores matriciales expresados en forma compacta con funciones hiperbólicas; permiten establecer las *constantes generalizadas* de la línea.

$$\begin{bmatrix} V_s \\ I_s \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A & B \\ C & D \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_r \\ I_r \end{bmatrix}$$

$$A = D = \cosh(\gamma L)$$

$$B = Z_0 \sinh(\gamma L)$$

$$C = \frac{1}{Z_0} \sinh(\gamma L)$$

10. Ecu. LT Larga en el Domino del Tiempo, con señales armónicas

- Para comprender un poco mejor la *teoría de onda viajera*; recuérdese el hecho de que las soluciones de tensión y corriente provienen de resolver la ecuación que corresponde a la ecuación diferencial parcial de segundo orden.

$$\frac{\partial^2 V(x, \omega)}{\partial x^2} - ZYV(x, \omega) = 0$$

$$V(x, \omega) = A_1 e^{-\gamma x} + A_2 e^{\gamma x}$$

10. Ecu. LT Larga en el Domino del Tiempo, con señales armónicas

$$V(x, \omega) = A_1 e^{-\gamma x} + A_2 e^{\gamma x}$$

- Se reconoce que A_1 y A_2 , son cantidades complejas que pueden ser escritas en forma polar.

$$\begin{cases} A_1 = |A_1| e^{j\omega t} \\ A_2 = |A_2| e^{j\omega t} \end{cases}$$

- Ahora bien, si se sustituye el hecho de que la impedancia características Z_0 y la constante de propagación, son cantidades complejas.

$$\gamma = \alpha + j\beta$$

$$Z_0 = |Z_0| e^{j\psi}$$

10. Ecu. LT Larga en el Domino del Tiempo, con señales armónicas

- Si estas definiciones en forma exponencial se sustituyen en la solución general de la ecuación.

$$V(x,t) = |A_1| e^{j\omega t} e^{-\alpha x} e^{-j\beta x} + |A_2| e^{j\omega t} e^{\alpha x} e^{j\beta x}$$

$$V(x,t) = |A_1| e^{j\psi} e^{-\alpha x} e^{j(\omega t - \beta x)} + |A_2| e^{\alpha x} e^{j(\omega t + \beta x)}$$

- De modo semejante

$$I(x,t) = \frac{|A_1|}{|Z_0|} e^{-\alpha x} e^{j(\omega t - \beta x - \psi)} - \frac{|A_2|}{|Z_0|} e^{\alpha x} e^{j(\omega t + \beta x - \psi)}$$

$$I(x,t) = \frac{|A_1|}{|Z_0|} e^{-j\psi} e^{-\alpha x} e^{j(\omega t - \beta x)} - \frac{|A_2|}{|Z_0|} e^{-j\psi} e^{\alpha x} e^{j(\omega t + \beta x)}$$

10. Ecu. LT Larga en el Domino del Tiempo, con señales armónicas

- Si se toma la forma de los valores momentáneos de las expresiones anteriores resulta:

$$\left\{ \begin{array}{l} V(x,t) = |A_1|e^{-\alpha x} \text{sen}(\omega t - \beta x) + |A_2|e^{\alpha x} \text{sen}(\omega t + \beta x) \\ I(x,t) = \frac{|A_1|}{|Z_0|} e^{-\alpha x} \text{sen}(\omega t - \beta x - \psi) - \frac{|A_2|}{|Z_0|} e^{\alpha x} \text{sen}(\omega t + \beta x - \psi) \end{array} \right.$$

- Nótese que si se considera los argumentos de las funciones seno de las expresiones se evidencia que la tensión en la línea, $V(x,t)$, denota dos componentes u ondas viajeras cuya dirección puede ser fácilmente establecida.

10. Ecu. LT Larga en el Domino del Tiempo, con señales armónicas

- Si se toma la ecuación de la onda viajera de tensión y se considera que esta línea no tiene pérdidas primeramente para simplificar el análisis , se puede afirmar que esta constituida por la combinación lineal de dos funciones f_1 y f_2 :

$$V(x,t) = f_1(\omega t - \beta x) + f_2(\omega t + \beta x)$$

10. Ecu. LT Larga en el Domino del Tiempo, con señales armónicas

- Si se determina la tensión para un tiempo t_1 , esta tensión debe quedar determinada para una ubicación espacial x_1 .

$$V(x = x_1, t = t_1) = f_1(\omega t_1 - \beta x_1) + f_2(\omega t_1 + \beta x_1)$$

- y para un tiempo t_2 , tal que $t_2 > t_1$, se tiene:

$$V(x = x_2, t = t_2) = f_1(\omega t_2 - \beta x_2) + f_2(\omega t_2 + \beta x_2)$$

10. Ecu. LT Larga en el Domino del Tiempo, con señales armónicas

- Ahora bien, debido a que la línea se supuso sin pérdidas, y esta libre de distorsión, la forma de onda debe mantenerse.
- Ambas funciones tienen que ser iguales entre sí, lo cual se cumple solo para argumentos idénticos.
- De modo que tomando la función f_1 , se tiene:

$$\omega t_1 - \beta x_1 = \omega t_2 - \beta x_2$$

- Reagrupando los términos se tiene:

$$\omega(t_2 - t_1) = \beta(x_2 - x_1)$$

10. Ecu. LT Larga en el Domino del Tiempo, con señales armónicas

- Se supuso originalmente $t_2 > t_1$, de modo que $t_2 - t_1$ es positivo; de modo que para que el segundo término de la igualdad sea positivo, $x_2 - x_1 > 0$, se debe cumplir que $x_2 > x_1$, lo cual se logra solo si la onda en el tiempo se desplaza hacia el extremo de envío, este tipo de onda recibe el *nombre de onda progresiva u onda incidente*.

$$V(x,t) = \underbrace{f_1(\omega t - \beta x)}_{\text{Progresiva}} + f_2(\omega t + \beta x)$$

10. Ecu. LT Larga en el Domino del Tiempo, con señales armónicas

- De forma análoga para la *onda regresiva o reflejada* se cumple:

$$\omega t_1 + \beta x_1 = \omega t_2 + \beta x_2$$

$$\omega(t_2 - t_1) = \beta(x_1 - x_2)$$

- para que sea positivo, $x_1 - x_2 > 0$, se debe cumplir que $x_1 > x_2$, lo cual se logra solo si la onda en el tiempo se desplaza hacia el extremo de recepción.

$$V(x, t) = f_1(\omega t - \beta x) + \underbrace{f_2(\omega t + \beta x)}_{\text{Reflejada}}$$

10. Ecu. LT Larga en el Domino del Tiempo, con señales armónicas

- Se puede generalizar para cualquier línea de transmisión entonces que la solución de tensión y corriente están constituidas por dos ondas, una incidente y una reflejada (subíndice P ; progresiva, R ; reflejada):

$$\begin{cases} V(x,t) = V_P + V_R \\ I(x,t) = I_P + I_R \end{cases}$$

- donde V_P y V_R , son las onda de tensión incidente y reflejada respectivamente e I_P e I_R , las misma notación para las ondas de corriente.

10. Ecu. LT Larga en el Domino del Tiempo, con señales armónicas

- Se puede demostrar fácilmente que estas relaciones de ondas cumplen con un símil de la ley de Ohm para ondas.

$$I(x,t) = \frac{V_P - V_R}{Z_0}$$

- Resultando:

$$I_P = \frac{V_P}{Z_0}$$

$$I_R = -\frac{V_R}{Z_0}$$

11. Velocidad de Fase

- Las soluciones de tensión y corriente como ya se ha mencionado y demostrado poseen una dependencia del espacio y del tiempo.

$$V(x, t) = f_1(\omega t - \beta x) + f_2(\omega t + \beta x)$$

- Si se considera solo el comportamiento de la onda reflejada o regresiva y se afirman que ambos puntos están en concordancia de fase, pues ambos presentan la misma condición. Entonces la velocidad de propagación depende de ω ; y β , y queda definida como:

$$\omega t + \beta x = \text{const.}$$

11. Velocidad de Fase

$$\omega dt + \beta dx = 0$$

$$\frac{dt}{dx} = \frac{\omega}{\beta} = V_f = \frac{x_2 - x_1}{t_2 - t_1}$$

- En definitiva la *velocidad de fase* resulta ser:

$$V_f = \frac{\omega}{\beta}$$

11. Velocidad de Fase

- Es importante mencionar que aunque la velocidad con que se propaga una onda en la línea de transmisión es de un valor alto, la *velocidad de propagación es finita*.
- En los casos en que la longitud de las líneas aéreas supera los 500 Km. o 250 Km. en el caso de los cables, esta velocidad finita de propagación de las ondas *puede perturbar seriamente la transmisión de energía, y a las cargas conectadas en el extremo de recepción* (motores, transformadores, líneas, etc.).

11. Velocidad de Fase

- Si se considera una línea de 2500 Km de longitud, el tiempo requerido para que un viaje desde el extremo de envío hasta el de recepción (considerando propagación a la velocidad de la luz 300.000 km/seg), es:

$$t_{\text{viaje}} = \frac{2500 \text{ km}}{300.000 \frac{\text{km}}{\text{sec}}} = 8.33 \text{ m sec}$$

- El tiempo de viaje de la onda casualmente coincide con un semiperíodo en un sistema que opera a 60 Hz ($T = 16.6 \text{ msec}$), con lo cual en el extremo de recepción de la línea la tensión denota 180° del extremo de envío. Si el defasaje entre estas tensiones llega o excede a los 90° , entonces es factible que se presente peligrosas *sobretensiones por resonancia*.

11. Velocidad de Fase

- En el caso de la línea de transmisión sin pérdidas la velocidad de propagación de las ondas se simplifica notablemente.

$$V_f = \frac{1}{\sqrt{LC}}$$
$$V_f = \frac{1}{\sqrt{\mu_0 \mu_r} \sqrt{\epsilon_0 \epsilon_r}} \left\{ \begin{array}{l} \mu_0 = 4\pi \times 10^{-4} \frac{\text{Henrio}}{\text{km}} \\ \epsilon_0 = \frac{1}{36\pi} \times 10^{-6} \frac{\text{Faradio}}{\text{km}} \end{array} \right. \Rightarrow V_f = \frac{300.000}{\sqrt{\mu_r \epsilon_r}}$$

11. Velocidad de Fase

- Se puede realizar la aproximación de que $\mu_r = 1$, ya que los materiales ferromagnéticos con la influencia del campo homónimo no desempeñan un papel importante ni para la línea de transmisión aérea ni para el cable.
- Por otra parte la permitividad ϵ_r se refiere, se puede suponer también $\epsilon_r = 1$ para las líneas aéreas y $\epsilon_r = 4$ para los cables con aislamiento a base de papel impregnado en aceite

11. Velocidad de Fase

- En resumen:

$$\left\{ \begin{array}{ll} V_f = 300 \frac{m}{\mu sec} & \text{Lineas de Transmisión Aéreas} \\ V_f = 150 \frac{m}{\mu sec} & \text{Cables} \end{array} \right.$$

12. Longitud de Onda o Período Espacial

- Las magnitudes β y ω , permiten el calculo de la velocidad de propagación, lo cual representan la variación de la fase en el espacio.
- Pero otro aspecto fundamental de onda viajera, es su *período temporal* (τ), el cual para una onda armónica en el tiempo se define como:

$$\tau = \frac{2\pi}{\omega}$$

- y el *período espacial o longitud de onda* (λ), es la distancia a lo largo de la línea, que entre dos puntos de una onda difieren en fase 360° .

12. Longitud de Onda o Período Espacial

- El *período espacial o longitud de onda* (λ), es la distancia a lo largo de la línea, que entre dos puntos de una onda difieren en fase 360° .

$$\lambda = \frac{2\pi}{\beta}$$

- A la frecuencia de 60 Hz, la longitud de onda es aproximadamente 3000 millas.
- En el caso de una *línea sin pérdida la longitud de onda* se simplifica notablemente

$$\lambda = \frac{2\pi}{\omega\sqrt{LC}}$$

12. Longitud de Onda o Período Espacial

- La *longitud de onda disminuye al aumentar la frecuencia de operación de la línea.*
- Para, la longitud de la línea es casualmente un cuarto de la longitud de onda.
- De la relación anterior se puede derivar ahora la *frecuencia oscilatoria de la línea.*
- Este nombre obedece a que la línea oscila libremente con un cuarto de la longitud de onda, una vez que se desconecta el extremo de transmisión y se conecta a tierra el receptor.

12. Longitud de Onda o Período Espacial

$$f = \frac{1}{4L\sqrt{LC}}$$

- Esta frecuencia oscilatoria desempeña un papel importante en la determinación de la *tensión de recuperación o restablecimiento* de los interruptores de potencia, cuando se debe despejar una falla por cortocircuito en la línea.

12. Longitud de Onda o Período Espacial

- En el caso la longitud de la línea se hace la mitad de la longitud de onda.
- La onda estacionaria que se obtiene al conectar a tierra ambos extremos de la línea es igualmente una oscilación libre.
- La velocidad de propagación (V_f), puede ser relacionado con la longitud de onda solo multiplicando por la frecuencia (f).

$$V_f = f\lambda$$

13. Potencia Natural

- Cuando la línea de transmisión termina en el extremo de recepción en una impedancia diferente a la impedancia característica (Z_0), se observa la presencia de ondas reflejadas; estas ondas sobrecargan innecesariamente a la línea, y las pérdidas en la misma aumentan.
- Es por ello que se insiste en la necesidad de suprimir las ondas reflejadas, mediante *la instalación de una impedancia de carga en magnitud y fase igual a la impedancia característica de la línea.*

13. Potencia Natural

$$\frac{V_r}{I_r} = Z_{LOAD} = Z_0$$

- Con esta condición terminal impuesta, se puede deducir fácilmente que las expresiones de la tensión y la corriente en la línea se simplifican enormemente:

$$\begin{cases} V(x,t) = |A_1| \text{sen}(\omega t - \beta x) \\ I(x,t) = \frac{|A_1|}{Z_0} \text{sen}(\omega t - \beta x) \end{cases}$$

13. Potencia Natural

- Donde estas expresiones demuestran que con esta condición terminal solo existen ondas incidentes o progresivas no amortiguadas.
- En el caso que la condición terminal cambie, se puede demostrar que a mayor diferencia entre la impedancia de la línea y la de carga, mayor aun será la presencia de ondas estacionarias en el sistema.
- En cambio, cuando ambas impedancias son iguales, entre sí, se tiene la circulación de intensidad de corriente natural de la línea ($I_{natural}$),

13. Potencia Natural

$$I_r = \frac{V_r}{Z_{LOAD}} = \frac{V_r}{Z_0} = I_{natural}$$

- La potencia natural que se puede transmitir por la línea resulta:

$$P_{natural} = \frac{V_r^2}{Z_0}$$

- Es importante mencionar que en condiciones antes mencionada, la relación V_r/I_r es constante en toda la línea e igual $V(x,t)/I(x,t)=Z_0$.
- Desde cualquier punto que se vea la línea, esta parecerá infinitamente larga, debido a que no habrá ondas reflejadas en la línea; y de igual modo el defasaje entre la tensión $V(x,t)$ y la corriente $I(x,t)$ será siempre también igual en todas partes.

13. Potencia Natural

- Si la potencia que se transmite por la línea, P_r , es mayor que la potencia natural de la misma ($P_r > P_{natural}$), entonces la línea se comporta como una carga inductiva
- En caso contrario, ($P_r < P_{natural}$), como carga capacitiva.

13. Potencia Natural

- En los sistemas de transmisión reales el comportamiento de la carga varía, de modo que la impedancia de carga cambia constantemente, razón por la cual resulta difícil llevar a cabo el acoplamiento ideal de la línea.
- Es por esta razón que en la práctica se procede a compensar reactivamente al régimen de carga de la línea de transmisión, conectando y desconectando inductancias (reactores) y bancos de capacitores en ambos extremos del sistema de transmisión; y modernamente se ha incorporado el denominado SVS.

13. Potencia Natural

- El denominado SVS, Sistema de Compensación Estática (*Static VAR System*), que permite inyectar al sistema de transmisión en forma controlada reactivos inductivos a capacitivos.
- En el caso del sistema de transmisión venezolano, existen instalados SVS en las subestaciones La Horqueta y San Gerónimo de 765 kV de la empresa EDELCA, los cuales permiten un margen de regulación de 280 MVAR inductivos a 300 MVAR capacitivos.

13. Potencia Natural

Capacidad de Transmisión en Líneas de Transmisión por Nivel de Tensión

<i>Tensión (kV)</i>	69	115	230	400	800
<i>Impedancia Z (Ω)</i>	400	375	375	250	260
<i>Potencia Natural (MVA)</i>	12	35	140	640	2460

14. Longitud Crítica

- En el caso de las líneas muy largas se pueden denotar incrementos de tensión muy peligrosos (*sobretensiones*).
- Especialmente en el caso en que la longitud de la línea es un cuarto de la longitud de onda, en cuyo caso se denomina *longitud crítica* ($L_{\text{crítica}}$).

$$L_{\text{crítica}} = \frac{\lambda}{4} = \frac{\pi}{2\beta}$$

14. Longitud Crítica

- En el caso particular de que la línea de transmisión no posee pérdidas asociadas ($\alpha = 0$), entonces la constante de fase se transforma en $\beta = \omega\sqrt{LC}$, de modo que la longitud crítica para esta línea puede ser calculada más fácilmente:

$$L_{crítica} = \frac{\pi}{2\omega\sqrt{LC}}$$

- Teóricamente, la línea sin pérdidas no posee atenuación para las ondas viajeras, de modo que teóricamente *se establece una tensión infinita, cuando la longitud de la misma alcanza el valor crítico.*

14. Longitud Critica

- Las perdidas que son inevitables en los sistemas de transmisión, establecen una relación de 1:10 a 1:15, lo cual es bastante considerable y peligroso, en particular en líneas de extra y ultra alta tensión.
- La operación en vacío de estas líneas de transmisión amerita, por consiguiente, suma atención.

$$\mu_0 = 4\pi \times 10^{-4} \frac{\text{Henrio}}{\text{Km}}$$
$$\epsilon_0 = \frac{1}{36\pi} \times 10^{-6} \frac{\text{Faradio}}{\text{Km}}$$

$$L_{\text{crítico}} = \frac{3}{4f} \times 10^5 \times \frac{1}{\sqrt{\epsilon_r \mu_r}}$$

14. Longitud Critica

$$L_{crítico} = \frac{3}{4f} \times 10^5 \times \frac{1}{\sqrt{\epsilon_r \mu_r}}$$

- En el caso de una frecuencia de operación de 60 Hz, la longitud crítica de la asciende a 1250 Km. (y a 1500 Km. para el caso de 50 Hz), en el caso de líneas de transmisión aéreas ($\epsilon_r = \mu_r = 1$).
- En el caso de los cables, estos poseen dieléctrico muy diferentes ($\epsilon_r = 3...5$), la longitud crítica para estos, a una frecuencia de explotación de 60Hz, oscila entre 560 y 720 Km.

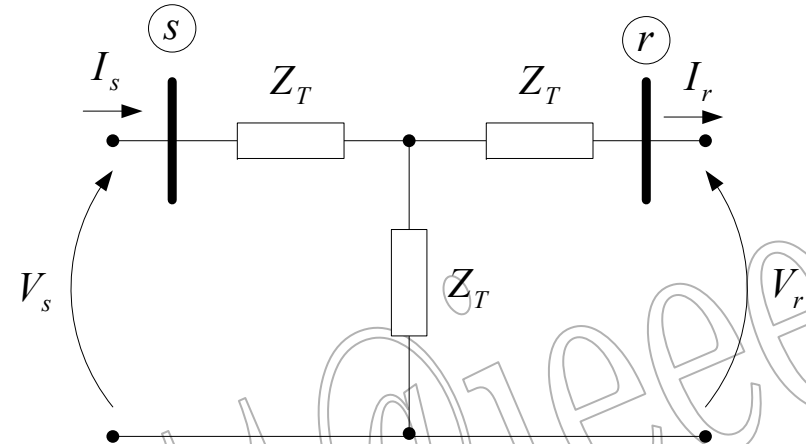
15. Modelos Equivalentes en T y Π , Exactos para Líneas Largas

- Las soluciones de las ecuaciones características para tensión y corriente en la línea de transmisión, *si bien son válidas desde el punto de vista matemático*, tienen el inconveniente que *no poseen directamente una interpretación circuital*; que permita visualizar la relación entre los parámetros eléctricos terminales de la línea.

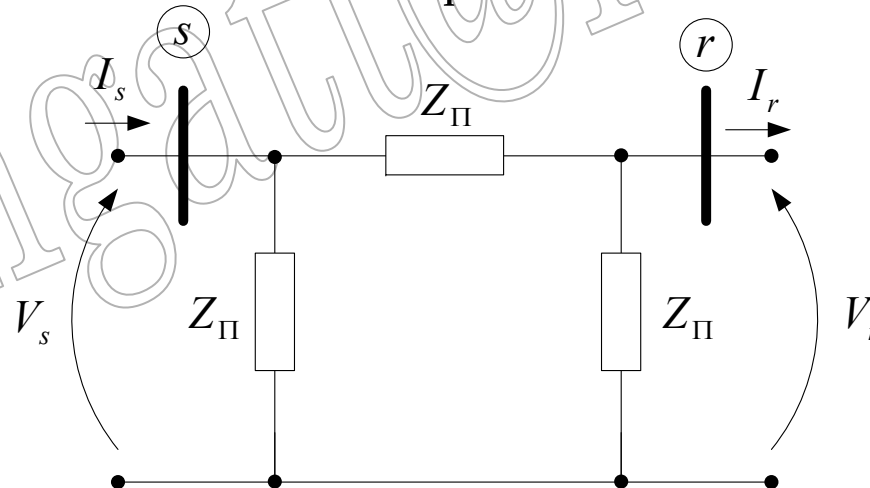
15. Modelos Equivalentes en T y Π , Exactos para Líneas Largas

- En la idea, se construye un equivalente circuital para las ecuaciones, se crean los circuitos o modelos equivalentes; de modo que en base a las ecuaciones antes determinadas permitan numéricamente el cálculo de parámetros terminales de la línea.
- Los circuitos equivalente básicos de mayor utilización por su simetría y simplicidad por el número de elementos, son el circuito equivalente en T y el Π .

15. Modelos Equivalentes en T y Π , Exactos para Líneas Largas



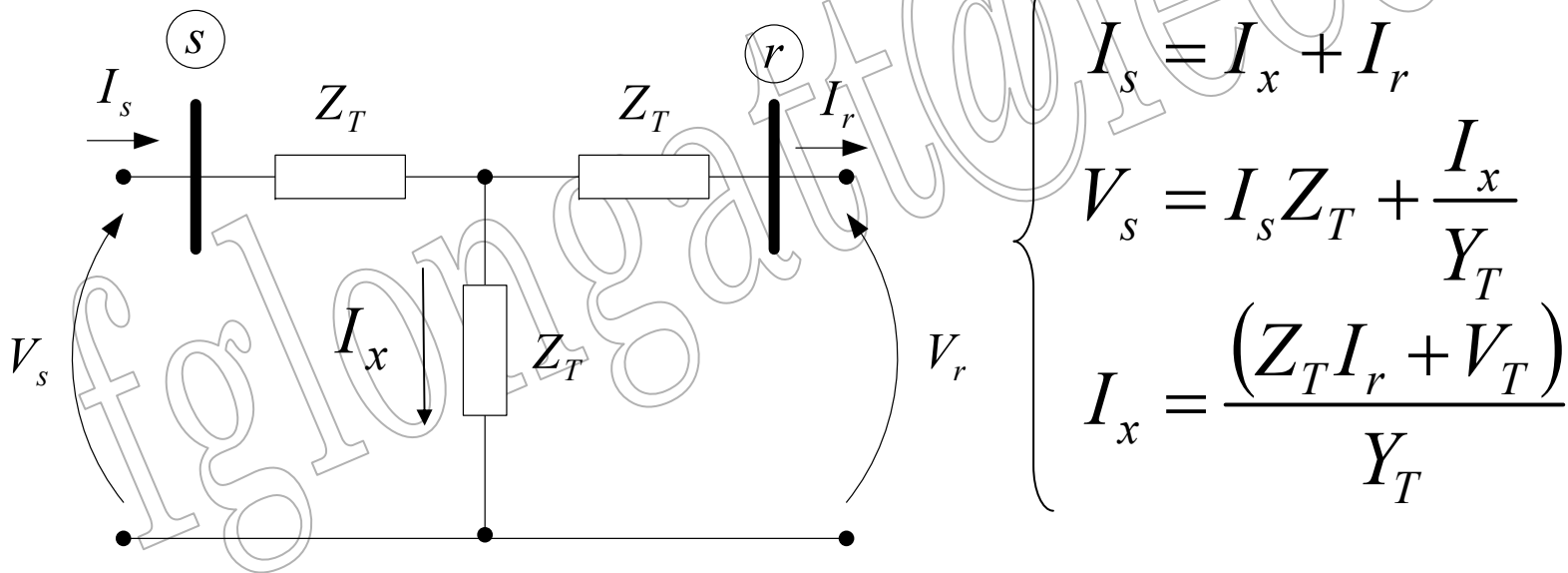
Modelo Equivalente T



Modelo Equivalente Π

15. Modelos Equivalentes en T y Π , Exactos para Líneas Largas

- Si inicialmente se tome el *circuito equivalente T*, y se procede a aplicar las ecuaciones de Kicrhoff; donde se supone que en nodo ficticio de las ramas del modelo se supone una corriente I_x , se tiene:



15. Modelos Equivalentes en T y Π , Exactos para Líneas Largas

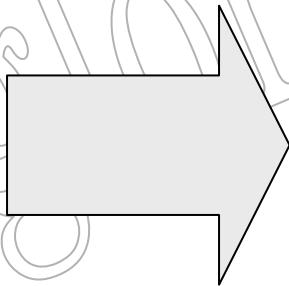
- Realizando las operaciones adecuadas de las ecuaciones se puede reducir estas ecuaciones un sistema matricial.

$$\begin{bmatrix} V_s \\ I_s \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 + Z_T Y_T & Z_T (2 + Z_T Y_T) \\ Y_T & 1 + Z_T Y_T \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_r \\ I_r \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} V_s \\ I_s \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cosh(\gamma L) & Z_0 \sinh(\gamma L) \\ \frac{\sinh(\gamma L)}{Z_0} & \cosh(\gamma L) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_r \\ I_r \end{bmatrix}$$

15. Modelos Equivalentes en T y Π , Exactos para Líneas Largas

$$\left\{ \begin{array}{l} \begin{bmatrix} V_s \\ I_s \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 + Z_T Y_T & Z_T (2 + Z_T Y_T) \\ Y_T & 1 + Z_T Y_T \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_r \\ I_r \end{bmatrix} \\ \begin{bmatrix} V_s \\ I_s \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cosh(\gamma L) & Z_0 \sinh(\gamma L) \\ \frac{\sinh(\gamma L)}{Z_0} & \cosh(\gamma L) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_r \\ I_r \end{bmatrix} \end{array} \right.$$



$$1 + Z_T Y_T = \cosh(\gamma L)$$

$$Z_T (2 + Z_T Y_T) = Z_0 \sinh(\gamma L)$$

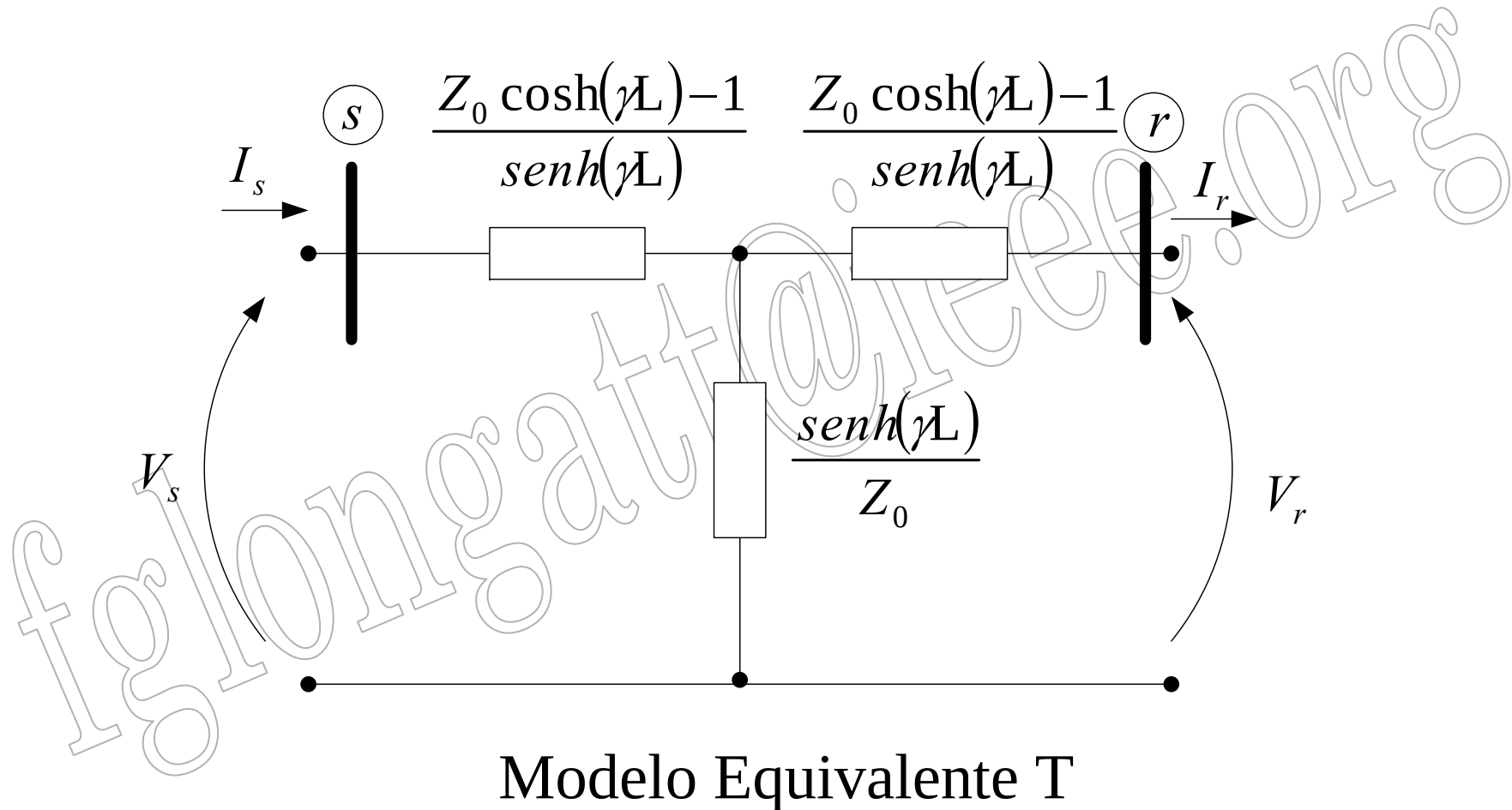
$$Y_T = \frac{\sinh(\gamma L)}{Z_0}$$

15. Modelos Equivalentes en T y Π , Exactos para Líneas Largas

- de aquí se pueden obtener fácilmente los valores de los elementos del modelo Y_T y Z_T , en función de los parámetros característicos de la línea γL y Z_0 .

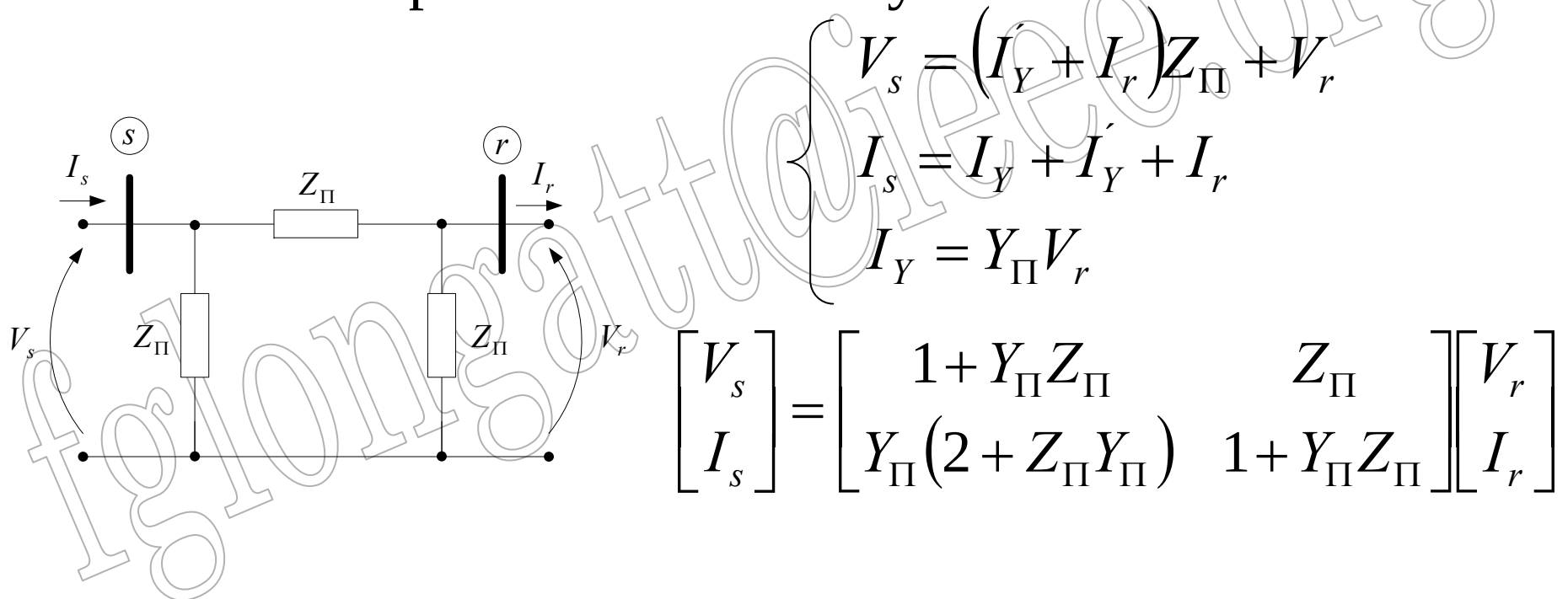
$$\left\{ \begin{array}{l} Z_T = \frac{Z_0 \cosh(\gamma L) - 1}{\sinh(\gamma L)} \\ Y_T = \frac{\sinh(\gamma L)}{Z_0} \end{array} \right.$$

15. Modelos Equivalentes en T y Π , Exactos para Líneas Largas



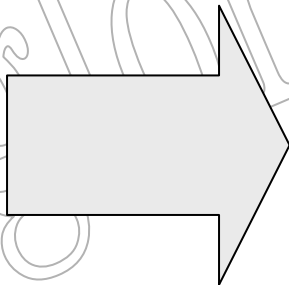
15. Modelos Equivalentes en T y Π , Exactos para Líneas Largas

- En el caso del circuito equivalente Π , se pueden plantear las ecuaciones que rigen el comportamiento del sistema por medio de las leyes de Kirchhoff.



15. Modelos Equivalentes en T y Π , Exactos para Líneas Largas

$$\left\{ \begin{array}{l} \begin{bmatrix} V_s \\ I_s \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 + Y_{\Pi} Z_{\Pi} & Z_{\Pi} \\ Y_{\Pi} (2 + Z_{\Pi} Y_{\Pi}) & 1 + Y_{\Pi} Z_{\Pi} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_r \\ I_r \end{bmatrix} \\ \begin{bmatrix} V_s \\ I_s \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cosh(\gamma L) & Z_0 \sinh(\gamma L) \\ \frac{\sinh(\gamma L)}{Z_0} & \cosh(\gamma L) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_r \\ I_r \end{bmatrix} \end{array} \right.$$



$$1 + Z_{\Pi} Y_{\Pi} = \cosh(\gamma L)$$

$$Z_{\Pi} = Z_0 \sinh(\gamma L)$$

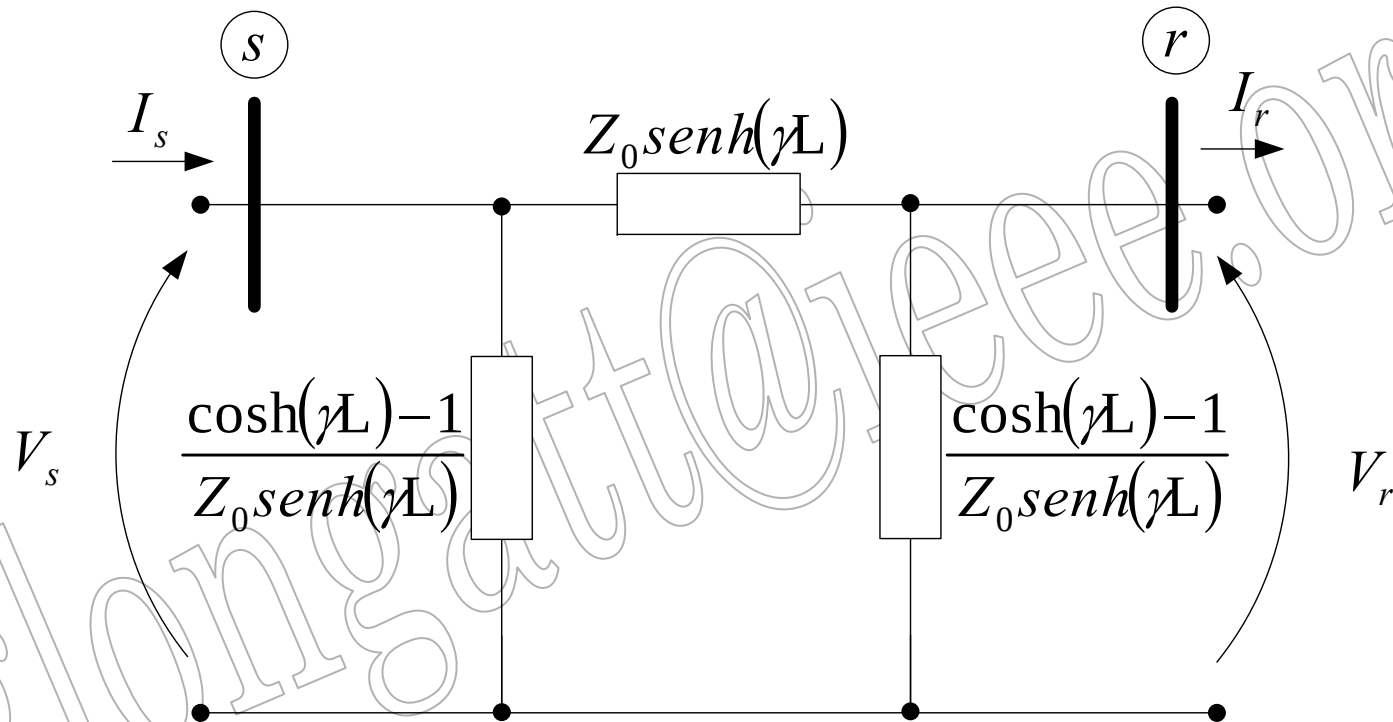
$$Y_{\Pi} (2 + Z_{\Pi} Y_{\Pi}) = \frac{\sinh(\gamma L)}{Z_0}$$

15. Modelos Equivalentes en T y Π , Exactos para Líneas Largas

- De estas ecuaciones se desprenden fácilmente los términos del modelo equivalente Π .

$$\begin{cases} Z_{\Pi} = Z_0 \sinh(\gamma L) \\ Y_{\Pi} = \frac{\cosh(\gamma L) - 1}{Z_0 \sinh(\gamma L)} \end{cases}$$

15. Modelos Equivalentes en T y Π , Exactos para Líneas Largas



Modelo Equivalente Π

15. Modelos Equivalentes en T y Π , Exactos para Líneas Largas

- Algunas transformaciones matemáticas resultan prácticas, respecto a los parámetros del modelo Π .

$$Z_{\Pi} = Z_0 \sinh(\gamma L) = \sqrt{\frac{Z}{Y}} \sinh(\gamma L)$$

$$Z_{\Pi} = ZL \frac{\sinh(\gamma L)}{\gamma L}$$

$$Z_{\Pi} = Z_{LT} \frac{\sinh(\gamma L)}{\gamma L}$$

$$Z_{LT} = ZL$$

15. Modelos Equivalentes en T y Π , Exactos para Líneas Largas

- Por otra parte, se conoce que:

$$Y_{\Pi} = \frac{\cosh(\gamma L) - 1}{Z_0 \sinh(\gamma L)} \Rightarrow \frac{\cosh(\gamma L) - 1}{\sinh(\gamma L)} = \tanh\left(\frac{\gamma L}{2}\right)$$

$$Y_{\Pi} = \frac{1}{Y_{LT}} \frac{\tanh\left(\frac{\gamma L}{2}\right)}{\gamma L} \quad Y_{\Pi} = \frac{1}{Z_0} \tanh\left(\frac{\gamma L}{2}\right)$$

16. Modelos Equivalentes Aproximados para Líneas Largas

- La solución de la ecuación característica de la línea, involucra el cálculo de funciones hiperbólicas con argumentos de álgebra compleja.
- Esto hace años involucraba la necesidad de realizar cálculos por medios de gráficas especialmente desarrolladas, o incluso el uso de computadoras.
- Hoy por hoy, el cálculo de las funciones hiperbólicas complejas aunque se ha hecho más sencillo, aun así en ocasiones su evaluación se hace tediosa.

16. Modelos Equivalentes Aproximados para Líneas Largas

- Un mecanismo elemental para subsanar los cálculos del álgebra compleja para funciones hiperbólicas; es el emplear el desarrollo de los senos y cosenos hiperbólicos de variable compleja en función de los senos y cosenos circulares e hiperbólicos de variable real.

$$\begin{aligned}\cos(\alpha L + j\beta L) &= \cosh(\alpha L)\cos(\beta L) + j\sinh(\alpha L)\sin(\beta L) \\ \sin(\alpha L + j\beta L) &= \sinh(\alpha L)\cos(\beta L) + j\cosh(\alpha L)\sin(\beta L)\end{aligned}$$

16. Modelos Equivalentes Aproximados para Líneas Largas

- Estas identidades matemáticas permiten el cálculo de las funciones hiperbólicas con argumentos complejos. La unida correcta de βL , es el radian que es la unidad encontrada al realizar el calculo de la parte imaginaria de γL .

$$\sinh(\alpha + j\beta) = \frac{e^{\alpha} e^{j\beta} - e^{-\alpha} e^{-j\beta}}{2} = \frac{1}{2} (e^{\alpha} \angle \beta - e^{-\alpha} \angle -\beta)$$

$$\cosh(\alpha + j\beta) = \frac{e^{\alpha} e^{j\beta} + e^{-\alpha} e^{-j\beta}}{2} = \frac{1}{2} (e^{\alpha} \angle \beta + e^{-\alpha} \angle -\beta)$$

16. Modelos Equivalentes Aproximados para Líneas Largas

- Ahora bien otro mecanismo, para el cálculo de las funciones hiperbólicas con argumento complejo, es el desarrollo de estas en series de Mclaurin

$$\cosh(\theta) = 1 + \frac{\theta^2}{2!} + \frac{\theta^4}{4!} + \frac{\theta^6}{6!} + \dots$$

$$\sinh(\theta) = \theta + \frac{\theta^3}{3!} + \frac{\theta^5}{5!} + \frac{\theta^7}{7!} + \dots$$

$$\cosh(\gamma L) \approx 1 + \frac{(\gamma L)^2}{2}$$

$$\sinh(\gamma L) \approx \gamma L$$

16. Modelos Equivalentes Aproximados para Líneas Largas

- Si se sustituye estas aproximaciones en las expresiones que determinan los parámetros del modelo se tiene

$$\left\{ \begin{array}{l} Z_T = \frac{Z_0 \cosh(\gamma L) - 1}{\sinh(\gamma L)} = \frac{Z}{2} L \\ Y_T = \frac{\sinh(\gamma L)}{Z_0} = YL \end{array} \right.$$

16. Modelos Equivalentes Aproximados para Líneas Largas

- Si se sustituye estas aproximaciones en las expresiones que determinan los parámetros del modelo se tiene

$$\left\{ \begin{array}{l} Z_{\Pi} = Z_0 \sinh(\gamma L) = Z_L \\ Y_{\Pi} = \frac{Z_0 \cosh(\gamma L) - 1}{\sinh(\gamma L)} = \frac{Y}{2} L \end{array} \right.$$

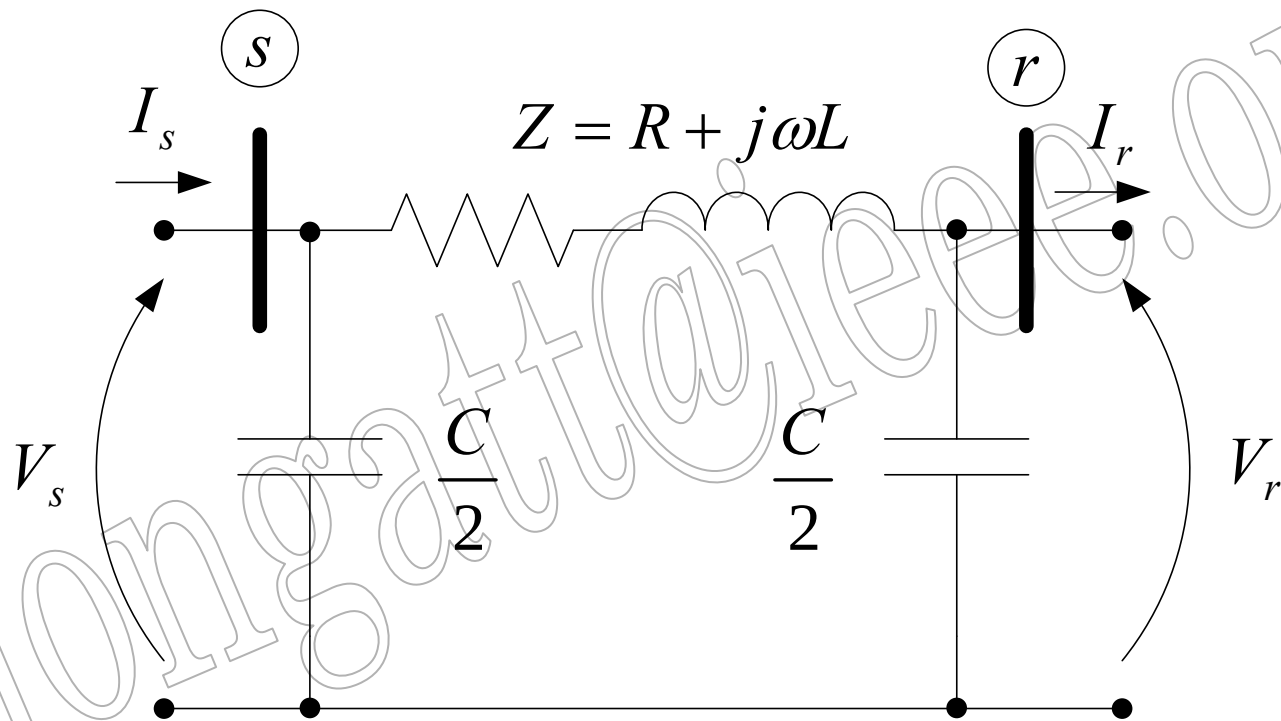
16. Modelos Equivalentes Aproximados para Líneas Largas

- Y a favor de la pérdida de exactitud en el uso de estas aproximaciones, se debe mencionar que en el cálculo de los parámetros de la línea, Z y Y , ya existe un error intrínseco en algunos supuestos que se relacionan; horizontalidad de los conductores sobre el plano de tierra, transposición perfecta, etc., lo cual aunque se empleen las expresiones más exactas afectan los resultados.
- En el caso que se empleen estas aproximaciones los modelos reciben el nombre de *modelos nominales* o *modelos aproximados*.

17. Modelo Línea Media

- En longitudes medias, la admitancia que se hace apreciables es de naturaleza capacitiva, y esta debe ser incluida en los cálculos.
- Aunque la capacitancia resulta apreciable, la longitud de la línea aun no es comparable con la longitud de onda, de modo que los tiempos de propagación son despreciables y se hace posible el uso de los parámetros concentrados para la construcción de un circuito equivalente para la línea.
- Si la admitancia total es dividida en dos partes iguales colocadas en los extremos del modelo, se construye un modelo Π .

17. Modelo Línea Media



Modelo Equivalente de una Línea Media

17. Modelo Línea Media

- Si se aplica la ley de corrientes de Kirchoff en el extremo de recepción se tiene:

$$\left\{ \begin{array}{l} V_s = \left(\frac{ZY}{2} + 1 \right) V_r + ZI_r \\ \frac{V_s - V_r}{Z} = V_r \frac{Y}{2} + I_r \end{array} \right.$$

- Al aplicar la ley de corrientes en el extremo de envío se logra:

$$\left\{ \begin{array}{l} I_s = \left(\frac{ZY}{4} + 1 \right) YV_r + I_r \\ I_s = V_s \frac{Y}{2} + V_r \frac{Y}{2} + I_r \end{array} \right.$$

17. Modelo Línea Media

- En forma matricial se puede deducir, los parámetros de envío en función de los parámetros de los extremos de recepción.

$$\begin{bmatrix} V_s \\ I_s \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \left(\frac{ZY}{2} + 1 \right) & Z \\ Y \left(1 + \frac{ZY}{4} \right) & \left(\frac{ZY}{2} + 1 \right) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_r \\ I_r \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} V_s \\ I_s \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A & B \\ C & D \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_r \\ I_r \end{bmatrix} \Rightarrow$$

$$A = D = \left(\frac{ZY}{2} + 1 \right)$$

$$B = Z$$

$$C = Y \left(1 + \frac{ZY}{4} \right)$$

17. Modelo Línea Media

$$\begin{bmatrix} V_s \\ I_s \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A & B \\ C & D \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_r \\ I_r \end{bmatrix}$$


$$\left\{ \begin{array}{l} A = D = \left(\frac{ZY}{2} + 1 \right) \\ B = Z \\ C = Y \left(1 + \frac{ZY}{4} \right) \end{array} \right.$$

17. Modelo Línea Media

- Es importante resaltar el hecho de que las constantes generalizadas, permite obtener relaciones muy simples para las tensiones y las corrientes.

$$\left\{ \begin{array}{l} I_r = \frac{AV_s - CI_s}{AD - BC} \\ V_r = \frac{DV_s - BI_s}{AD - BC} \end{array} \right.$$

17. Modelo Línea Media

$$\begin{bmatrix} V_r \\ I_r \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} D & -B \\ -C & A \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_s \\ I_s \end{bmatrix}$$

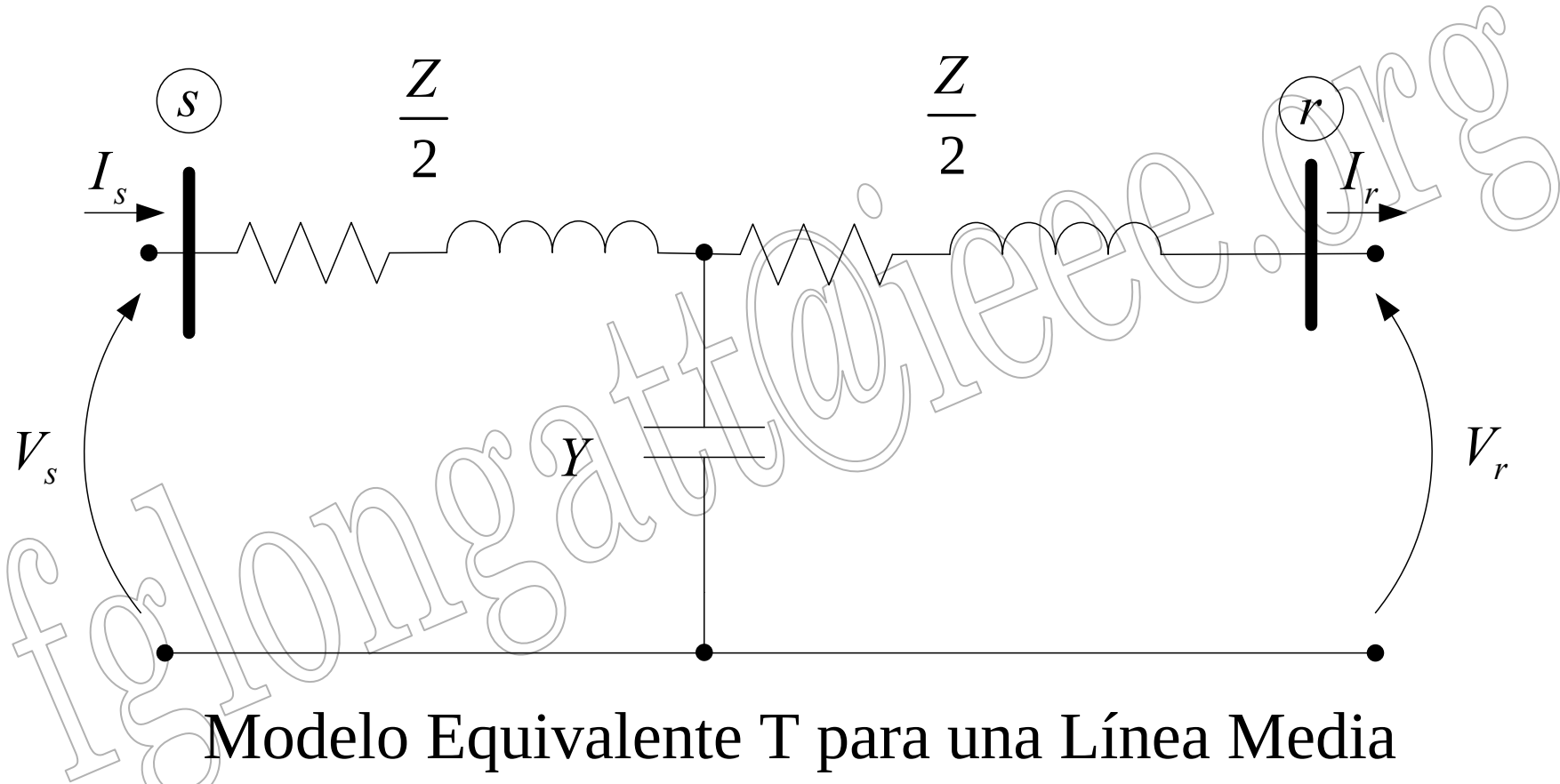
- Donde se cumple:

$$[T]^{-1} = \begin{bmatrix} D & -B \\ -C & A \end{bmatrix}$$

17. Modelo Línea Media

- Para el modelo T pueden deducirse ecuaciones semejantes.
- Solo que el modelo T supone todo el parámetro de admitancia concentrado en un punto medio del circuito equivalente; separando dos ramas cada una con la mitad de impedancia serie.
- El modelo Π o T, no representan la línea real, por lo que en los casos de duda sobre la longitud de la línea, es mejor emplear el modelo de la línea larga, que si bien agrega un poco de más de calculo, mejora la precisión.

17. Modelo Línea Media



Modelo Equivalente T para una Línea Media

17. Modelo Línea Media

- Los modelos Π o T *no son equivalentes como puede verse por la aplicación de las ecuación de transformación $Y-\Delta$ a cada uno de ellos.*

ELC-30714
Líneas de Transmisión I

Anexo 2.1
Parametro Capacitivo en LT
Ejercicios

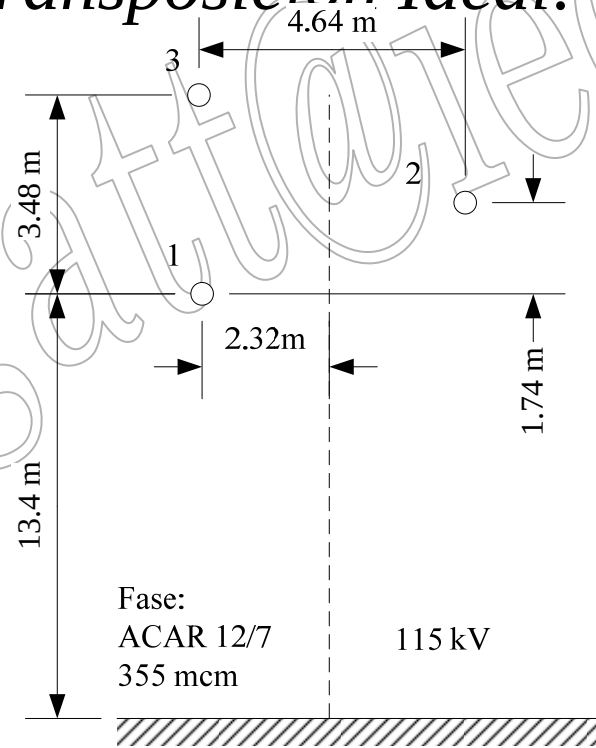
Prof. Francisco M. Gonzalez-Longatt

fglongatt@ieee.org

<http://www.giaelec.org/fglongatt/LT.htm>

Problema #1

- La figura siguiente corresponde a una LT típica de 115 kV, 60 Hz en Venezuela. Determinar el parámetro capacitivo (a) *Sin Transposición*. (b) Considerando *Transposición Ideal*.



Problema #1

- A partir de la geometría de la línea, se procede al calculo de la distancias y altura de los conductores (en metros):

$$d_{12} = 4.955 \quad d_{23} = 4.955 \quad d_{13} = 3.480$$

$$H_{12} = 28.91 \quad H_{23} = 32.35 \quad H_{13} = 30.28$$

$$H_{11} = 26.80 \quad H_{22} = 30.28 \quad H_{33} = 33.76$$

- Mientras que se conoce que el radio del conductor de 355 mcm ACAR 12/7 es:

$$r_f = 0.8675 \times 10^{-2} m$$

Problema #1

(a) Se procede al calculo de la *matriz de potenciales de Maxwell Sin Transposición*:

$$[B] = \begin{bmatrix} B_{11} & B_{12} & B_{13} \\ & B_{22} & B_{23} \\ & & B_{33} \end{bmatrix}_{3 \times 3}$$

$$B_{ii} = \ln \left(\frac{H_{ii}}{R_i} \right)$$

$$B_{ij} = \ln \left(\frac{H_{ij}}{d_{ij}} \right)$$

Problema #1

Sustituyendo distancias se tiene:

$$[B] = \begin{bmatrix} \ln\left(\frac{H_{11}}{R_1}\right) & \ln\left(\frac{H_{12}}{d_{12}}\right) & \ln\left(\frac{H_{13}}{d_{13}}\right) \\ \ln\left(\frac{H_{22}}{R_2}\right) & \ln\left(\frac{H_{23}}{d_{23}}\right) & \\ \ln\left(\frac{H_{33}}{R_3}\right) & & \end{bmatrix}_{3 \times 3}$$

Problema #1

$$[B] = \begin{bmatrix} \ln\left(\frac{H_{11}}{R_1}\right) & \ln\left(\frac{H_{12}}{d_{12}}\right) & \ln\left(\frac{H_{13}}{d_{13}}\right) \\ & \ln\left(\frac{H_{22}}{R_1}\right) & \ln\left(\frac{H_{23}}{d_{23}}\right) \\ & & \ln\left(\frac{H_{33}}{R_1}\right) \end{bmatrix}_{3 \times 3}$$

$$d_{12} = 4.955 \quad d_{23} = 4.955 \quad d_{13} = 3.480$$

$$H_{12} = 28.91 \quad H_{23} = 32.35 \quad H_{13} = 30.28$$

$$H_{11} = 26.80 \quad H_{22} = 30.28 \quad H_{33} = 33.76$$

$$R_1 = 0.8675 \times 10^{-2} m$$

Problema #1

$$[B] = \begin{bmatrix} \ln\left(\frac{26.80}{0.8675 \times 10^{-2}}\right) & \ln\left(\frac{28.91}{4.955}\right) & \ln\left(\frac{30.28}{3.480}\right) \\ \ln\left(\frac{20.28}{0.8675 \times 10^{-2}}\right) & \ln\left(\frac{32.35}{4.955}\right) & \ln\left(\frac{33.76}{0.8675 \times 10^{-2}}\right) \end{bmatrix}_{3 \times 3}$$

Problema #1

$$[B] = \begin{bmatrix} 8.035 & 1.764 & 2.163 \\ 1.764 & 8.158 & 1.876 \\ 2.163 & 1.876 & 8.267 \end{bmatrix}_{3 \times 3}$$

- Se calcula la matriz inversa:

$$([B])^{-1} = \begin{bmatrix} 63.91 & -10.53 & -14.34 \\ -10.53 & 61.75 & -11.26 \\ -14.34 & -11.26 & 62.44 \end{bmatrix} \frac{1}{464.04}$$

Problema #1

- La matriz admitancia Capacitiva resulta ser:

$$Y = j \begin{bmatrix} 28.87 & -4.76 & -6.48 \\ -4.76 & 27.90 & -5.10 \\ -6.48 & -5.10 & 28.21 \end{bmatrix} \times 10^{-10} \left[\frac{\text{Siemens}}{m} \right]$$

Problema #1

(b) Se procede al calculo de la *matriz de potenciales de Maxwell Con Transposición*:

$$[B]_{fg} = \begin{bmatrix} B_p & B_m & B_m \\ & B_p & B_m \\ & & B_p \end{bmatrix}_{3 \times 3}$$

$$\left\{ \begin{array}{l} B_{pf} = \ln \left(\frac{HPG_f}{R_f} \right) \\ B_{mf} = \ln \left(\frac{HMG_f}{DMG_f} \right) \end{array} \right.$$

$$\left\{ \begin{array}{l} HPG_f = \sqrt[3]{H_{aa} H_{bb} H_{cc}} \\ HMG_f = \sqrt[3]{H_{ab} H_{bc} H_{ac}} \\ DMG_f = \sqrt[3]{d_{ab} d_{bc} d_{ac}} \end{array} \right.$$

Problema #1

$$B_{pf} = \ln \left(\frac{\sqrt[3]{H_{11} H_{22} H_{33}}}{R_f} \right)$$

$$HPG_f = \sqrt[3]{H_{aa} H_{bb} H_{cc}}$$

$$B_{mf} = \ln \left(\frac{\sqrt[3]{H_{12} H_{23} H_{13}}}{\sqrt[3]{d_{12} d_{23} d_{13}}} \right)$$

$$HMG_f = \sqrt[3]{H_{ab} H_{bc} H_{ac}}$$

$$DMG_f = \sqrt[3]{d_{ab} d_{bc} d_{ac}}$$

$$d_{12} = 4.955 \quad d_{23} = 4.955 \quad d_{13} = 3.480$$

$$H_{12} = 28.91 \quad H_{23} = 32.35 \quad H_{13} = 30.28$$

$$H_{11} = 26.80 \quad H_{22} = 30.28 \quad H_{33} = 33.76$$

Problema #1

$$HPG_f = \sqrt[3]{H_{aa} H_{bb} H_{cc}}$$

$$HPG_f = \sqrt[3]{26.80 \times 30.28 \times 33.76}$$

$$HMG_f = \sqrt[3]{H_{ab} H_{bc} H_{ac}}$$

$$HMG_f = \sqrt[3]{28.91 \times 32.35 \times 30.28}$$

$$DMG_f = \sqrt[3]{d_{ab} d_{bc} d_{ac}}$$

$$DMG_f = \sqrt[3]{4.955 \times 4.955 \times 3.480}$$

$$HPG_f = 30.146$$

$$HMG_f = 30.48$$

$$DMG_f = 4.404$$

Problema #1

$$\left\{ \begin{array}{l} B_{pf} = \ln\left(\frac{30.146}{0.8675 \times 10^{-2}}\right) \\ B_{mf} = \ln\left(\frac{30.48}{4.404}\right) \end{array} \right. \Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} B_{pf} = 8.153 \\ B_{mf} = 1.934 \end{array} \right.$$

$$[B] = \begin{bmatrix} 8.153 & 1.934 & 1.934 \\ 1.934 & 8.153 & 1.934 \\ 1.934 & 1.934 & 8.153 \end{bmatrix}_{3 \times 3}$$

Problema #1

- Se calcula la matriz de reactancias capacitivas $[X']$:

$$X' = \frac{1}{j\omega 2\pi\epsilon} [B]$$

- Para esta matriz se tiene que los valores resultan ser:

$$X'_p = -j38.89 \times 10^7 \Omega - m$$

$$X'_m = -j9.23 \times 10^7 \Omega - m$$

- La reactancia de secuencia positiva será:

$$X'^+ = X'_p - X'_m = -29.66 \times 10^7 \Omega - m$$

$$X^+ = \frac{B_p - B_m}{j\omega 2\pi\epsilon} = \frac{B_{pf} - B_{mf}}{j\omega 2\pi\epsilon}$$

Problema #1

- El valor de la admitancia de secuencia positiva será simplemente:

$$Y^+ = \frac{1}{X^+}$$

$$Y^+ = \frac{1}{X^+} = j33.71 \times 10^{-10} \left[\frac{\text{siemens}}{m} \right]$$

ELC-30714
Líneas de Transmisión I

Anexo 2.2
Parametro Capacitivo en LT
Ejercicios

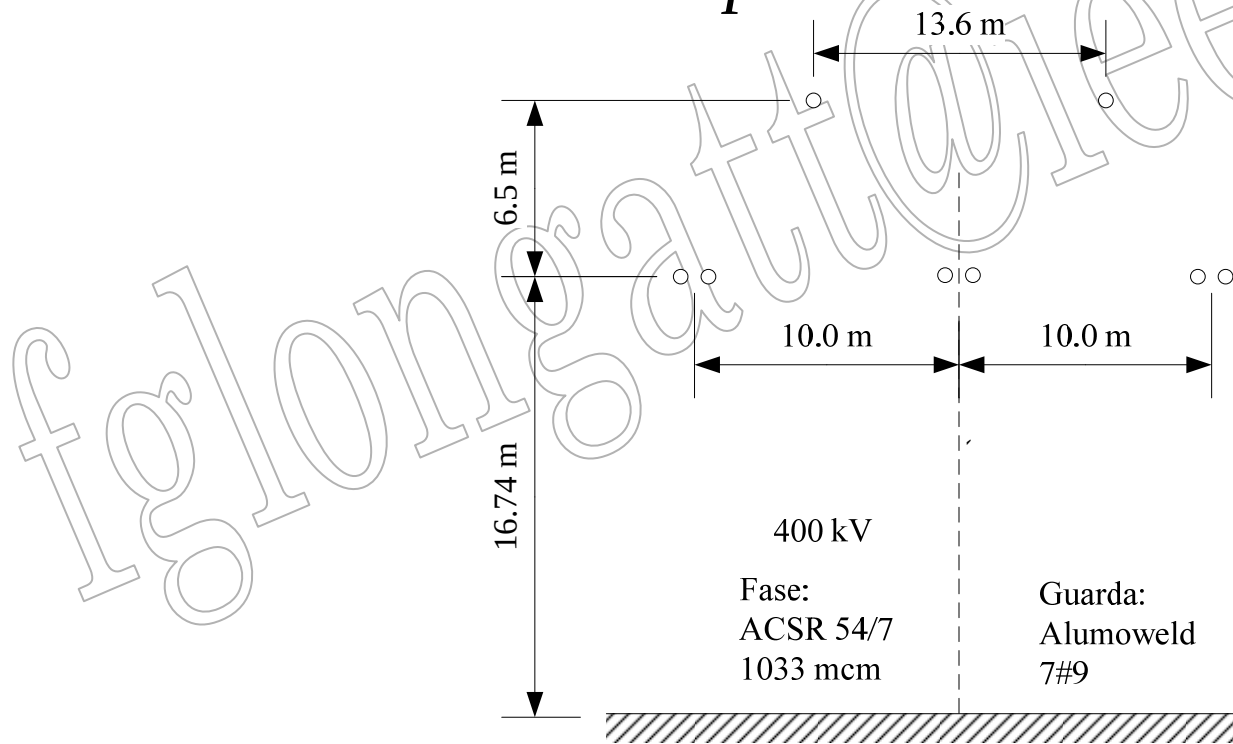
Prof. Francisco M. Gonzalez-Longatt

fglongatt@ieee.org

<http://www.giaelec.org/fglongatt/LT.htm>

Problema #1

- La figura siguiente corresponde a una LT típica de 400 kV, 60 Hz en Venezuela. Determinar el parámetro capacitivo (a) *Sin Transposición*. (b) Considerando *Transposición Ideal*.



Problema #1

- Se conoce por tablas que:
- Conductor de fase: 1033 mcm 54/5

$$r_f = 1.581 \text{ cm}$$

- Cable de Guarda: 7#9 Alumoweld:

$$r_g = 0.4356 \text{ cm}$$

- Como se trata de dos conductores por fase se calcula el radio medio equivalente del grupo:

$$D_s^b = \sqrt{r_f d}$$

$$D_s^b = \sqrt{0.4 \times 1.581 \times 10^{-2}}$$

$$D_s^b = 0.079498 \text{ m}$$

Problema #1

- A partir de la geometría de la línea, se procede al calculo de la distancias y altura de los conductores (en metros):

$$d_{12} = 10.0 \quad d_{23} = 10.0 \quad d_{13} = 20.0$$

$$H_{12} = 34.94 \quad H_{23} = 34.94 \quad H_{13} = 39.0$$

$$H_{11} = 33.94 \quad H_{22} = 33.94 \quad H_{33} = 33.94$$

$$d_{2g} = d_{2k} = 9.407 \quad d_{1g} = d_{3k} = 18.014 \quad d_{kg} = 13.60$$

$$H_{1k} = H_{3g} = 40.10 \quad H_{1g} = H_{3k} = 43.37 \quad H_{2g} = H_{2k} = 40.55$$

$$H_{gg} = H_{kk} = 46.48 \quad H_{gk} = 48.43$$

Problema #1

(a) Se procede al calculo de la *matriz de potenciales de Maxwell Sin Transposición*:

$$X_{fg} = \begin{bmatrix} 6.043 & & & & \\ 1.251 & 6.043 & & & \\ 0.668 & 1.251 & 6.043 & & \\ 1.711 & 1.461 & 0.879 & 9.275 & \\ 0.868 & 1.461 & 1.711 & 1.270 & 9.275 \end{bmatrix}$$

- Aplicando la reducción de Kron se obtiene la matriz reducida X' , si se desea la matriz de admitancia se invierte esta ultima

Problema #1

- Los parámetros de secuencia positiva y negativa pueden determinarse aproximadamente aplicando el concepto de conductor equivalente como si fuera un conductor por fase.

$$X^+ = \frac{1}{j\omega 2\pi\epsilon} \ln\left(\frac{DMG}{D_s^b}\right)$$
$$X^+ = \frac{1}{j\omega 2\pi\epsilon} \ln\left(\frac{\sqrt[3]{10 \times 10 \times 20}}{0.079498}\right)$$

$$X^+ = X^- = -j0.2416 \text{M}\Omega.\text{m}$$

Problema #1

- La *admitancia se secuencia* (Y^+) resulta ser:

$$Y^+ = \frac{1}{X^+}$$

$$Y^+ = Y^- j4.138 \times 10^{-6} \frac{\text{siemens}}{\text{km}}$$

- Estos valores han sido calculado empleando el concepto de DMG, entre los centros de los grupos de conductores.

Problema #1

- Si se calcula la matriz de potenciales de maxwell;

$$[B]_{fg} = \begin{bmatrix} B_{pf} & B_{mf} & B_{mf} & B_{fg} & B_{fg} \\ B_{mf} & B_{pf} & B_{mf} & B_{fg} & B_{fg} \\ B_{mf} & B_{mf} & B_{pf} & B_{fg} & B_{fg} \\ B_{fg} & B_{fg} & B_{fg} & B_{pg} & B_{mg} \\ B_{fg} & B_{fg} & B_{fg} & B_{mg} & B_{pg} \end{bmatrix} \Rightarrow \begin{cases} B_{pg} = \ln \left(\frac{HPG_g}{R_g} \right) & B_{pf} = \ln \left(\frac{HPG_f}{R_f} \right) \\ B_{fg} = \ln \left(\frac{HMG_g}{DMG_g} \right) & B_{mf} = \ln \left(\frac{HMG_f}{DMG_f} \right) \\ B_{mg} = \ln \left(\frac{H_{gk}}{d_{gk}} \right) \end{cases}$$

$$[B]_{fg} = \begin{bmatrix} [B]_{ff} & [B]_{fg} \\ [B]_{fg} & [B]_{gg} \end{bmatrix} \Rightarrow [B] = [B]_{ff} - [B]_{fg} ([B]_{gg})^{-1} [B]_{fg}$$

$$[B] = \begin{bmatrix} B_p & B_m & B_m \\ B_m & B_p & B_m \\ B_m & B_m & B_p \end{bmatrix}$$

Problema #1

$$\left\{ \begin{array}{l} B_p = B_{pf} - \frac{2B_{fg}^2 (B_{pg} - B_{mg})}{B_{pg}^2 - B_{mg}^2} \\ B_m = B_{mf} - \frac{2B_{fg}^2 (B_{pg} - B_{mg})}{B_{pg}^2 - B_{mg}^2} \end{array} \right.$$

- Finalmente resulta:

$$X^+ = \frac{B_p - B_m}{j\omega 2\pi\epsilon} = \frac{B_{pf} - B_{mf}}{j\omega 2\pi\epsilon}$$

Problema #1

- Sustituyendo valores resulta:

$$B_{pf} = 6.043$$

$$B_{mf} = 1.0566$$

- De modo que la reactancia de secuencia positiva resulta ser:

$$X^+ = \frac{B_p - B_m}{j\omega 2\pi\epsilon} = \frac{B_{pf} - B_{mf}}{j\omega 2\pi\epsilon}$$

$$X^+ = X^- = -j23.786\Omega.m$$

Problema #1

- El parámetro de secuencia cero resulta ser:

$$B_{fg} = 1.3502$$

$$B_{pg} = 9.2752$$

$$B_{mg} = 1.27$$

$$X^0 = \left[B_{pf} + 2B_{mf} - \frac{4B_{fg}^2}{B_{pg} + B_{mg}} \right] \frac{1}{j\omega 2\pi\epsilon}$$

$$X^0 = -35.608 \times 10^7 \Omega.m$$

$$Y^0 = -2.808 \times 10^{-6} \left[\frac{\text{siemens}}{\text{km}} \right]$$

Problema #1

- La diferencia entre el calculo aproximado y este ultimo es 1.5% lo que justifica plenamente el uso del calculo aproximado.

$$X^+ = X^- = -j0.2416\text{M}\Omega.\text{m}$$


Aprox.

$$X^+ = X^- = -j0.23786\text{M}\Omega.\text{m}$$


Exacta

1.5%